

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：100.04.21	
範圍	2-1 集合	班級	二年__班	姓名		
		座號				

一、選擇題(每題 5 分)

1、(D) 100 到 1000 之自然數中不為 2 的倍數，或不為 3 的倍數，或不為 5 的倍數者有幾個？ (A)466 (B)581 (C)666 (D)871 (E)892

解析： $n(A_2' \cup A_3' \cup A_5') = n(A_2 \cap A_3 \cap A_5)' = n(U) - n(A_2 \cap A_3 \cap A_5) = n(U) - n(A_{30})$

$$\text{共有 } (1000 - 100 + 1) - \left(\left[\frac{1000}{30} \right] - \left[\frac{100}{30} \right] \right) = 871.$$

2、(C) 1 到 300 的自然數中，不為 3 與 7 的倍數的偶數有幾個？

(A)42 (B)63 (C)86 (D)93 (E)125

解析：1 到 300 的偶數中，不為 3 與 7 的倍數

$$n(A_3' \cap A_7') = n(A_3 \cup A_7)' = n(U_2) - n(A_3 \cup A_7) = n(U_2) - n(A_6) - n(A_{14}) + n(A_{42})$$

$$\text{共有 } \left[\frac{300}{2} \right] - \left[\frac{300}{6} \right] - \left[\frac{300}{14} \right] + \left[\frac{300}{42} \right] = 150 - 50 - 21 + 7 = 86.$$

3、(D) 設 $A = \{x \mid \sqrt{x} \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 10^6\}$, $B = \{x \mid x = 20k, k \in \mathbb{Z}\}$, 則 $|A - B|$ 為何？

(A)600 (B)700 (C)800 (D)900 (E)1000

解析：A 為 1000000 以下(含 1000000)完全平方數，B 為 20 的倍數

$$|A \cap B| = |\{x \mid x = 4 \times 5 \times 5 \times m^2, 1 \leq x \leq 10^6\}| \text{ 即是完全平方數又是 } 20 \text{ 的倍數}$$

$$= |\{10^2 \times 1^2, 10^2 \times 2^2, 10^2 \times 3^2, \dots, 10^2 \times (10^2)^2\}| = 100$$

$$|A - B| = |A| - |A \cap B| = 1000 - 100 = 900.$$

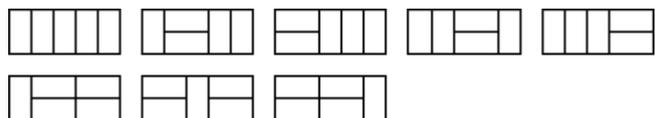
4、(D) 班上共 46 人，登記要買中國文學史的有 30 人，買中國文學史和世界文學史的有 15 人，若已知兩者皆不買的有 5 人，則買世界文學史的共有幾人？

(A)18 (B)21 (C)24 (D)26 (E)28

解析： $|\overline{中} \cap \overline{世}| = |\overline{中 \cup 世}| = 46 - 30 - |\text{世}| + 15 = 5 \Rightarrow |\text{世}| = 26.$

5、(B) 將長 2 公寸，寬 1 公寸的長方形磁磚共 5 片，貼在牆上 5 公寸長，2 公寸寬的區域上，則可能出現 (A)10 (B)8 (C)6 (D)5 (E)4 種圖形

解析：



共 8 種

6、(ABCE) 設 $A = \{2, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$, 則下列何者為真？ (複選)

(A) $2 \in A$ (B) $\{2\} \in A$ (C) $\{2\} \subset A$ (D) $3 \in A$ (E) $\{3\} \in A$

解析：若集合 S 中任一元素 $x \in$ 集合 T，則 S 為集合 T 之子集(部分集合)，故選(A)(B)(C)(E).

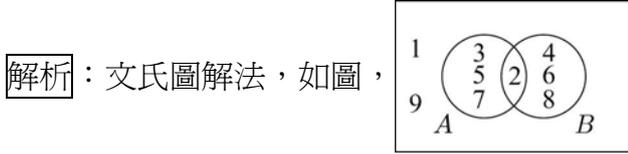
二、填充題(每題 10 分)

1、設集合 A 與 B 的宇集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 若 $\bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 9\}$, $A \cap B = \{2\}$,

$\bar{A} \cap B = \{4, 6, 8\}$, 則

(1) $A \cup B =$ _____ . (2) $A =$ _____ . (3) $B =$ _____ .

