

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗				日期：100.05.01	
範圍	2-1,2 集合、乘法、	班級	二年__班	姓名	
	加法原理	座號			

一、計算題 (每題 25 分)

1、從 1 到 1000 的正整數中，試求：

(1) 為 3 或 5 的倍數但不為 7 的倍數的個數？

(2) 共有個少個不能被 3、5、7 中任一數所整除

**答案**：(1)401、(2)457

**解析**：(1)  $n(A_3 \cup A_5 - A_7) = n(A_3 \cup A_5) - n(A_7)$ .

$$= n(A_3) + n(A_5) - n(A_3 \cap A_5) - n(A_3 \cap A_7) - n(A_5 \cap A_7) + n(A_3 \cap A_5 \cap A_7)$$

$$= \left[ \frac{1000}{3} \right] + \left[ \frac{1000}{5} \right] - \left[ \frac{1000}{15} \right] - \left[ \frac{1000}{21} \right] - \left[ \frac{1000}{35} \right] + \left[ \frac{1000}{105} \right]$$

$$= 333 + 200 - 66 - 47 - 28 + 9 = 401$$

$$(2) n(A_3' \cap A_5' \cap A_7') = n(A_3 \cup A_5 \cup A_7)'$$

$$= n(U) - n(A_3 \cup A_5 \cup A_7)$$

$$= n(U) - n(A_3) - n(A_5) - n(A_7) + n(A_3 \cap A_5) + n(A_3 \cap A_7) + n(A_5 \cap A_7) - n(A_3 \cap A_5 \cap A_7)$$

$$= 1000 - \left[ \frac{1000}{3} \right] - \left[ \frac{1000}{5} \right] - \left[ \frac{1000}{7} \right] + \left[ \frac{1000}{15} \right] + \left[ \frac{1000}{21} \right] + \left[ \frac{1000}{35} \right] - \left[ \frac{1000}{105} \right]$$

$$= 1000 - 333 - 200 - 142 - 66 - 47 - 28 + 9 = 457$$

2、(1) 正整數 234000 的正因數中，有多少個 65 的倍數？

(2) 這些 65 倍數之總和？

**答案**：(1)45, (2)812045

**解析**：234000 =  $2^4 \times 3^2 \times 5^3 \times 13$

$$(1) 65 \text{ 的倍數} \Rightarrow 2^\square \times 3^\square \times 5^\square \times 13^\square \Rightarrow \begin{cases} 2^\square \Rightarrow \square = 0, 1, 2, 3, 4 \\ 3^\square \Rightarrow \square = 0, 1, 2 \\ 5^\square \Rightarrow \square = 1, 2, 3 \\ 13^\square \Rightarrow \square = 1 \end{cases}, \text{ 共 } 5 \times 3 \times 3 \times 1 = 45 \text{ 個。}$$

$$(2) 65 \text{ 倍數之總和} = (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^1 + 5^2 + 5^3)(13)$$

$$= 31 \times 13 \times 155 \times 13 = 812045$$

3、用 20 根相同的火柴棒圍成一個三角形，共可圍成多少種不全等的三角形？

**答案**：8 種

**解析**：設圍成三角形三邊  $x \leq y \leq z$ ,  $x + y + z = 20$ ,  $x + y > z$

$$\begin{cases} x + y + z > 2z \\ x \leq z \\ y \leq z \\ z \leq z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20 > 2z \\ 20 < 3z \end{cases} \Rightarrow \frac{20}{3} \leq z < 10 \Rightarrow z = 7, 8, 9$$

$$(1) z=7 \Rightarrow x+y=13 \text{ 且 } x \leq y \leq z \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=7 \end{cases}, 1 \text{ 組}$$

$$(2) z=8 \Rightarrow x+y=12 \text{ 且 } x \leq y \leq z \Rightarrow \begin{cases} x=4,5,6, \\ y=8,7,6, \end{cases}, 3 \text{ 組}$$

$$(3) z=9 \Rightarrow x+y=11 \text{ 且 } x \leq y \leq z \Rightarrow \begin{cases} x=2,3,4,5, \\ y=9,8,7,6, \end{cases}, 4 \text{ 組}$$

