高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：100.06.02					
範圍	3-2 機率	班級	二年____班	姓名	
		座號			

一、填充題(每題 10 分)

1、 擲三粒公正的骰子，求：

(1)三個點數均相異的機率爲______.

(2)三個點數的積是 5 的倍數之機率爲______.

(3)三個點數成等差的機率爲______.

答案：(1) $\frac{5}{9}$, (2) $\frac{91}{216}$, (3) $\frac{7}{36}$

解析：(1)6 個點數選 3 個：$\frac{C_3^6\times 3!}{6^3}=\frac{5}{9}$.

(2)3 個 5 有 1 種,

2 個 5 有 $3\times 5=15$ 種,

1 個 5 有 $3\times 5^2=75$ 種，

$\therefore$共有 91 種，所求機率爲 $\frac{91}{216}$.

(3)公差爲 0：(1.1.1)(2.2.2)(3.3.3)(4.4.4)(5.5.5)(6.6.6)共 6 種，

公差爲 1：(1.2.3)(2.3.4)(3.4.5)(4.5.6)共有 $4\times 3!=24$ 種，

公差爲 2：(1.3.5)(2.4.6)共有 $2\times 3!=12$ 種，

共有 42 種，所求機率爲 $\frac{42}{216}=\frac{7}{36}$.

2、 將 A, B, C, D, E 等 5 人的名片各一張，任意發給此 5 人，每人一張，則

(1)5 人皆得自己名片的機率爲______.

(2)恰有 4 人得自己名片的機率爲______.

(3)恰有 3 人得自己名片的機率爲______.

(4)恰有 2 人得自己名片的機率爲______.

(5)恰有 1 人得自己名片的機率爲______.

(6)沒有任何 1 人得自己名片的機率爲______.

答案：(1) $\frac{1}{120}$, (2)0, (3) $\frac{1}{12}$, (4) $\frac{1}{6}$, (5) $\frac{3}{8}$, (6) $\frac{11}{30}$

解析：(1) $\frac{1\times 1\times 1\times 1\times 1}{5!}=\frac{1}{120}$.

(2)$\because$4 人得自己名片，則第 5 人必得自己的名片，$\therefore$所求機率爲 0.

(3)選 3 人得自己名片，另 2 人錯排：$\frac{C_3^5\times(C_0^2\times 2!-C_1^2\times 1!+C_2^2\times 0!)}{5!}=\frac{1}{12}$.

(4)選 2 人得自己名片，另 3 人錯排：$\frac{C_2^5(C_0^3\times 3!-C_1^3\times 2!+C_2^3\times 1!-C_3^3\times 0!)}{5!}=\frac{1}{6}$.

(5)選 1 人得自己名片，另 4 人錯排：$\frac{C_1^5(C_0^4\times 4!-C_1^4\times 3!+C_2^4\times 2!-C_3^4\times 1!+C_4^4\times 0!)}{5!}=\frac{3}{8}$.

(6) 5 人錯排：$\dfrac{C_0^5\times 5!\ -C_1^5\times 4!\ +C_2^5\times 3!\ -C_3^5\times 2!\ +C_4^5\times 1!\ -C_5^5\times 0!}{5!}=\dfrac{11}{30}$.

3、 有 8 位旅客，搭乘一列掛有 4 節車廂的火車，則

(1)第一節車廂恰有其中 2 位旅客的機率爲______.

(2)每節車廂皆有其中 2 位旅客的機率爲______.

答案：(1) $\dfrac{7\cdot 3^6}{2^{14}}$, (2) $\dfrac{3^2\cdot 5\cdot 7}{2^{13}}$

解析：(1)第一節車廂先選 2 乘客，其餘 6 人任意乘坐機率爲 $\dfrac{C_2^8\times 3^6}{4^8}$.

(2)先將 8 人平分爲 4 組，再排列至節車廂機率爲 $\dfrac{\frac{C_2^8C_2^6C_2^4C_2^2}{4!}\times 4!}{4^8}$.

4、 十二張分別標以 1, 2, 3,…,12 的卡片，任意分成兩疊，每疊各六張，則

(1)1, 2, 3 三張在同一疊的機率爲______.

(2)1, 2, 3, 4 四張中，每疊各兩張的機率爲______.

