

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：100.05.08	
範圍	2-2,3 乘法、加法原	班級	二年__班	姓名		
	理、排列(2)	座號				

一、填充題(每題 10 分)

1、(1)若 $C_{n+1}^8 = C_{2n-5}^8$ ，則 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2)若 $13 \times C_2^{n-1} = C_4^{n+1}$ ，則 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案：(1)4, 6 (2)12

解析：(1) $n+1 = 2n-5 \quad \therefore n = 6$

或 $n+1+2n-5 = 8 \quad \therefore n = 4$

$$(2) 13 \times \frac{(n-1)(n-2)}{2} = \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$\therefore n(n+1) = 13 \times 12 \quad \therefore n = 12 \text{ 或 } 13(\text{不合})$$

2、已知 n 及 k 為正整數，且 $n > k$ ，若 $C_{k-1}^n : C_k^n : C_{k+1}^n = 1:2:3$ ，則 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案：14, 5

解析： $\because \frac{C_{k-1}^n}{1} = \frac{C_k^n}{2} = \frac{C_{k+1}^n}{3} \Rightarrow \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} = \frac{n!}{2k!(n-k)!} = \frac{n!}{3(k+1)!(n-k-1)!}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} = \frac{n!}{2k!(n-k)!} \\ \frac{n!}{2k!(n-k)!} = \frac{n!}{3(k+1)!(n-k-1)!} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2k = n - k + 1 \\ 3(k+1) = 2(n-k) \end{cases}, \text{ 得 } n=14, k=5.$$

3、如下圖，共九格，今以黃色塗一格，藍色塗兩格，紅色塗三格(其餘三格不塗色)，則有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種不同的塗法。(每格有編號，以示位置固定)

1	2	3
4	5	6
7	8	9

答案：5040

解析： $C_1^9 \times C_2^8 \times C_3^6 = 5040$.

4、一列火車從第一車到第十車共十節車廂，要指定其中三節車廂准許吸菸，則共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種指定的方法，若更要求此三節准許吸菸的車廂兩兩不相銜接，則共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種指定方法。

答案：120, 56

解析：(1) $C_3^{10} = 120$ (種).

(2) $\times \bigcirc \times \bigcirc \times$

三節抽菸車廂安排於其餘 7 節車廂所產生的 8 個空隙 X 上，即 8 個 X 取 3 個為吸菸區 $C_3^8 = 56$ (種).

5、某次測驗有 10 道題，規定由 10 題中選作 7 題，則以下各有幾種不同方式？

(1)任意選作有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種.

(2)前 3 題必作答有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種.

(3)前 5 題中至少選作 4 題有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種.

答案：(1)120, (2)35, (3)60

解析：(1) $C_7^{10} = 210$.

$$(2) C_3^3 \times C_4^7 = 35.$$

$$(3) C_4^5 \times C_3^5 + C_5^5 \times C_2^5 = 60.$$

6、五位男同學，三位女同學，如果從八位同學中選五人圍圓桌而坐，其中女同學至少兩位，且選出的女同學全相鄰的坐法有_____種.

答案：480

解析：環狀排列：

$$3 \text{ 男 } 2 \text{ 女時, } C_3^5 C_2^3 \times \frac{4!}{4} \times 2! \cdots \cdots \textcircled{1},$$

$$2 \text{ 男 } 3 \text{ 女時, } C_2^5 C_3^3 \times \frac{3!}{3} \times 3! \cdots \cdots \textcircled{2},$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得 } C_3^5 C_2^3 \times \frac{4!}{4} \times 2! + C_2^5 C_3^3 \times \frac{3!}{3} \times 3! = 480.$$

7、自“cocacola”一字中的字母，任取三個字母排成一列，則有_____種不同的排法.

答案：52

解析：c：3個，o：2個，a：2個，l：1個

	選法	排列
三同	$C_1^1 = 1$	$1 \times \frac{3!}{3!} = 1$
二同一異	$C_1^3 \cdot C_1^3 = 9$	$9 \times \frac{3!}{2!} = 27$
三異	$C_3^4 = 4$	$4 \times 3! = 24$

∴方法共有 $1 + 27 + 24 = 52$ (種).

8、將9件不同的玩具，依下述條件，分別求其分法個數：

(1)平分給甲、乙、丙三人，有_____種.

(2)平分成三堆有_____種.

(3)分給甲4件，乙3件，丙2件有_____種.

