第一回 1-1

1.(1)拋物線、橢圓、雙曲線

(2)一點、一直線、交於一點的兩值線

2. $(0,-3);(2,-3);(3,-9)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$

$$\begin{cases}0+0+c=-3\\4a+2b=0\\9a+3b=-6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\b=4\\c=-3\end{cases}$$

第二回

1. $\sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}=\dfrac{|4x-3y+5|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}$

平方之 $9x^2+24xy+16y^2-140x+180y+300=0$

2. (1) $\sqrt{(x+5)^2+(y-0)^2}=\dfrac{|x-5|}{\sqrt{1^2+0^2}}\Rightarrow y^2=-20x$

(2) $x=-\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{y}{2}-1\Rightarrow y^2-2y+1=-4x-3$

$(y-1)^2=4\times(-1)(x+\dfrac{3}{4})$

開口向左，頂點 $(-\dfrac{3}{4},1)$；焦點 $(-\dfrac{3}{4},1)$；準線 $x=-\dfrac{3}{4}+1\Rightarrow x=\dfrac{1}{4}$

3. (1) L_0 為準線 $x=2$

$\overline{AP}+\overline{PF}=\overline{AP}+d(P,L_0)=2+2=4$

(2) $|\overline{AP}-d(P,L)|$ 最大 $=2+3=5$

4.設參數式 $P:\begin{cases}x=-2t^2\\y=2t\end{cases}$

$$d(P,L)=\frac{|(-2t^2)-2\times2t+3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{1}{\sqrt5}|-2t^2-4t+3|=\frac{2}{\sqrt5}|(t+1)^2-\frac{5}{2}|$$

當$t=-1$時，$P(-2,-2)$；$d(P,L)=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\times\dfrac{5}{2}=\sqrt{5}$最小

第 3 回

1.(1) 中心原點，一焦點$(-6,0)\Rightarrow c=6$，又一頂點$(0,8)\Rightarrow b=8, a=\sqrt{b^2+c^2}=10$

$$\frac{x^2}{10^2}+\frac{y^2}{8^2}=1$$

(2)二焦點$(3,16),(3,-8)\Rightarrow$中心$(3,4), c=12$

$\overline{PF_1}+\overline{PF_2}=26=2a\Rightarrow a=13$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=5\Rightarrow \dfrac{(x-3)^2}{5^2}+\dfrac{(y-4)^2}{13^2}=1$

2.(1) $6x^2+4y^2+36x-16y-74=0$

$6(x^2+6x+9)+4(y^2-4y+4)=74+54+16$

$6(x+3)^2+4(y+2)^2=144\Rightarrow \dfrac{(x+3)^2}{24}+\dfrac{(y+2)^2}{36}=1$

(2) 中心$(-3,2)$，$a^2=36, b^2=24\Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=2\sqrt{3}$

二焦點$(-3,2\pm2\sqrt{3})$

3.設$A(a,0),\quad B(0,b)$, $\overline{AP}:\overline{PB}=2:3\Rightarrow P(x,y)=(\frac{3}{5}a,\frac{2}{5}b)$

$$\begin{cases}x=\frac{3}{5}a\\ y=\frac{2}{5}b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{5}{3}x\\ b=\frac{5}{2}y\end{cases},\text{又 } a^2+b^2=10^2\Rightarrow(\frac{5}{3}x)^2+(\frac{5}{2}y)^2=10^2\text{，}\frac{x^2}{6^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$$

4.(1)橢圓分母皆正$\begin{cases}16-k>0\\ k-9>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k<16\\ k>9\end{cases}$，即$9<k<16$

(2) y方向的橢圓分母皆正$\begin{cases}16-k>0\\ k-9>0\\ k-9>16-k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k<16\\ k>9\\ k>\frac{25}{2}\end{cases}\Rightarrow\frac{25}{2}<k<16$

第 4 回

1. (1) y 方向的雙曲線， $2a=10, 2c=26 \Rightarrow a=5, c=13$ ； $b=\sqrt{c^2-a^2}=12$

$\Rightarrow -\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{25}=1$

(2) $|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}|=14=2a \Rightarrow a=7$ ，二焦點 $(38,-2), (-12,-2) \Rightarrow 2c=50, c=25$

$b=\sqrt{c^2-a^2}=24 \Rightarrow \frac{(x-13)^2}{7^2}-\frac{(y+2)^2}{24^2}=1$

2. (1)二焦點 $(-3,8), (-3,-2) \Rightarrow 2c=10, c=5$ ，中心 $(-3,3)$

$|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}|=|2-8|=6=2a \Rightarrow b=\sqrt{c^2-a^2}=4$

$\Rightarrow \frac{(x-3)^2}{9}-\frac{(y+3)^2}{16}=1$

(2) $\begin{cases} 3x-4y-10=0 \\ 3x+4y-2=0 \end{cases} \Rightarrow$ 中心 $(2,-1)$

又一焦點 $(-8,-1) \Rightarrow c=2-(-8)=10$

又漸近線斜率 $\pm\frac{3}{4}=\pm\frac{b}{a} \Rightarrow$ 設 $a=4k, b=3k \Rightarrow (4k)^2+(3k)^2=10^2 \Rightarrow k=2$

$a=8, b=6 \Rightarrow \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{64}-\frac{(y+1)^2}{36}=1$

3. (1) $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}=\frac{36^2\times16^2}{52}=\frac{144}{13}$

(2)設 $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=k$ ， $P(5\sqrt{2,-8})$ 代入 $k=-2$

$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=-2 \Rightarrow -\frac{x^2}{50}-\frac{y^2}{32}=1$

4.(1)雙曲線分母異號 $(16-k)(k-9)<0, (k-16)(k-9)>0 \Rightarrow k<9$ 或 $k>16$

(2) y 方向雙曲線 $\begin{cases} k-9>0 \\ 16-k<0 \end{cases} \Rightarrow k>16$