<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二數學平時測驗　　日期：100.05.05</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">2-2,3 乘法、加法原理、排列(2)</td><td>班級</td><td>二年____班</td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、填充題(每題 10 分)

1、 某桌球隊要從 10 名選手中排出 5 名，分別參加五場單打友誼賽,10 名選手中近況特佳的有 3 位，教練決定任意安排他們分別在第一、三、五場出賽，另外兩場則由其餘選手任意選出排定，則此球隊出場比賽的名單順序一共可以有______種.

答案：252

解析：近況特佳的 3 位，任意安排在第一、三、五場，其餘 7 人選 2 人於其餘 2 場

$3!\times P_2^7=252$.

2、 「排列組合真有趣」七個字全取排成一列，則

(1)「真有趣」三個完全相鄰，有______種排法.

(2)「真」恰與「有」、「趣」之一相鄰有______種排法.

答案：(1)720, (2)2400

解析：(1) 真有趣、排、列、組、合先排，真、有、趣再排 $5!\times 3!=720$.

(2) 真有相鄰與趣分開⇒排、列、組、合先排，真有與趣 插空隙 $4!\times P_2^5\times 2!$種，

同理真趣相鄰與有分開，亦有$4!\times P_2^5\times 2!$種，

共有$(4!\times P_2^5\times 2!)\times 2=2400$.

3、 甲、乙、丙、丁、戊、己 6 人排成一列，若乙必須排在第三位，甲不能排在首位，戊、己不能排在末位，則有______種排法.

答案：60

解析：乙先排入第三位只有 1 種，其餘 5 人中

首位只能排丙、丁、戊、己；末位只能排甲、丙、丁

丙、丁排首 + 戊、己排首：$2\times 2\times 3!+2\times 3\times 3!=60$.

4、 甲、乙、丙、丁、戊、……、辛等 8 人排成一列，若甲、乙不排首位，丙、丁不排末位，則有______種排法.

答案： 23040

解析：首位只能排丙、丁、戊、己、庚、辛；末位只能排甲、乙、戊、己、庚、辛

丙、丁排首 +戊、己、庚、辛排首：$2\times 6\times 6!+4\times 5\times 6!=23040$.

5、 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列，甲不居 1, 2 位，乙不排 3, 4 位的排列數有______種方法.

答案：2640

解析：全−(甲排 1, 2 位)−(乙排 3, 4 位)＋[(甲排 1 或 2 位)且(乙排 3 或 4 位)]

$7!-2\times 6!-2\times 6!+2\times 2\times 5!=2640$種.

6、 A, B, C, D, E, F, G, H 等 8 人排成一列，A, B 不相鄰且 C, D, E 也不相鄰排法有____種.

答案：11520

解析：所求=(C, D, E 不相鄰)−(C, D, E 不相鄰中 A, B 相鄰)

$= 5! \times P^6_3 - 4! \times 2! \times P^5_3 = 14400 - 2880 = 11520$ (種).

7、 三枝相同的鋼筆，五枝相同的原子筆，分給 10 人，每人至多得一件，則有____種分法.

答案：2520

解析：鉛鉛鉛原原原原原╳╳ 排成一列的排法有 $\dfrac{10!}{3!5!2!} = 2520$.

8、 「國家至上，民族至上」排成一列，若

(1)規定「國」在「家」之前，「民」在「族」之前，「至」在「上」之前排法______種.

(2)任意排列有______種方法.

答案：(1)420, (2)10080

解析：(1)以○○表國家，□□□□表至至上上，△△表民族，則○○△△□□□□的排法有 $\dfrac{8!}{2!2!4!} = 420$ 種.

(2) $\dfrac{8!}{2!2!} = 10080$.

9、 「人人為我，我為人人」排成一列，使同字不相鄰之排法有______種.