答案 : (1) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, (2) $\{2, 3, 5, 7\}$, (3) $\{2, 4, 6, 8\}$



2、設 $S = \{(x, y) | x + y = 3\}$, $T = \{(x, y, z) | 3x - y = 1\}$, 則 $S \cap T =$ _____ .

答案 : $\{(5, -2)\}$

解析 : 設 $S \cap T = \{(s, t) | (s, t) \in S; (s, t) \in T\}$

$$(s, t) \in S \Rightarrow s + t = 3 \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$; (s, t) \in T \Rightarrow s = x + y, t = x - y \Rightarrow x = \frac{s+t}{2}, y = \frac{s-t}{2}, \text{代入 } 3x - y = 1$$

$$\text{且 } \Rightarrow 3 \cdot \frac{s+t}{2} - \frac{s-t}{2} = 1, \text{整理 } s + 2t = 1 \dots \dots \dots \textcircled{2},$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \textcircled{2} \text{ 解 } \begin{cases} s = 5 \\ t = -2 \end{cases}, \text{得 } S \cap T = \{(5, -2)\}.$$

3、設 $A = \{2, 4, a + 1\}$, $B = \{-4, a - 2, a^2 - 2a - 3\}$, 已知 $A \cap B = \{2, 5\}$, 則 $(A \cup B) - (A \cap B) =$ _____ .

答案 : $\{4, -4\}$

解析 : $A \cap B = \{2, 5\}$, 知 $a + 1 = 5 \Rightarrow a = 4$, 代入 B , 得 $\begin{cases} A = \{2, 4, 5\} \\ B = \{-4, 2, 5\} \end{cases}$,

$$\text{故 } (A \cup B) - (A \cap B) = \{4, -4\}.$$

4、設 $x, y \in \mathbb{R}$, $A = \{x^2 - 3, x^2 + x + 3, 3x^3 - 6x^2 - 3x + 4\}$, $B = \{y, y^2 - 1, y^2 + 1\}$, 若 $A \cap B = \{-2\}$,

則 $x =$ _____, $y =$ _____ .

答案 : 2, -2

解析 : (1) 設 $y = -2 \Rightarrow B = \{-2, 3, 5\}$.

$$\text{設 } y^2 - 1 = -2 \Rightarrow y^2 = -1 \text{ (不合).}$$

$$\text{設 } y^2 + 1 = -2 \Rightarrow y^2 = -3 \text{ (不合),}$$

$$(2) \text{ 設 } x^2 - 3 = -2 \Rightarrow x = \pm 1,$$

$$\text{當 } x = 1 \Rightarrow A = \{-2, 5, -2\} \Rightarrow A \cap B = \{-2, 5\} \text{ (不合),}$$

$$\text{當 } x = -1 \Rightarrow A = \{-2, 3, -2\} \Rightarrow A \cap B = \{-2, 3\} \text{ (不合).}$$

$$(3) \text{ 設 } x^2 + x + 3 = -2 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{-19}}{2} \text{ (不合, } \because x \in \mathbb{R} \text{).}$$

(4) 設 $3x^3 - 6x^2 - 3x + 4 = -2 \Rightarrow 3(x+1)(x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2$ 或 ± 1 (不合),

當 $x = 2 \Rightarrow A = \{1, 9, -2\}, B = \{-2, 3, 5\} \Rightarrow A \cap B = \{-2\}$

由(1)(2)(3)(4), 故 $x = 2, y = -2$.

5、 設 $A = \{x \mid |x+2| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}, B = \{x \mid |x-1| \leq k, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A - B = \emptyset$, 則 k 之範圍為_____.

