

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：100.04.27
範圍	2-2,3 乘法、加法	班級	二年__班	姓名	
	原理、排列(1)	座號			

一、填充題(每題 10 分)

1、 $x, y, z \in \mathbb{N}$, 且 $x + y + z = 10$, 則方程式有_____組解.

答案：36

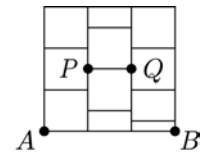
解析： $(1, 1, 8) \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$ 種, 同理 $(2, 2, 6)$ 3 種, $(2, 3, 5) \Rightarrow 3! = 6$ 種, $(2, 4, 4)$ 3 種,

$(1, 2, 7)$ 6 種, $(1, 3, 6)$ 6 種, $(1, 4, 5)$ 6 種, $(3, 3, 4)$ 3 種, 共 36 種.

2、 下圖中, 自 A 沿路線走到 B , 前進方向可向右, 不可向左, 可以向上, 也可以向下, 但經過之點不可重複經過, 則

(1) 經過 Q 的走法有_____種.

(2) 經過 P 且經過 Q 的走法有_____種.



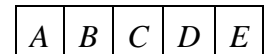
答案：(1)60, (2)40

解析：(1) 全 - 不過 $Q \Rightarrow 4 \times 5 \times 5 - 4 \times (2 \times 2 + 2 \times 3) = 100 - 40 = 60$.

(2) 全 - 不過 P - 不過 Q + (不過 P 且不過 Q)

$\Rightarrow 100 - (2 \times 2 + 2 \times 2) \times 5 - 4 \times (2 \times 2 + 2 \times 3) + (2 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 3) = 40$.

3、 以紅、綠、黃三色, 塗在下圖的五個區域, 每區域一色, 則



(1) 同色不相鄰, 其方法有_____種.

(2) 三色全用且同色不相鄰, 其方法有_____種.

答案：(1)48, (2)42

解析：(1) 依 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$ 之順序, $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$.

(2) 利用(全部塗色法 - 只用兩色者即可求),

三色選兩色有(紅綠)、(紅黃)、(綠黃)3 種

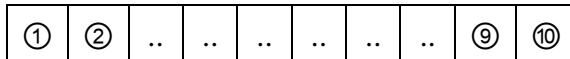
兩色塗入法且保持同色不相鄰有 ACE 、 BD 各用一色有 2 種

只用兩色者方法數有 $3 \times 2 = 6$, \therefore 所求 = $48 - 6 = 42$ (種).

4、 有甲、乙、丙.....等身高皆不相等的 10 人排成一橫列, 欲使任一較矮者不夾排在二較高者之間的排法有_____種.

答案：512

解析：



(1) 最矮者先選最外端的 ① ⑩ 二位置之一, 有 2 種情形.

(2) 次矮者再選其餘外端的二位置之一, 有 2 種情形.

⋮

最後, 最高者只有 1 種選位, 故共有 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 2^9 = 512$.

5、 不同顏色的帽子 2 頂, 襯衫 5 件, 皮帶 4 條, 褲子 3 件, 皮鞋 2 雙, 今某人外出必穿戴整齊, 則其搭配的方法有_____種.

答案：240

解析： $2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 240$.

6、有 8 支棒球隊舉行比賽，每場均要有勝負，則

(1)採循環賽共有多少場賽程？_____

(2)採單淘汰賽，直到冠軍隊產生，共有_____場比賽。

(3)採雙敗淘汰賽(敗二場就被淘汰)，直到冠軍隊產生，至多有多少場比賽？_____

答案：(1)28, (2)7, (3)15

解析：(1) $C_2^8 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$.