(4)按4件，3件，2件分成三堆有_____種.

(5)按4件，3件，2件分給三人有_____種.

(6)分給甲4件，乙4件，丙1件有_____種.

(7)按4件，4件，1件分成三堆有_____種.

答案：(1)1680, (2)280, (3)1260, (4)1260, (5)7560, (6)630, (7)315

解析：(1) $\frac{C_3^9 C_3^6 C_3^3}{3!} \times 3! = 1680$.

$$(2) \frac{C_3^9 C_3^6 C_3^3}{3!} = 280.$$

$$(3) C_4^9 C_3^5 C_2^2 \times 1 \times 1 \times 1 = 1260.$$

$$(4) C_4^9 C_3^5 C_2^2 = 1260.$$

$$(5) C_4^9 C_3^5 C_2^2 \times 3! = 7560.$$

$$(6) \frac{C_4^9 C_4^5 C_1^1}{2!} \times 2! = 630.$$

$$(7) \frac{C_4^9 C_4^5 C_1^1}{2!} = 315.$$

9、某人給 5 封信及 5 個信封，今將 5 封信任意分別裝入 5 個信封(每封信裝入一個信封)，求下列各問題的方法數：

(1) 恰有 2 封信裝錯有_____種.

(2) 恰有 3 封信裝錯有_____種.

(3) 恰有 4 封信裝錯有_____種.

(4) 5 封信全部裝錯有_____種.

答案：(1)10, (2)20, (3)45, (4)44

解析：(1) $C_3^5 \times (2! - 2 \times 1! + 0!) = 10.$

$$(2) C_2^5 \times (3! - 3 \times 2! + 3 \times 1! - 0!) = 20.$$

$$(3) C_1^5 \times (4! - 4 \times 3! + 6 \times 2! - 4 \times 1! + 0!) = 45.$$

$$(4) 5! - 5 \times 4! + 10 \times 3! - 10 \times 2! + 5 \times 1! - 0! = 44.$$

10、有橘子 5 個，蘋果 4 個，將此 9 個水果全部分給甲、乙兩人，求下列各方法數：

(1) 每人至少一個有_____種方法.

(2) 每人每種水果至少一個有_____種方法.

答案：(1)28, (2)12

解析：

$$(1) H_5^2 \times H_4^2 - H_5^1 \times H_4^1 - H_5^1 \times H_4^1 = 28.$$

甲	乙
未	未
分	分
到	到

$$(2) H_{5-1-1}^2 \times H_{4-1-1}^2 = 12.$$

11、試回答下列小題：

(1) 將 6 件相異物，放入三個相異的箱子，每箱各放 3 件，2 件，1 件，其放法_____種.

(2) 將 7 件相異物，放入三個相異的箱子，每箱各放 2 件，2 件，3 件，其放法有_____種.

(3) 將 9 件相異物，放入三個相異的箱子，每箱各放 3 件，其放法有_____種.

答案：(1)360, (2)630, (3)1680

解析：(1) $C_3^6 C_2^3 C_1^1 \times 3! = 360.$

$$(2) \frac{C_2^7 C_2^5 C_3^3}{2!} \times 3! = 630.$$

$$(3) \frac{C_3^9 C_3^6 C_3^3}{3!} \times 3! = 1680.$$

12、將 7 件相異物，放入三個相異的箱子，則

(1) 可有空箱子的放法有_____種.

(2) 恰有一個空箱有_____種放法.

(3) 每箱至少放 1 件有_____種放法.

答案：(1)2187, (2)378, (3)1806

解析：(1) $3^7 = 2187$.

$$(2) C_1^3 \times (2^7 - 2 \times 1^7 + 0^7) = 378.$$

$$(3) 3^7 - 3 \times 2^7 + 3 \times 1^7 - 0^7 = 1806.$$

13、將甲、乙……等 10 人分爲 3 人，3 人，4 人等三組住入 A, B, C 三室，其中甲、乙兩人需住同一室，則住法有_____種.

答案：3360

解析：(甲、乙與三人同住) (甲、乙與四人同住)

$$C_1^8 C_3^7 C_4^4 \times 3! + \frac{C_2^8 C_3^6 C_3^3}{2!} \times 3! = 3360.$$

14、將 4 枝相同的鉛筆及 5 本相同的筆記本分給甲、乙、丙三位小朋友，物必分完，若(1)每人可兼得，則有_____種分法.