答案: $k \geq 4$

解析: $A = \{x \mid |x+2| \leq 1, x \in \mathbb{R}\} = \{x \mid -1 \leq x+2 \leq 1, x \in \mathbb{R}\} = \{x \mid -3 \leq x \leq -1, x \in \mathbb{R}\},$

$B = \{x \mid |x-1| \leq k, x \in \mathbb{R}\} = \{x \mid -k \leq x-1 \leq k, x \in \mathbb{R}\} = \{x \mid -k+1 \leq x \leq k+1, x \in \mathbb{R}\},$

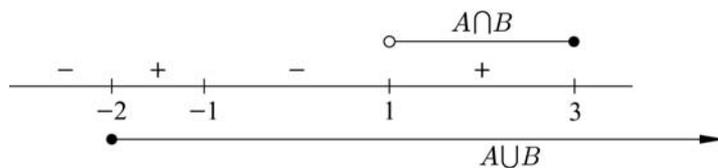
$\therefore A - B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B \Rightarrow \begin{cases} -k+1 \leq -3 \\ k+1 \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \geq 4 \\ k \geq -2 \end{cases} \Rightarrow k \geq 4.$

6、 設 $A = \{x \mid x^3 + 2x^2 - x - 2 > 0\}, B = \{x \mid x^2 + ax + b \leq 0\}$, 若

$A \cup B = \{x \mid x+2 > 0\}, A \cap B = \{x \mid 1 < x \leq 3\}$, 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案: $-2, -3$

解析: $x^3 + 2x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x+2)(x+1)(x-1) > 0$ 即 $A = \{x \mid -2 < x < -1 \text{ 或 } x > 1\},$



故 $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\} = \{x \mid (x+1)(x-3) \leq 0\} = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}, \therefore a = -2, b = -3.$

7、 上數學課時, 老師出兩個題目給全班同學作, 已知全班有 50 人, 解出第一題的同學有 32 人, 解出第二題的同學有 24 人, 兩題均解出的同學有 15 人, 則兩題都解不出的共有_____人.

答案: 9

解析: 如圖,

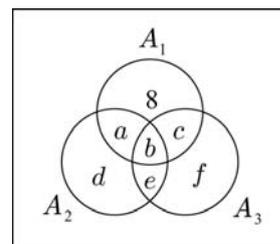
8、 有 50 人參加數學測驗, 試卷共有三題, 採全對全錯方式評分, 已知: 只作對第一題的有 8 人, 第一、二題中至少作對一題的有 34 人, 第一、三題中至少作對一題的有 31 人, 三題中恰作對一題的有 35 人, 則只作對第三題的共有_____人, 只作對第二題的共有_____人.

答案: 12, 15

解析: 由題意知
$$\begin{cases} 8+a+b+c+d+e=34 \\ 8+a+b+c+e+f=31 \\ 8+d+f=35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c+d+e=26 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a+b+c+e+f=23 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ d+f=27 \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

①-② 得 $d-f=3 \cdots \cdots \textcircled{4},$

③-④ 得 $2f=24 \Rightarrow f=12, d=15,$ 即只作對第三題者有 12 人, 只作對第二題有 15 人.



9、學生 100 人，愛好音樂者 53 人，愛好體育者 72 人，愛好音樂及體育者 x 人，令 x 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $M = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：53, 25

解析：∵ 學生 100 人，而愛好音樂者 53 人，愛好體育者 72 人，都不喜歡者 y 人

$$\therefore 53 + 72 - x + y = 100 \Rightarrow 53 + 72 - x \leq 100 \Rightarrow x \geq 25,$$

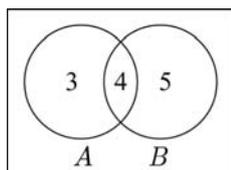
又愛好音樂者只有 53 人，∴ 愛好音樂、體育至多只可有 53 人，

∴ x 之最大值 $M = \min(\text{愛好音樂者}, \text{愛好體育者}) = 53$ ，最小值 $m = 25$ 。

10、 A 有 7 個元素， B 有 9 個元素，若 $B \cap \bar{A}$ 有 5 個元素，則 $|A \cup B| = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $|A - B| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：12, 3

解析：如圖，



11、從 1 至 2100(含 2100)的自然數中，試問：

(1) 為 3 的倍數，但不為 2 的倍數 個。(2) 為 5 的倍數，但不為 2, 3 的倍數 個。

答案：(1)350, (2)140

解析：(1) $n(A_3 - A_2) = n(A_3) - n(A_3 \cap A_2) = n(A_3) - n(A_6) = \left[\frac{2100}{3} \right] - \left[\frac{2100}{6} \right] = 700 - 350 = 350$ 。

$$(2) n[A_5 - (A_2 \cup A_3)] = n(A_5) - n(A_{10}) - n(A_{15}) + n(A_{30})$$

$$= \left[\frac{2100}{5} \right] - \left[\frac{2100}{10} \right] - \left[\frac{2100}{15} \right] + \left[\frac{2100}{30} \right] = 420 - 210 - 140 + 70 = 140.$$