答案：24

解析：先將「為為我我」四字排成一列，共 $\dfrac{4!}{2!2!} = 6$ (種), 分別為：

(1)為為我我；(2)我我為為；(3)為我為我；(4)我為我為；(5)為我我為；(6)我為為我，

再將「人人人人」插入時，有相同字相鄰時，須先插入一個「人」字，以隔開同字，

(1)□為人為□我人我□，共 3 種(3 個□選 2 個填入「人」字，即 C^3_2 種)，

(2)□我人我□為人為□，共 3 種(3 個□選 2 個填入「人」字，即 C^3_2 種)，

(3)□為□我□為□我□，共 5 種(5 個□選 4 個填入「人」字，即 C^5_4 種)，

(4)□我□為□我□為□，共 5 種(5 個□選 4 個填入「人」字，即 C^5_4 種)，

(5)□為□我人我□為□，共 4 種(4 個□選 3 個填入「人」字，即 C^4_3 種)，

(6)□我□為人為□我□，共 4 種(4 個□選 3 個填入「人」字，即 C^4_3 種)，

故有 $3+3+5+5+4+4 = 24$ (種).

10、甲、乙、丙、丁、戊、己 6 人排成一列，則

(1)規定甲一定在乙左方之排法有______種.

(2)甲在乙之左方，乙又在丙之左之排法有______種.

(3)甲在乙和丙之左之排法共有______種.

答案：(1)360, (2)120, (3)240

解析：(1)將甲、乙以兩個□□表示，則□、□、丙、丁、戊、己排成一列, $\dfrac{6!}{2!} = 360$.

(左方的□必排甲，右方的□必排乙)

(2)將甲、乙、丙以三個□□□表示，則□、□、□、丁、戊、己排成一列, $\dfrac{6!}{3!} = 120$.

(左方的□必排甲，中間的□必排乙，右方的□必排丙)

(3) 將甲、乙、丙以三個□□□表示，則□、□、□、丁、戊、己排成一列，$\dfrac{6!}{3!}$.

(左方的□必排甲，中間及右方的□排乙、丙) $\Rightarrow \dfrac{6!}{3!}\times 2!=240$.

11、相同之鉛筆 3 枝，原子筆 2 枝，鋼筆 2 枝，分給兒童，每人最多一枝，則

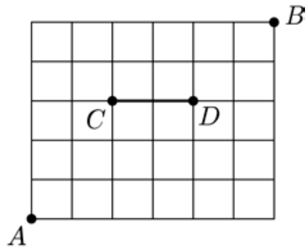
(1)分給 7 人時，有______種方法.　(2)分給 9 人時，有______種方法.

答案：(1)210, (2)15120

解析：(1) 鉛鉛鉛原原鋼鋼 排成一列的排法有 $\dfrac{7!}{3!2!2!}=210$.

(2) 鉛鉛鉛原原鋼鋼╳╳ 排成一列的排法有 $\dfrac{9!}{3!2!2!2!}=15120$ (有 2 人未分到).

12、如下圖，由 A 到 B 取捷徑走法，且至少經過 $\overline{CD}$ 一點，其走法有__________種.



答案：300

解析：X：過 $C \Rightarrow |X|=\dfrac{5!}{3!2!}\times\dfrac{6!}{4!2!}$,

Y：過 $D \Rightarrow |Y|=\dfrac{7!}{4!3!}\times\dfrac{4!}{2!2!}$,

$X\cap Y$：過 C 與 $D \Rightarrow |X\cap Y|=\dfrac{5!}{3!2!}\times 1\times\dfrac{4!}{2!2!}$,

$|X\cup Y|=|X|+|Y|-|X\cap Y|=300$.

13、四男四女排成一列，八人的身高完全不相同，

(1)若規定男生較高者必在男生較矮者之左側，則其排法有______種.

(2)若規定男生較高者必在男生較矮者之左側，女生較高者必在女生較矮者之右側，則其排法有______種.

答案：(1)1680, (2)70

解析：(1)將男生視爲同物 $\dfrac{8!}{4!}=1680$.

(2))將男生、女生分別視爲同物 $\dfrac{8!}{4!4!}=70$.