(2) 每人每樣至少得一件，又有_____種分法.

答案：(1)315, (2)18

解析：(1) $H_4^3 \times H_5^3 = C_4^6 \times C_5^7 = 315$.

$$(2) H_{4-1-1-1}^3 \times H_{5-1-1-1}^3 = C_1^3 \times C_2^4 = 18.$$

15、試依下列給定條件求分配法：

(1) 6 件相異物品分給四人，每人可兼得或不得._____

(2) 6 件相同物品分給四人，每人可兼得或不得._____

(3) 6 件相異物品分給四人，每人至少得 1 件._____

(4) 6 件相同物品分給四人，每人至少得 1 件._____

(5) 4 件相異物品分給六人，每人至多得 1 件._____

(6) 4 件相同物品分給六人，每人至多得 1 件._____

答案：(1)4096, (2)84, (3)1561, (4)10, (5)360, (6)15

解析：(1) $4^6 = 4096$.

$$(2) H_6^4 = C_6^9 = 84.$$

$$(3) 4^6 - 4 \times 3^6 + 6 \times 2^6 - 4 \times 1^6 + 0^6 = 1561.$$

$$(4) H_{6-1-1-1-1}^4 = C_2^5 = 10.$$

$$(5) P_4^6 = 360.$$

$$(6) C_4^6 = 15.$$

16、從 6 名男人，5 名女人中選取 4 人，其中至少 2 名男人，1 名女人的選法有_____種.

答案：250

解析： $C_2^6 C_2^3 + C_3^6 \times C_1^5 = 250$.

17、有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸 10 人，選其中 5 人上場參加籃球比賽，則

(1)若甲、乙、丙三人中至少選 1 人上場，則選法有_____種.

(2)若甲、乙、丙三人中至多選 1 人上場，則選法有_____種.

答案：(1)120, (2)51

解析：(1)全 - (沒選甲乙丙)： $C_5^9 - C_5^6 = 120$.

(2) (甲乙丙選 1) (沒選甲乙丙)

$$C_1^3 \times C_4^8 + C_0^3 C_5^6 = 51.$$

18、有 6 男 4 女共 10 名學生擔任本週值日生.導師規定在本週 5 個上課日中，每天兩名值日生，且至少須有 1 名男生.試問本週安排值日生的方式共有_____種.

答案：43200

解析： $C_2^6 \times \overset{\text{男男男男}}{4!} \times \overset{\text{男女女女女}}{5!} = 43200$

(挑 2 男) (4 女 4 男) (排日期)

19、啦啦隊競賽規定每隊 8 人，且每隊男、女生均至少要有 2 人，某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽.若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則共有_____種不同的組隊方法.

答案：161

解析：2 男 6 女 + 3 男 5 女 + 4 男 4 女

$$C_2^4 \times C_6^7 + C_3^4 \times C_5^7 + C_4^4 \times C_4^7 = 161$$

20、自 5 雙尺寸不同的鞋子中選出 4 隻，則

(1)此 4 隻均不成雙的選法有_____種. (2)此 4 隻恰含 1 雙的選法有_____種.

答案：(1)80, (2)120

解析：(1) $C_4^5 \times 2^4 = 80$.

$$(2) C_1^5 \times C_2^4 \times 2^2 = 120.$$

21、(1)投擲三顆不同的骰子，其點數出現情形有_____種.

(2)投擲三顆相同的骰子，其點數出現情形有_____種.

答案：(1)216, (2)56

解析：(1) $6^3 = 216$.

$$(2) H_3^6 = C_3^8 = 56.$$

22、由五對夫妻中任選三人組成委員會，但規定夫妻不得同時當選，共有_____種選法，若五對夫妻中恰有一對李姓夫妻，則李先生或李太太至少有一人當選的方法有_____種.