(2)每比賽一次有一隊被淘汰，共有 7 隊被淘汰.故比賽 7 場。

(3)有 7 隊各失敗 2 場，而冠軍隊至多失敗 1 場.故至多 $7 \times 2 + 1 = 15$ 。

7、一隻青蛙在 a, b, c, d, e, f 等六相異點上跳動，每次跳動落點異於跳點.若此青蛙從 a 點開始起跳，跳四次後，仍回到 a 點，則跳法數為_____。

答案：105

解析： a ①②③ a

①③相同： $5 \times 1 \times 5 = 25$

①③相異： $5 \times 4 \times 4 = 80$

共 $25 + 80 = 105$

8、設 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，則排成數列 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 時，滿足

$(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4)(a_5 - 5) \neq 0$ 的排法有_____種。

答案：44

解析： $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4)(a_5 - 5) \neq 0 \Leftrightarrow a_1 \neq 1$ 且 $a_2 \neq 2$ 且 $a_3 \neq 3$ 且 $a_4 \neq 4$ 且 $a_5 \neq 5$ ，
亦即 5 個位置規定 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 分別不排 1、2、3、4、5 的錯排方法有
 $5! - 5 \times 4! + 10 \times 3! - 10 \times 2! + 5 \times 1! - 0! = 44$ 。

9、兩隻兔子進出四個洞窟，規定每隻兔子不得由同一洞窟進出，且兩隻兔子不得由相同的洞窟進入與出來，那麼兩隻兔子進出一次的方式有_____種。

答案：84

解析： 進入： $4 \times 3 = 12$

出來：全 - 兩隻兔子同一門出來 $3 \times 3 - 2 = 7$

兩隻兔子進出一次的方式： $12 \times 7 = 84$

10、770 的正因數個數有_____，其總合_____。

答案：16, 1728

解析： $770 = 2 \times 5 \times 7 \times 11$ ，

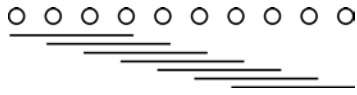
正因數個數 $(1+1)(1+1)(1+1)(1+1) = 16$ 。

正因數總合為 $(2^0 + 2^1)(5^0 + 5^1)(7^0 + 7^1)(11^0 + 11^1) = 1728$ 。

11、將排成一列的十個坐位中，甲乙丙丁 4 人入座相連的四個坐位，則共有_____種。

答案：168

解析：



(1.2.3.4),(2.3.4.5),.....(7.8.9.10) 共 7 組相連的四個坐位，4 人再入座 $4!$ ， $7 \times 4! = 168$

12、將 $(a+b+c)(p+q+r+s)(x+y+z)$ 展開，共有_____項。

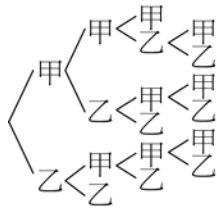
答案：36

解析： $3 \times 4 \times 3 = 36$ 項

13、甲乙二校比賽排球，每場必分出勝負，若規定甲校先勝 3 場，則甲校獲勝，乙校先勝 2 場，則乙校獲勝，則比賽之所有可能情形有_____種，其中甲校勝之情形有_____種。

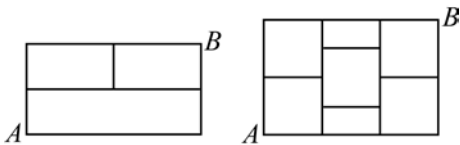
答案：10, 4

解析：樹狀圖



比賽情形共 10 種，甲校勝之情形共 4 種

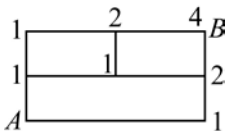
14、如圖由 A 到 B 只能向右或向上之走法共有(1)_____種，(2)_____種。



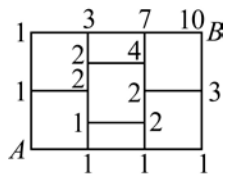
答案：(1)4 (2)10

解析：加法原理

(1)



(2)



15、用 1, 2, 3, 4, 5 作成數字不重覆的三位數，共有_____個，若數字可重覆的三位數有_____個。

答案：60；125

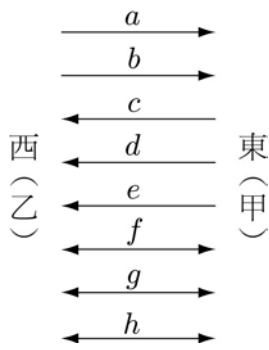
解析：(1)數字不重覆： $P_3^5 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (個)。 (2)數字可重覆： $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ (個)。

16、甲、乙兩地之間，共有 8 條道路，其中有 2 條是由西往東的單行道，有 3 條是由東往西的單行道，另 3 條是雙向道，小童開車往返於甲、乙兩地，則他共有_____種不同走法，如果他往返不願走同一條路，則有_____種走法。

答案：30；27

解析：(1)由甲→乙有 6 條，乙→甲有 5 條， \therefore 往返方法有 $6 \times 5 = 30$ (種)。

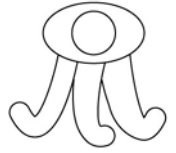
(2)由甲→乙有 6 條(c, d, e —類, f, g, h —類), 乙→甲有 $3 \times 5 + 3 \times 4 = 27$ (種).