14、(1) $P_4^{n+1}-10\times P_2^{n-1}=4P_3^n$,則 $P_2^n=$______.(2) $6\times P_{2r}^{10}=P_{2r+1}^{10}$,則 $P_r^{10}=$______.

(3) $5(P_3^n+P_4^{n+1})=12\times P_3^{n+1}$,則 $n=$______.

答案：(1)20, (2)90, (3)4 或 $(-\dfrac{8}{5})$

解析：(1) $\because P_4^{n+1}-10\times P_2^{n-1}=4P_3^n \Rightarrow \dfrac{(n+1)!}{(n-3)!}-10\times\dfrac{(n-1)!}{(n-3)!}=4\times\dfrac{n!}{(n-3)!}$

$\Rightarrow (n+1)n-10=4n \Rightarrow n^2-3n-10=0, n=5\,(-2\text{不合}) \Rightarrow P_2^5=20$.

(2) $\because 6\times P_{2r}^{10}=P_{2r+1}^{10} \Rightarrow 6\times\dfrac{10!}{(10-2r)!}=\dfrac{10!}{(9-2r)!} \Rightarrow \dfrac{6}{10-2r}=1 \Rightarrow r=2, \therefore P_2^{10}=90$.

(3) $5(P_3^n+P_4^{n+1})=12\times P_3^{n+1} \Rightarrow 5\times\left(\dfrac{n!}{(n-3)!}+\dfrac{(n+1)!}{(n-3)!}\right)=12\times\dfrac{(n+1)!}{(n-2)!}$

$\Rightarrow 5[1+(n+1)]=12\times\frac{n+1}{n-2}$

$\Rightarrow 5(n^2-4)=12(n+1)\Rightarrow 5n^2-12n-32=0\Rightarrow n=4\,(-\frac{8}{5}$不合).

15、在數線上有一個運動物體從原點出發，在此數線上跳動，每次向正方向或負方向跳 1 個單位，跳動過程可重複經過任何一點.若經過 6 次跳動後運動物體落在點 +4 處，則此運動物體共有____種不同的跳動方法.

答案：6

解析：設此物體向正方向跳 x 次，向負方向跳 y 次

則 $\begin{cases}x+y=6\\x-y=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$ 即 5 次往右跳一單位 ，1 次往左跳一單位，

相當於＋＋＋＋＋－的排列，共有 $\frac{(5+1)!}{5!\cdot 1!}=6$ 種跳動方法

16、一階梯有 10 級，登梯時可一步跨一級或兩級，今某人欲登此梯，則有______種不同的上樓方式.

答案：89

解析：一階踩 x 次，二階踩 y 次，則 $x+2y=10$, $\begin{array}{c|cccccc} x & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ \hline y & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0\end{array}$,

$\therefore \frac{5!}{5!}+\frac{(4+2)!}{4!2!}+\frac{(4+3)!}{4!3!}+\frac{(6+2)!}{6!2!}+\frac{(8+1)!}{8!}+\frac{10!}{10!}=89$.

17、警鈴長鳴一次須 2 秒，短鳴一次須 1 秒，中間休息(間隔)一次須 1 秒，則在 15 秒間可有_______種不同之信號.

答案：37

解析：設長鳴 x 次，短鳴 y 次，間隔 $(x+y-1)$ 次

$\Rightarrow 2x+y+(x+y-1)=15\Rightarrow 3x+2y=16$ ， $\begin{array}{c|c|c|c} x & 0 & 2 & 4 \\ \hline y & 8 & 5 & 2\end{array}$

$\frac{8!}{8!}+\frac{7!}{5!2!}+\frac{6!}{4!2!}=37$

18、將 1 到 5 號的球，隨意丟入 1 到 5 號的五個洞中，每個洞內恰有一球，則恰有 1 個球號與洞號相同的情形有_______種，球號與洞號均不同的情形有_______種.