答案：(1) 80 (2)64

解析：(1) $C_3^5 \times 2^3 = 80$

(2)李姓夫妻恰有一人當選： $C_1^2 C_2^8 = 56$ ，

李姓夫妻都當選： $C_2^2 C_1^8 = 8$

共 $56+8=64$ 種

23、一平面上有相異 10 點，任 3 點不共線，以這些點為頂點的三角形共有_____個，用這些點共可決定_____條直線。

答案：(1)120 (2)45

解析：(1) $C_3^{10} = 120$ (2) $C_2^{10} = 45$

24、甲、乙、丙等六位同學排成兩排拍照，每排 3 人，其中甲、乙要排在前排，丙要排在後排，則共有_____種排法。

答案：108

解析：甲、乙、丙以外 3 位同學挑 1 排前排，其餘 3 位排後排： $C_1^3 \times 3! \times 3! = 108$

25、將“freeze”一字中的字母全取而排列之，其中三個“e”字母不完全相鄰的排列法有_____種，又三個“e”字母不完全分開亦不完全相鄰的排列法共有_____種。

答案：(1)96 (2)72

解析：(1)全 - (eee 完全相鄰) $\Rightarrow \frac{6!}{3!} - 4! \times \frac{3!}{3!} = 96$

(2)全 - (eee 完全分開) - (eee 完全相鄰) $\Rightarrow \frac{6!}{3!} - 3! \times \frac{P_3^4}{3!} - 4! \times \frac{3!}{3!} = 72$

26、將 6 名學生分配住進完全相同的兩間寢室，

(1)每室住 3 人，則共有_____種住法，

(2)若將寢室編號為 101 室與 102 室，則共有_____種住法。

答案：(1)10 (2)20

解析：(1) $\frac{C_3^6 C_3^3}{2!} = 10$ (2) $\frac{C_3^6 C_3^3}{2!} \times 2! = 20$

27、(1)5 個相同的球，在地上分成三堆，則其分法有_____種。

(2)5 個不同的球，在地上分成三堆，則其分法有_____種。

(3)5 個相同的球，任意分給甲、乙、丙三人，則其分法有_____種。

(4)5 個不同的球，任意分給甲、乙、丙三人，則其分法有_____種。

答案：(1)5 (2)41 (3)21 (4)243

解析：(1)5 $\Rightarrow (5,0,0); (4,1,0); (3,2,0); (3,1,1); (2,2,1)$ ，5 種

(2) $C_5^5 + C_4^5 C_1^1 + C_3^5 C_2^2 + \frac{C_3^5 C_1^2 C_1^1}{2!} + \frac{C_2^5 C_2^3 C_1^1}{2!} = 41$

(3) $H_5^3 = C_5^7 = 21$

(4) $3^5 = 243$

28、有 3 艘不同的渡船，今有 6 位朋友想乘船，則

(1)有_____種乘坐方式，

又(2)若每艘船至多可載 4 人，則有_____種安全的乘坐方式。

答案：(1)729 (2)690

解析：(1) $3^6 = 729$

$$(2) 3^6 - C_6^6 \times P_1^3 - C_5^6 C_1^1 \times 3! = 690$$

全 - (6 人同船) - (5 人同船)

29、有 3 艘不同的渡船，今有 10 位朋友想乘船，若每艘船至多可載 4 人，則有_____種安全的乘坐方式，若 3 艘船完全相同，則有_____種安全的乘坐方式。

答案：(1)22050 (2)3675

解析：(1) $10 = (4, 4, 2) = (4, 3, 3)$, $\frac{C_4^{10} C_4^6 C_2^2}{2!} \times 3! + \frac{C_4^{10} C_3^6 C_3^3}{2!} \times 3! = 22050$

$$(2) 22050 \div 3! = 3675$$

30、在 $(a+b+c+d)^5$ 的展開式中，(1)共有_____項，(2)其各項係數和為_____，(3)與 abc^3 同型的項有_____項。又(4)與 a^3b^2 同型的項有_____項。

答案：(1)21 (2)1024 (3)12 (4)12

解析：(1)一般項 $a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta \Rightarrow$ 其中 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 5$, 共 $H_5^4 = C_5^7 = 21$ 項

$$(2) \text{代 } a = b = c = d = 1 \Rightarrow 4^5 = 1024$$

$$(3) \square\square\square^3 \Rightarrow C_2^4 C_1^2 = 12$$

$$(4) \square^3 \square^2 \Rightarrow P_2^4 = 12$$

31、有 3 個罐子及四種不同的調味醬，每個罐子，只能選一種調味醬倒入，任一種調味醬均有足夠的份量倒 3 罐，則

(1)若罐子不同，每罐內調味醬也不同，則其方法有_____種。

(2)若罐子不同，每罐內調味醬可以相同，則其方法有_____種。

(3)若罐子相同，每罐內調味醬也不同，則其方法有_____種。

(4)若罐子相同，每罐內調味醬可以相同，則其方法有_____種。

答案：(1)24 (2)64 (3)4 (4)20

解析：(1) $P_3^4 = 4 \times 3 \times 2 = 24$ (2) $4^3 = 64$ (3) $C_3^4 = 4$ (4) $H_3^4 = C_3^6 = 20$