答案：(1) $\dfrac{2}{11}$, (2) $\dfrac{5}{11}$

解析：(1)1.2.3 以外的 9 張卡片分爲 3 張、6 張的 2 組 1, 2, 3 三張與 3 張一組：$\dfrac{C_3^9C_6^6}{\frac{C_6^{12}C_6^6}{2!}}=\dfrac{2}{11}$.

(2) 1.2.3.4 平分爲 2 組，另外的 8 張亦平分爲 2 組分，再將 1.2.3.4 平分爲 2 組排入 4 張、4 張的 2 組：$\dfrac{\frac{C_2^4C_2^2}{2!}\times\frac{C_4^8C_4^4}{2!}\times 2!}{\frac{C_6^{12}C_6^6}{2!}}=\dfrac{5}{11}$.

5、 A, B 兩事件，若 $P(\overline{A}\cap\overline{B})=\dfrac{1}{4}, P(A)=\dfrac{1}{3}$,則(1) $P(\overline{A}-\overline{B})=$______.　(2) $P(A\cup B)=$______.

答案：(1) $\dfrac{5}{12}$, (2) $\dfrac{3}{4}$

解析：(1) $P(\overline{A}-\overline{B})=P(\overline{A})-P(\overline{A}\cap\overline{B})=\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{12}$.

(2) $P(A\cup B)=1-P(\overline{A\cup B})=1-P(\overline{A}\cap\overline{B})=\dfrac{3}{4}$.

6、 寫有 1, 2, 3, 4,…, 9 各數字之 9 張卡片中任取兩張，則

(1)二數字皆爲奇數之機率爲______.

(2)二數字之和爲偶數之機率爲______.

(3)二數字之積爲偶數之機率爲______.

(4)二數字之積爲完全平方或完全立方之機率爲______.

答案：(1) $\dfrac{5}{18}$, (2) $\dfrac{4}{9}$, (3) $\dfrac{13}{18}$, (4) $\dfrac{7}{36}$

解析：(1) $\dfrac{C_2^5}{C_2^9}=\dfrac{5}{18}$.

(2) 二數字之和爲偶數即 2 偶或 2 奇 $\Rightarrow \overset{\text{兩個偶數兩個奇數}}{\dfrac{C_2^4}{C_2^9}+\dfrac{C_2^5}{C_2^9}}=\dfrac{4}{9}$.

(3) 二數字之積爲偶數即 2 數中至少一偶數：全－2 奇：$1-\overset{\text{兩個奇數}}{\dfrac{C_2^5}{C_2^9}}=\dfrac{13}{18}$.

(4) $(1,4,9)$ 任取 2 個 $C_2^3=3$──爲完全平方，

$(1,8),\underbrace{(2,4),(3,9),}_{\text{完全立方完全平方}}(2,8)$,所求 $=\dfrac{7}{36}$.

7、 甲、乙兩人分別從 0 至 99 的 100 個數中，各自選出 3 個不同的數，則兩人所選的數完全相同的機率爲______,至少有一數相同的機率爲______.(以最簡分數表示之)

答案：$\dfrac{1}{161700},\dfrac{713}{8085}$

解析：(1) $\dfrac{C_3^{100}C_3^3}{C_3^{100}C_3^{100}}=\dfrac{1}{161700}$. (2) $1-\underbrace{\dfrac{C_3^{100}C_3^{97}}{C_3^{100}C_3^{100}}}_{\text{數字全不相同}}=\dfrac{713}{8085}$.

8、 四對夫婦，若

(1)圍坐一圓桌，求男女間隔而坐之機率爲______.

(2)抽籤選定舞伴，求每一位先生皆不以其妻爲舞伴之機率爲______.

答案：(1) $\dfrac{1}{35}$, (2) $\dfrac{3}{8}$

解析：(1) $\dfrac{\dfrac{4!}{4}\times 4!}{\dfrac{8!}{8}}=\dfrac{1}{35}$. (2)4 個人錯排：$\dfrac{4!\ -4\times 3!\ +6\times 2!\ -4\times 1!\ +0!}{4!}=\dfrac{3}{8}$.

9、 投擲一粒公正骰子五次，出現點數依次以 x,y,z,u,v 表之，則

(1) x,y,z,u,v 不全相異的機率爲______.