12、設 $S = \{x \mid 10^3 \leq x \leq 10^6, x \in \mathbb{N}, \text{且不是平方數, 亦不是立方數}\}$ ，則 $|S| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：997948

解析：設 A 表平方數所成集合， B 表立方數所成集合。

$$\text{所求 } |S| = |\bar{A} \cap \bar{B}| = |\overline{A \cup B}| = |U| - |A \cup B| = |U| - |A| - |B| + |A \cap B|$$

$$= (10^6 - 10^3 + 1) - (10^3 - 32) - (10^2 - 9) + (10 - 3) = 997948.$$

13、由 1 到 750 的自然數中，與 15 互質的共有 個。

答案：400

解析：15 = 3 × 5，與 15 互質即 $|\bar{A}_3 \cap \bar{A}_5| = |\overline{A_3 \cup A_5}| = |U| - |A_3 \cup A_5| = |U| - |A_3| - |A_5| + |A_3 \cap A_5|$

$$= 750 - \left[\frac{750}{3} \right] - \left[\frac{750}{5} \right] + \left[\frac{750}{15} \right] = 400.$$

14、 $A = \{2n \mid n \in \mathbb{N}, 0 < n < 6\}$ ， $B = \{x \mid 3 < x < 9, x \in \mathbb{N}\}$ ， $C = \{2n - 1 \mid n \in \mathbb{N}, 0 < n < 6\}$ ，則

$$|(A \cup B) \cap C| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答案：2

解析：∵ $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ， $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ， $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ，∴ $(A \cup B) \cap C = \{5, 7\}$

$$\therefore |(A \cup B) \cap C| = 2.$$

15、 $A = \{3k+1 | 3 \leq k \leq 32, k \in \mathbb{N}\}$, $B = \{5s+2 | 2 \leq s \leq 19, s \in \mathbb{N}\}$, 則 $|A \cap B| = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $|A \cup B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案：6；42

解析： $A = \{3k+1 | 3 \leq k \leq 32, k \in \mathbb{N}\} = \{10, 13, 16, 19, \dots, 94, 97\}$

$B = \{5s+2 | 2 \leq s \leq 19, s \in \mathbb{N}\} = \{12, 17, 22, \dots, 92, 97\}$

$|A \cap B|$ 即共同項的個數；共同項第一項 22，公差 15

$\therefore A \cap B = \{15t+22 | 0 \leq t \leq 5, t \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$, $\therefore |A \cap B| = 6$

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 30 + 18 - 6 = 42$.

16、 $A = \{x | x = n^2, n \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 20^3\}$, $B = \{x | x = n^3, n \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 20^3\}$, 則 $|A - B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案：85

解析：設 A 表平方數所成集合， B 表立方數所成集合。 $A \cap B$ 表 6 次方數所成集合

$A \cap B = \{x | x = n^6, n \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 20^3\} \Rightarrow |A \cap B| = 4$, 又 $|A| = 89$

$\therefore |A - B| = |A| - |A \cap B| = 89 - 4 = 85$.

17、 $A = \{x | x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 500\}$, $B = \{x | (x, 60) = 1, x \in \mathbb{N}\}$, $C = \{x | x = 6k, (x, 5) = 1, x \in \mathbb{N}\}$, 則

$|A \cap B| = \underline{\hspace{2cm}}$, $|A \cap C| = \underline{\hspace{2cm}}$.

答案：134；67

解析： $A \cap B = \{x | (x, 60) = 1, 1 \leq x \leq 500\}$, 又 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

$\therefore |A \cap B| = 500 - \left[\frac{500}{2}\right] - \left[\frac{500}{3}\right] - \left[\frac{500}{5}\right] + \left[\frac{500}{6}\right] + \left[\frac{500}{10}\right] + \left[\frac{500}{15}\right] - \left[\frac{500}{30}\right] = 134$

$A \cap C = \{x | x = 6k, 5 \nmid x, 1 \leq x \leq 500\}$, $\therefore |A \cap C| = \left[\frac{500}{6}\right] - \left[\frac{500}{30}\right] = 67$.