則  $1+3+4=8$

4、有各種鈔票如下：1 元 3 張，5 元 4 張，10 元 3 張，50 元 4 張，100 元 2 張，則

(1) 有多少種不同的付款方法？

(2) 又可付出多少種不同的款額？

**答案**：(1)1199；(2)395

**解析**：(1)  $(3+1)(4+1)(3+1)(4+1)(2+1)-1=1199$

(2) 5 元超過 2 張  $\Rightarrow$  10 元換成 5 元共 5 元有 10 張，

50 元超過 2 張  $\Rightarrow$  100 元換成 50 元共 50 元有 8 張，

$(3+1)(10+1)(8+1)-1=395$

5、連續投擲一顆骰子三次，試求至少一次出現 5 點且點數和為 13 的方法數。

**答案**：12 種

**解析**：第一次  $x$  點，第二次  $y$  點，第三次  $z$  點，

$x+y+z=13$  且至少一次出現 5 點

$$\begin{cases} 2+5+6=13 \Rightarrow 3! = 6 \\ 4+4+5=13 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3, \text{ 共 } 6+3+3=12 \text{ 種} \\ 3+5+5=13 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \end{cases}$$

6、(1) 如圖，縱橫是街道，若限制行進方向只能向右或向上，是求由 A 走到 B 的捷徑數。

(2) 有一個 6 階的樓梯，某生以每步一階或二階登梯，試求登上此樓梯的方法數。

**答案**：(1)84；(2)13

**解析**：(1)  $\frac{(6+3)!}{6!3!} = 84$

(2) 一階踩  $x$  次，二階踩  $y$  次，則

$$x+2y=6, \frac{x \mid 6 \ 4 \ 2 \ 0}{y \mid 0 \ 1 \ 2 \ 3} \Rightarrow \frac{6!}{6!} + \frac{(4+1)!}{4!} + \frac{(2+2)!}{2!2!} + \frac{3!}{3!} = 13$$

7、(1) 利用數字 0,1,2,3,4,5,6 做成三位數，試求數字不重複的偶數個數。

(2) 將 12 個高矮不同的人排成一列，規定矮的不能排在兩個高的之間，試求方法數。

**答案**：(1)105；(2)2048

**解析**：(1) 偶數即個位數為 0,2,4,6

個位為 0  $\Rightarrow 6 \times 5 \times 1 = 30$

個位為 2,4,6  $\Rightarrow 5 \times 5 \times 3 = 75$

共  $30 + 75 = 105$

(2) 

①	②	..	..	..	..	..	..	⑪	⑫
---	---	----	----	----	----	----	----	---	---

(1)最矮者先選最外端的①⑫二位置之一，有 2 種情形.

(2)次矮者再選其餘外端的二位置之一，有 2 種情形.

⋮

最後，最高者只有 1 種選位，故共有  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 2^{11} = 2048$ .

8、一座大廳有 6 個門，甲、乙、丙三人由不同的門進入，由不同的門出來，

(1)試求進出方法數。

(2)若限制同一人不可由相同門進出，試求進出方法數。

**答案**：

**解析**：(1)14400；(2)8520

(1) 三人由不同的門進入，由不同的門出來(並沒限制同一人不可由相同門進出)

進入	出來
----	----

$$(6 \times 5 \times 4) \times (6 \times 5 \times 4) = 14400$$

(2) 進入 出來 (2 人同門出) (3 人同門出)

$$(6 \times 5 \times 4) \times [5 \times 5 \times 5 - 3 \times (4 \times 1 \times 5) + 2 \times (3 \times 1 \times 1)] = 120 \times 71 = 8520$$

9、(1)試從 1 寫到 9999 的自然數中，總共寫了幾個 0？

(2)右圖有 5 個區域，將每個區域圖滿一種顏色，鄉林區域不可同色，現有 7 種顏色可選用，試求有幾種不同的著色法？

**答案**：(1)2889；(2)4410

**解析**：(1)①個位為 0 的有：10,20,30,.....,9980,9990 共 999 個 0，

②十位為 0 的有：10□,20□,30□,.....,990□(其中□為 0~9)共  $10 \times 99 = 990$  個

③百位為 0 的有：10□□,20□□,30□□,.....,90□□(其中□為 0~9)共  $100 \times 9 = 900$  個

共  $99 + 990 + 900 = 2889$  個。

(2)左右同色： $7 \times 6 \times 1 \times 5 \times 5 = 1050$

左右異色： $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 4 = 3360$

共  $1050 + 3360 = 4410$  個。