(2) $(x-y)(y-z)(z-u)(u-v)=0$ 之機率爲______.

答案：(1) $\dfrac{49}{54}$, (2) $\dfrac{271}{1296}$

解析：(1) x,y,z,u,v 完全相異視爲完全相異物之直線排列有 P_5^6 種情形，

不完全相異之機率爲 $1-\dfrac{P_5^6}{6^5}=\dfrac{49}{54}$.

(2) $(x-y)(y-z)(z-u)(u-v)\neq 0$ 視爲著色問題，相鄰得異色，

如圖所示，有 $6\times 5\times 5\times 5\times 5=3750$ (種),

故所求機率爲 $1-\dfrac{3750}{6^5}=\dfrac{671}{1296}$.

10、擲一公正骰子四次，則

(1)點數越擲越大之機率爲______；

(2)恰有兩次爲同點數之機率爲______；

(3)最大點數爲 3 之機率爲______.

答案：(1) $\dfrac{5}{432}$, (2) $\dfrac{5}{9}$, (3) $\dfrac{65}{1296}$

解析：(1)四數全異：$P=\dfrac{C_4^6}{6^4}=\dfrac{15}{6^4}=\dfrac{5}{432}$.

(2)四次用了 3 個點數：$P=\dfrac{C_3^6\cdot\dfrac{3!}{2!}\times\dfrac{4!}{2!}}{6^4}=\dfrac{10\times 12}{216}=\dfrac{5}{9}$.

(3)點數 1.2.3 投擲四次中，至少一次 3 點：$P=\dfrac{3^4-2^4}{6^4}=\dfrac{65}{1296}$.

11、有 n 個人玩擲一個骰子的遊戲，請問至少要有______人參加，才會有「至少一人擲出一點的機率高於 90%」.($\log 2 \doteqdot 0.3010, \log 3 \doteqdot 0.4771$)

答案：13

解析：『至少一人擲出一點』即『全－(沒 1 點)』

$$P=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n>0.9 \Rightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n<0.1$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{5}{6}\right)^n<\log 0.1 \Rightarrow n\log\frac{5}{6}<-1$$

$$\Rightarrow n(\log 5-\log 6)<-1$$

$$\Rightarrow n[(\log 10-\log 2)-(\log 2+\log 3)]<-1$$

$$\Rightarrow n[1-2\times 0.3010-0.4771]<-1$$

$$\Rightarrow n(-0.0791)<-1 \Rightarrow n>\frac{1}{0.0791}\doteqdot 12.6, \qquad \therefore n=13.$$

12、一盒中有 12 個球，球上分別印有號碼 1 到 12,今由盒中任取 5 球，則 5 球之號碼中，第二大數目是 9 之機率爲______.

答案：$\dfrac{7}{33}$

解析：比 9 小取 3 個、比 9 大取 1 個：$P=\dfrac{C_3^8\cdot C_1^1\cdot C_1^3}{C_5^{12}}=\dfrac{56\times 3}{\dfrac{12\times 11\times 10\times 9\times 8}{1\times 2\times 3\times 4\times 5}}=\dfrac{56\times 3}{12\times 11\times 6}=\dfrac{7}{33}$.

13、袋中有 3 白球,4 黑球,2 紅球，一次取兩球，取後不放回，則

(1)僅取一次，取到兩球同色之機率爲______；

(2)先後取兩次，均取到同色球，取後袋中仍有白、黑、紅三色球之機率爲______.

答案：(1) $\dfrac{5}{18}$, (2) $\dfrac{1}{21}$

解析：(1)2W、2B、2R：$P=\dfrac{C_2^3+C_2^4+C_2^2}{C_2^9}=\dfrac{3+6+1}{36}=\dfrac{5}{18}$.

(2)2W2B 或 2B2W, $P=\frac{C_2^4}{C_2^9}\times\frac{C_2^3}{C_2^7}+\frac{C_2^3}{C_2^9}\times\frac{C_2^4}{C_2^7}=2\times\frac{6\times 3}{36\times 21}=\frac{1}{21}$.

14、袋中有 3 白球,4 紅球,5 黑球，若每球被取的機會均等，今每次由袋中取一個，取後不放回，連續取球，則紅球先取完之機率爲______.