17、以五種不同顏色塗下圖，顏色可重覆使用，但相鄰必須異色，則塗法有__種.

答案：720

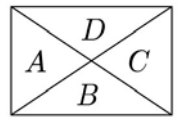
解析：塗法有 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 4 = 720$ (種).



18、以五種不同顏色塗下圖，顏色可重覆使用，但相鄰必須異色，則塗法有__種.

答案：260

解析：若 A, C 同色，則塗法有 $5 \times 1 \times 4 \times 4 = 80$ (種)
 若 A, C 異色，則塗法有 $5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$ (種)，
 \therefore 塗法共有 $80 + 180 = 260$ (種).

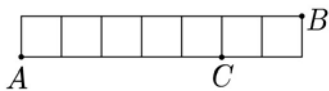


19、5 元硬幣 1 個，10 元硬幣 3 個，50 元硬幣 2 個，則在不找零的情況下，共可付_____種不同的款額.

答案：23

解析： $(1+1)(3+1)(2+1) - 1 = 23$ (種).

20、下圖中，自 A 至 B 前進，方向可以向右、向上或向下，但不可向左，且經過的點不可重覆，則共有_____種走法；若規定要經過 C ，則走法有_____種.



答案：128；96

解析：由 A 至 B 任意的走法有 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$ (種)
 不經過 C 的走法有 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 2 = 32$ (種)，
 \therefore 必須經過 C 的走法有 $128 - 32 = 96$ (種).
 \therefore 總共 $4 + 9 + 6 + 6 = 25$ 種.



21、甲、乙、丙、丁 4 人坐在排成一列的 7 個位置上，若

(1)規定此 4 人必須連坐，則有_____種坐法.

(2)規定 4 人不得相鄰而坐，則有_____種坐法.

答案：(1)96, (2)24

解析：(1) **甲乙丙丁** 選擇相連的 4 個座位，4 人再排列一次入座 $4 \times 4! = 96$ 種.

(2)先排 3 個空位，再插入 4 空隙排 4 人， $\frac{3!}{3!} \times P_4^4 = 24$.

22、攝影師將 5 男 4 女排成兩列拍照，女子在前排，男子在後排，則有_____種不同的排法。

答案：2880

解析：5 男一列 4 女一列的排列 $5! \times 4! = 2880$ 種。

23、有 4 個男生及 3 個女生排成一列，若要求男生須排在一起，女生亦須排在一起，則其排法有_____種，若只要求男生排在一起，則排列法有_____種。

答案：288, 576

解析：(1) 4 個男生視為一人，3 個女生亦視為一人 $2! \times 4! \times 3! = 288$ 。

(2) 4 個男生視為一人與其他 3 個女生排成一列 $4! \times 4! = 576$ 。

24、若 $P_3^{2n} = 28P_2^n$ ，則 $n =$ _____。

答案：4

解析： $2n(2n-1)(2n-2) = 28 \times n(n-1) \quad \because n \neq 0, n \neq 1 \quad \therefore 2n-1=7, n=4$

25、設甲、乙、丙、丁、戊、己、庚等七人排成一列：

(1) 甲、乙、丙三人相連有_____種排法。

(2) 甲、乙、丙三人完全不相鄰有_____種排法。

答案：720；1440

解析：

(1) **甲乙丙** 視為一人與其他 4 個人排成一列 $5! \times 3! = 720$ 。

(2) 丁、戊、己、庚 4 個人先排，甲、乙、丙 3 個人再於 4 個空隙排列， $4! \times 3! = 1440$ 。

26、某地共有 9 個電視頻道，將其分配給 3 個新聞台、4 個綜藝台及 2 個體育台共三種類型。若同類型電視台頻道要相鄰，而且前兩個頻道保留給體育台，則頻道分配方式共_____種。

答案：576

解析：



所以共有 $2 \times 2 \times 3 \times 4! = 576$ 種