18、一個密碼為 4 位元，每位元為 0~9 的數目字，請算出以 8 開頭或 6 結尾的所有密碼可能會有幾組。

答案：設 A 表以 8 開頭的密碼所成集合， B 表以 6 結尾的密碼所成集合。所求

$= |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 10^3 + 10^3 - 10^2 = 1900$ 組。

19、已知 $\{1, 1, 2, 2, 3\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$, 則 A 可能為何？

答案： A 可能為 $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}$ 。

20、一個班級有 50 位同學，其中 32 位是男生，而 41 位右撇子中有 26 位男生。問全班左撇子女生有幾位？

答案：女生有 $50 - 32 = 18$ 人，故女生右撇子有 $41 - 26 = 15$ 人。

女生左撇子 $18 - 15 = 3$ 人。

	男生	女生
左	6	?
右	26	15

21、三位數之正整數中，有幾個不能被 4, 5 或 6 整除？

答案：設三位數之正整數 100, 101, 102, …, 998, 999 所成集合為 S ，則 $|S| = 999 - 100 + 1 = 900$ 。

設能被 4, 5, 6 整除的三位數之正整數所成集合分別為 A, B, C 。

則所求為 $|S| - |A \cup B \cup C| = |S| - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|)$

$$\begin{aligned} &= 900 - \left\{ \left(\left[\frac{999}{4} \right] - \left[\frac{99}{4} \right] \right) + \left(\left[\frac{999}{5} \right] - \left[\frac{99}{5} \right] \right) + \left(\left[\frac{999}{6} \right] - \left[\frac{99}{6} \right] \right) - \left(\left[\frac{999}{20} \right] - \left[\frac{99}{20} \right] \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\left[\frac{999}{30} \right] - \left[\frac{99}{30} \right] \right) - \left(\left[\frac{999}{12} \right] - \left[\frac{99}{12} \right] \right) + \left(\left[\frac{999}{60} \right] - \left[\frac{99}{60} \right] \right) \right\} \\ &= 900 - (225 + 180 + 150 - 45 - 30 - 75 + 15) = 480 \end{aligned}$$

22、若 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x \mid -2 < x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$ ，試求：

(1) $A \cap B$. (2) $\mathbb{R} - B$.

答案： $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 6, x \in \mathbb{N}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$B = \{x \mid -2 < x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$$

$$(1) A \cap B = \{1, 2\}.$$

$$(2) \mathbb{R} - B = \{x \mid x > 2 \text{ 或 } x \leq -2, x \in \mathbb{R}\}.$$

23、已知三集合 A, B, C ，其中 $|A| = 20, |B| = 30, |C| = 20, |A \cap B| = |B \cap C| = 5,$

$$|A \cap C| = 12, |A \cap B \cap C| = 3.$$

試求：(1) $|B - C|$. (2) $|A \cup B \cup C|$.

答案：(1) $|B - C| = |B| - |B \cap C| = 30 - 5 = 25$.

$$\begin{aligned} (2) |A \cup B \cup C| &= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C| \\ &= 20 + 30 + 20 - 5 - 5 - 12 + 3 = 51. \end{aligned}$$

24、設 $S = \{\text{上, 中, 下}\}$ ，而 2^S 表由 S 的一切子集所成的集合，試寫出 2^S 的表列式。

答案： $2^S = \{\emptyset, \{\text{上}\}, \{\text{中}\}, \{\text{下}\}, \{\text{上, 中}\}, \{\text{上, 下}\}, \{\text{中, 下}\}, \{\text{上, 中, 下}\}$

共 $2^3 = 8$ 元素

25、以「丁、王、田、李」為姓，以「紫姮、尙茗、悉韓、乘雲、詩寒」為名，總共可以配出幾個不同的姓名？

答案：可配出 $4 \times 5 = 20$ 個姓名。

丁紫姮、丁尙茗、丁悉韓、丁乘雲、丁詩寒、
王紫姮、王尙茗、王悉韓、王乘雲、王詩寒、
田紫姮、田尙茗、田悉韓、田乘雲、田詩寒、
李紫姮、李尙茗、李悉韓、李乘雲、李詩寒。