32、滿足(1) $8 < x < y < z < 20$ 的整數 x, y, z 共有_____組

(2) $8 \leq x \leq y \leq z \leq 20$ 的整數 x, y, z 共有_____組。

答案：(1)165 (2)455

解析：(1)自 9,10,11,.....,18,19 共 11 個數字選 3 個 $\Rightarrow C_3^{11} = 165$

(2)自 8,9,10,.....,19,20 共 13 個數字可重複選 3 個 $\Rightarrow H_3^{13} = C_3^{15} = 455$

33、下圖的方格皆為正方形且間隔均等長，求圖中大大小小的

(1)矩形有_____個。 (2)正方形有_____個。

答案：(1)210 (2)50

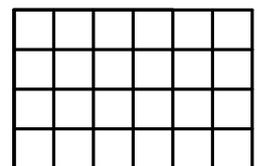
解析：(1)水平 5 條直線選 2 條且垂直 7 條直線選 2 條即是一矩形：

$$\text{共 } C_2^5 \times C_2^7 = 210 \text{ 個矩形。}$$

(2)面積 1×1 ：有 $4 \times 6 = 24$ 個

$$2 \times 2：有 3 \times 5 = 15 \text{ 個}$$

$$3 \times 3：有 2 \times 4 = 8 \text{ 個}$$



4×4 : 有 $1 \times 3 = 3$ 個

$\Rightarrow 24 + 15 + 8 + 3 = 50$ 個

34、將 a, b, c, d, e, f 六件不同的禮物分給甲, 乙, 丙三人, 則

(1) 每人各得二件的方法有 _____ 種.

(2) 若 a, b 禮物只能分給同一人, 且每人各得 2 件, 則分法共有 _____ 種.

答案 : (1)90(2)18

解析 : (1) 平分成三堆, 再分給三人 $\frac{C_2^6 C_2^4 C_2^2}{3!} \times 3! = 90$

(2) a, b 一堆、 c, d, e, f 分成二堆, 再分給三人 $\frac{C_2^4 C_2^2}{2!} \times 3! = 18$

35、求 $C_2^6 + C_3^7 + C_4^8 + \dots + C_8^{12} + C_9^{13}$ 之值為 _____.

答案 : 1996

解析 : 利用巴斯卡定理, 補一個 C_1^6

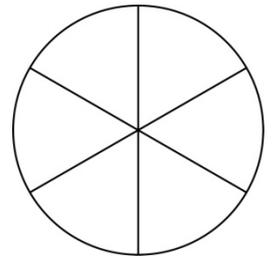
$$\begin{aligned} \therefore C_2^6 + C_3^7 + C_4^8 + \dots + C_8^{12} + C_9^{13} &= (C_1^6 + C_2^6 + C_3^7 + C_4^8 + \dots + C_8^{12} + C_9^{13}) - C_1^6 \\ &= (C_2^7 + C_3^7 + C_4^8 + \dots + C_8^{12} + C_9^{13}) - C_1^6 \\ &= (C_3^8 + C_4^8 + \dots + C_8^{12} + C_9^{13}) - C_1^6 \\ &= \vdots \\ &= C_8^{13} + C_9^{13} - C_1^6 = 1996 \\ &= C_9^{14} - C_1^6 = 1996 \text{ (種)}. \end{aligned}$$

36、欲將 8 位新生平均分發到甲、乙、丙、丁四班, 共有 _____ 種分法.

答案 : 2520

解析 : 每班各 2 人, \therefore 方法有 $\frac{C_2^8 \cdot C_2^6 \cdot C_2^4 \cdot C_2^2}{4!} \times 4! = 2520$ (種).

37、如右圖所示, 某摩天輪等分為 6 個全等區域. 為了夜間的燈光造景, 6 個區域分別採用不同顏色的燈光裝飾. 若有 7 種不同顏色的燈光可供使用, 則此摩天輪正面的夜間燈光造景共有 _____ 種不同的顏色排列方式.