答案：45, 44

解析：(1) 4 個人的錯排，依巴斯卡三角形： $5\times(4!-4\times3!+6\times2!-4\times1!+1\times0!)=45$

(2)5 個人的錯排，依巴斯卡三角形： $5!-5\times4!+10\times31-10\times2!+5\times1!-1\times0!=44$

19、偉翔有白酒、紅酒、米酒三種酒，要倒入五個不同的酒杯，且每杯只倒一種酒，又

(1)每種酒至少可倒五杯以上，則共有_______種倒法，

(2)若每種酒恰好只能倒二杯，則共有_______種倒法.

答案：(1)243, (2) 90

解析：(1) $3^5=243$

(2) $\frac{6!}{2!2!2!}=90$ ，多加一個虛擬酒杯，共有 2 杯白酒，2 杯紅酒，2 杯米酒，放入不同

的 6 個酒杯，其排列法共有 90 種.

20、將“TENNESSEE”一字之字母全取排列，依下列情形各有多少種排列？

(1)任意排列______種；(2)兩個 N 不相鄰______種.

答案：(1)3780；(2)2940

解析：(1)任意排列，方法有 $\frac{9!}{4!2!2!}=3780$ (種).

(2)N 不相鄰，其他字母先排再插入空隙，方法有 $\frac{7!}{4!2!}\times\frac{P_2^8}{2!}=2940$ (種).

21、甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列，求下列各情形的排列數：

(1)任意排列___種；(2)甲、乙兩人相鄰___種；(3)甲、乙、丙三人彼此均不相鄰___種.

答案：(1)120；(2)48；(3)12

解析：(1)任意排列有 $5!=120$ (種).

(2)甲、乙兩人相鄰可視爲一人，方法有 $4!\times 2!=48$ (種).

(3)彼此不相鄰即其他人先排再插入空隙，方法有 $2!\times P_3^3=12$ (種).

22、五個座位排一列，甲、乙、丙三人選相連之三座位，則有______種坐法.

答案：18

解析：

∵相連的三個座位有(123,234,345)等 3 種，甲、乙、丙再入座方法有 $3\times 3!=18$ (種).

23、由 0, 1, 2, 3,⋯, 9 等 10 個數字作成三位數，若數字不可重覆，則偶數共有______個.

答案：328

		0
		2
		4
		6
		8

解析：偶數即末位數字爲 0, 2, 4, 6, 8

(末位爲 0)＋(末位爲 2, 4, 6, 8)

∴偶數共有 $1\times 9\times 8+4\times 8\times 8=328$ (種).

24、由 1, 2, 3, 4, 5, 6 六個數所組成(數字可以重覆)的四位數中含有奇數個 1 的數共有___個.

答案：520

解析：

1			

：$4\times 5^3=500$

1	1	1	

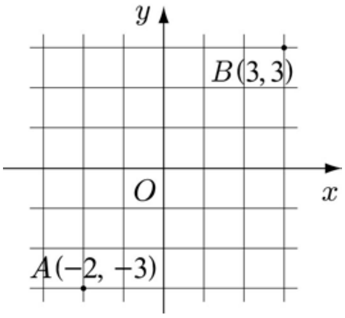
：$4\times 5=20$

∴共有 $500+20=520$ (個).

25、在直角坐標平面上有點 $A(-2,-3)$，點 $B(3,3)$ 及原點 O，由 A 到 B 走捷徑

(1) 必經過原點的走法有______種.

(2) 必經過第二象限的走法有______種。



答案：(1)200; (2)81

解析：(1)由 $A \to O \to B$ 走捷徑，方法有 $\dfrac{5!}{2!3!} \times \dfrac{6!}{3!3!} = 200$ (種).

(2) 必經過第二象限的走法：

① $A \to (-1,1) \to B$ 的方法有 $\dfrac{5!}{4!} \times \dfrac{6!}{4!2!} = 75$ (種).

② $A \to (-2,2) \to B$ 的方法有 $\dfrac{5!}{5!} \times \dfrac{6!}{5!} = 6$ (種).

共 $75 + 6 = 81$ 種