答案：$\frac{2}{3}$

解析：紅球先取完即最後爲白或黑：$P=\frac{3+5}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

15、5 人同時玩猜拳(剪刀，石頭，布)遊戲一次，則

(1)恰有 1 人獲勝之機率爲______.

(2)恰有 2 人獲勝之機率爲______.

(3)恰有 3 人獲勝之機率爲______.

(4)恰有 4 人獲勝之機率爲______.

(5)平手之機率爲______.

答案：(1)$\frac{5}{81}$, (2)$\frac{10}{81}$, (3)$\frac{10}{81}$, (4)$\frac{5}{81}$, (5)$\frac{17}{27}$

解析：(1)5 人挑 1 人獲勝：$P=C_1^5\times\frac{C_1^3\cdot 1^4}{3^5}=\frac{5}{81}$.

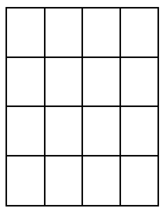
(2) 5 人挑 2 人獲勝：$P=C_2^5\times\frac{C_1^3\cdot 1^3}{3^5}=\frac{10}{81}$.

(3) 5 人挑 3 人獲勝：$P=C_3^5\times\frac{C_1^3\cdot 1^2}{3^5}=\frac{10}{81}$.

(4) 5 人挑 4 人獲勝：$P=C_4^5\times\frac{C_1^3\cdot 1}{3^5}=\frac{5}{81}$.

(5) $P=1-\frac{5+10+10+5}{81}=\frac{51}{81}=\frac{17}{27}$.

16、在下圖的棋盤方格中，隨機任意取出兩個格子.選出的兩個格子不在同行也不在同列之機率爲______.



答案：$\frac{3}{5}$

解析：『兩個格子不在同行也不在同列』即『全－(同行或同列)』$P=1-\frac{C_1^4C_2^4}{C_2^{16}}-\frac{C_1^4C_2^4}{C_2^{16}}=\frac{3}{5}$.

17、阿純和阿美及其他 8 名同學共 10 名學生輪到本週擔任值日生.本週 5 個上課日每天從尚未當過的同學中抽籤選出 2 位輪值.則阿純和阿美不同一天擔任值日生的機率爲______.

答案：$\frac{8}{9}$

解析：『阿純和阿美不同一天擔任值日生』即『全－(阿純和阿美同一天擔任值日生)』

$$P=1-\frac{C_2^2C_1^5\cdot\frac{C_2^8\cdot C_2^6\cdot C_2^4\cdot C_2^2}{4!}\times 4!}{\frac{C_2^{10}\cdot C_2^8\cdot C_2^6\cdot C_2^4\cdot C_2^2}{5!}\times 5!}=1-\frac{5}{45}=\frac{8}{9}.$$

18、某一工廠生產燈泡,10 個裝成一盒，工廠品質檢驗的方法是從每盒中任取 4 個來檢查，如有兩個或兩個以上的燈泡是壞的，則整盒淘汰.若某一盒有 4 個壞燈泡，則這一盒被淘汰的機率是______.

$\boxed{\text{答案}}$：$\frac{23}{42}$

$\boxed{\text{解析}}$：$P=\frac{C_4^4+C_3^4\cdot C_1^6+C_2^4\cdot C_2^6}{C_4^{10}}=\frac{1+24+90}{\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}}=\frac{115}{21\times 10}=\frac{23}{42}$.

19、設有甲、乙、丙、……等 10 人，分別乘坐 3 部車,1 號車坐 4 人,2 號車與 3 號車各坐 3 人，今由抽籤決定各人所乘之車，則甲、乙兩人不同車之機率爲______.

$\boxed{\text{答案}}$：$\frac{11}{15}$

$\boxed{\text{解析}}$：(全－甲、乙兩人同車)：$P=1-\frac{\underbrace{\frac{C_2^8\cdot C_3^6\cdot C_3^3}{2!}\times 1\times 2!}_{\text{甲乙坐 4 人車}}+\underbrace{(C_1^8\cdot C_4^7\cdot C_3^3)\times 2!}_{\text{甲乙坐 3 人車}}}{\frac{C_4^{10}\cdot C_3^6\cdot C_3^3}{2!}\times 1\times 2!}=1-\frac{4}{15}=\frac{11}{15}$.