答案 : 840

解析 : 先從 7 種顏色中選 6 種, 再燈光裝飾, 得 $\frac{C_6^7 \times 6!}{6} = \frac{P_6^7}{6} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{6} = 840$

38、趙氏與錢氏兩對夫婦、以及孫先生、李先生圍坐一個六人座圓桌吃飯, 其中趙先生和孫先生已在兩個相鄰的位子坐定. 若限夫妻不相鄰, 則其他四人就座方法有 _____ 種。

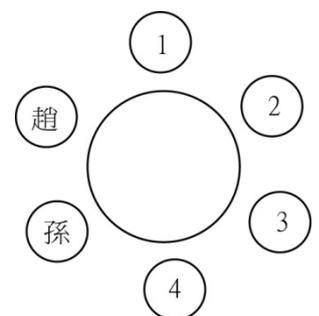
答案 : 10

解析 : SOL 一

根據題意, 趙先生和孫先生已在兩個相鄰的位子坐定(如下圖),

直接考慮另外四人在其餘①②③④做直線排列。

夫妻不得相鄰, 錢氏夫妻二人必須分坐①③、①④、②④。



錢氏夫妻分坐①③的坐法有 $2 \times 2 = 4$ 種；

錢氏夫妻分坐①④的坐法有 $2 \times 2 = 4$ 種；

錢氏夫妻分坐②④的坐法有 $2 \times 1 = 2$ 種，因為趙太太不能選①。

故另外四人就座的方法共有 $4 + 4 + 2 = 10$

SOL 二

全一(趙太太坐①)－(錢氏夫婦相鄰)＋(趙太太坐①且錢氏夫婦相鄰)

$$4! - 1 \times 3! - 3 \times 2! + 1 \times 2 \times 2! = 10$$

39、數字和為 12 的五位數，共有_____個。

答案：1330

解析： $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$ ，

∵ 萬位數 x_1 不得為 0，故設 $x_1 = x'_1 + 1$ ，則 $x'_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11$ ，

非負整數解有 $H_{11}^5 = C_{11}^{15}$ ，

剔除有一數為 11 另 4 個為 0,0,0,0 者共 $\frac{5!}{4!} = 5$ 種；

有一數為 10 另 4 個分別為 1,0,0,0 者共 $\frac{5!}{3!} = 20$ ，

因為 $x'_1 \neq 9$ 剔除者 $x'_1 = 9 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2$ ，共有 $H_2^4 = C_2^5 = 10$ ，

∴ 共 $C_{11}^{15} - 5 - 20 - 10 = 1365 - 35 = 1330$ 個。

40、擲四個大小不同之骰子，點數和為 8 之情形有_____種，點數和為 18 之情形有_____種。

答案：35, 80

解析：設四顆骰子點數分別為 x, y, z, u ，則 $x + y + z + u = 8$ 的正整數解有 $H_{8-1-1-1-1}^4 = C_4^7 = 35$ 。

又點數和為 18 與點數和為 10 者相同，

故 $x + y + z + u = 10$ 的正整數解有 $H_{10-1-1-1-1}^4 = C_6^9 = 84$ ，

剔除 1 顆骰子點數為 7 點另三個為 1,1,1，共有 $\frac{4!}{3!} = 4$ 種，

∴ 點數和為 18 之情形有 $84 - 4 = 80$ 種。

41、方程式 $x + y + z + u = 12$ ，則：

(1) 非負整數解有_____組。(2) $x > 2, y \geq 3, z > 1, u \geq 1$ 時，正整數解有_____組。

答案：(1)455；(2)20

解析：(1) 非負整數解有 $H_{12}^4 = C_{12}^{15} = 455$ (組)。

(2) $x > 2, y \geq 3, z > 1, u \geq 1 \Rightarrow x \geq 3, y \geq 3, z \geq 2, u \geq 1$

(x 先得 3, y 先得 3, z 先得 2, u 先得 1)

∴ 正整數解有 $H_{12-3-3-2-1}^4 = C_3^6 = 20$ (組)。

42、 $x + y + z + u \leq 10$ 之整數解中，求：(1) 非負整數解有_____組。(2) 正整數解有_____組。

答案：(1)1001, (2)210

解析：(1) $x + y + z + u \leq 10 \Rightarrow$ 設 $t \geq 0$, $x + y + z + u + t = 10$ 非負整數解 $H_{10}^5 = C_{10}^{14} = 1001$.

(2) $x + y + z + u + t = 10$ 的正整數解為, 有 $H_{10-1-1-1-1}^5 = C_6^{10} = 210$.