20、甲、乙、丙、……等 12 人，分住 A 、 B 、 C 三房間，每間 4 人，則甲、乙兩人住同一房間之機率爲______.

$\boxed{\text{答案}}$：$\frac{3}{11}$

$\boxed{\text{解析}}$：$P=\frac{\frac{C_2^{10}\cdot C_4^8\cdot C_4^4}{2!}\times 3!}{\frac{C_4^{12}\cdot C_4^8\cdot C_4^4}{3!}\times 3!}=\frac{3\times 45}{45\times 11}=\frac{3}{11}$.

21、將四對夫婦共 8 人平分成四組，則每組中恰有一男一女的機率爲______.

$\boxed{\text{答案}}$：$\frac{8}{35}$

$\boxed{\text{解析}}$：4 位先生在 4 位太太前排列：$P=\frac{4!}{\frac{C_2^8\cdot C_2^6\cdot C_2^4\cdot C_2^2}{4!}}=\frac{24}{105}=\frac{8}{35}$.

22、將 15 人分成三組，每組 5 人，則其中特定 3 人中至少有 2 人在同一組之機率爲______.

$\boxed{\text{答案}}$：$\frac{66}{91}$

$\boxed{\text{解析}}$：$P=\frac{\underbrace{\frac{C_2^{12}\cdot C_5^{10}\cdot C_5^5}{2!}}_{\text{(特定 3 人在同一組)}}+\underbrace{C_2^3\left(\frac{C_3^{12}\cdot C_5^{10}\cdot C_5^5}{2!}\right)}_{\text{(特定 3 人中 2 人在同一組)}}}{\frac{C_5^{15}\cdot C_5^{10}\cdot C_5^5}{3!}}=\frac{33+3\times 110}{\frac{7\cdot 11\cdot 13}{2}}=\frac{33\times 2}{91}=\frac{66}{91}$.

23、一袋中藏有 1 白球 2 紅球，今自袋中每次取 1 球，取後即放回.假設每球被取到的機會均等，則連取 5 次，

(1)取到 3 次白球 2 次紅球的機率爲______，

(2)取到紅白相間的機率爲______.

$\boxed{答案}$：(1) $C_3^5(\frac{1}{3})^3(\frac{2}{3})^2=\frac{40}{243}$

(2)[白紅白紅白]或[紅白紅白紅]：$(\frac{1}{3})^3(\frac{2}{3})^2+(\frac{1}{3})^2(\frac{2}{3})^3=\frac{4}{81}$

24、將 5 個不同的球丟入 3 個不同的箱子：

(1)每箱均有球之機率爲______，

(2)恰有一個空箱之機率爲______.

$\boxed{答案}$：(1) $\frac{C_0^3\cdot 3^5-C_1^3\cdot 2^5+C_2^3\cdot 1^5-C_3^3\cdot 0^5}{3^5}=\frac{50}{81}$

(2) $\frac{C_1^3(C_0^2\cdot 2^5-C_1^2\cdot 1^5+C_2^2\cdot 0^5)}{3^5}=\frac{10}{27}$

25、爸爸、媽媽與子女共 5 人

(1)作直線排列，爸媽不可排在首位與末位的機率爲______，

(2)作環狀排列，幼子同時與爸媽相鄰的機率爲______.(即坐在爸媽之間)

$\boxed{答案}$：(1) 爸媽先排中央的 3 個位子中的 2 個：$\frac{3\times 2\times 3!}{5!}=\frac{3}{10}$

(2) $\frac{\frac{3!}{3}\times 2!}{\frac{5!}{5}}=\frac{1}{6}$

26、將“a、a、a，b、b，c，d”七個字母排成一列

(1)b 與 b 相鄰而三個 a 均不相鄰之機率爲______.

(2)相同字母不得相鄰之機率爲______.

$\boxed{答案}$：(1)$\boxed{b、b}$，c，d 先排，4 個空隙挑 3 個給 a 插入：$\frac{3!\times C_3^4}{\frac{7!}{3!2!}}=\frac{2}{35}$

(2)「先排 b、b、c、d 再插入 3 個 a」，再扣除 bb 相連者 $\frac{\frac{4!}{2!}C_3^5-3!C_3^4}{\frac{7!}{3!2!}}=\frac{8}{35}$