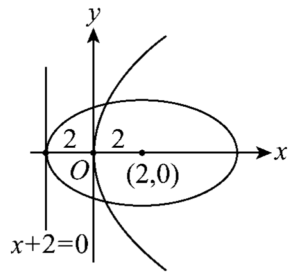
<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二數學平時測驗　　日期：100.03.24</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">1-3 橢圓(2)</td><td>班級</td><td>二年____班</td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、填充題　(每題 10 分)

1.設一個拋物線方程式為 $y^2=8x$；今有一橢圓與拋物線的準線相切且拋物線的焦點為橢圓中心，拋物線的頂點為橢圓之一焦點，則此橢圓的短軸長為____ .

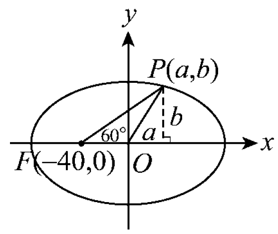


解答　$4\sqrt{3}$

解析　$y^2=8x \Rightarrow (y-0)^2=4\times 2\times(x-0)$， $c=2$

$a=4$， $\therefore b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$，故短軸長為 $4\sqrt{3}$.

2.在坐標平面上，$O(0,0)$， $F(-40,0)$， $P(a,b)$ 為橢圓 $9x^2+25y^2=22500$ 上的點且 $\angle PFO=60°$， a 為整數且 $b>0$，則 $\overline{PF}=$____________ .



解答　30

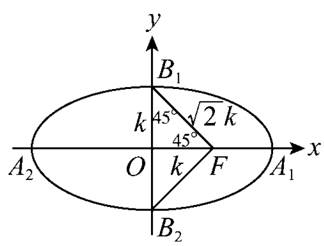
解析　$\because \angle PFO=60° \Rightarrow \dfrac{b}{a+40}=\dfrac{\sqrt{3}}{1}$， $b=\sqrt{3}(a+40)$，

又 $9a^2+25b^2=22500$ 代入 $\Rightarrow 9a^2+25\left[\sqrt{3}(a+40)\right]^2=22500$

$\Rightarrow 7a^2+500a+8125=0 \Rightarrow (a+25)(7a+325)=0 \Rightarrow a=-25$，

$\therefore b=15\sqrt{3}$， $\therefore P\left(-25,15\sqrt{3}\right) \Rightarrow \overline{PF}=30$.

3.已知 F 是橢圓的一個焦點，B_1、B_2 是短軸的兩個端點且 $\angle B_1FB_2=90°$， A_1 是長軸上距離 F 較近的一個端點，若 $\overline{A_1F}=\sqrt{2}-1$，則橢圓長軸長為________ .



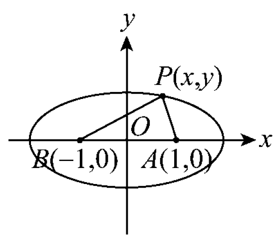
解答　$2\sqrt{2}$

解析　設 $\overline{OF}=\overline{OB},\overline{OA}=\sqrt{2}\overline{OB}$ ，設 $b=c=k$ ， $\therefore a=\sqrt{2}k$，

又 $\overline{OA_1}=a \Rightarrow k+(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}k \Rightarrow \sqrt{2}k-k=\sqrt{2}-1$， $\therefore k=1$，

故長軸長為 $2a=2\sqrt{2}$.

4.設 $A(1,0)$， $B(-1,0)$ 為平面兩定點， $P(x,y)$ 為動點，若△PAB 的周長為 8 且△PAB 的面積為 2，則 $x^2+y^2=$____________ .



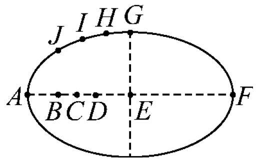
解答　$\dfrac{17}{2}$

解析　△PAB 的周長為 $2+\overline{PA}+\overline{PB}=8 \Rightarrow \overline{PA}+\overline{PB}=6=2a$，

$\therefore a=\dfrac{6}{2}=3$， $c=\dfrac{\overline{AB}}{2}=1$， $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{8}$，

$\therefore$ 橢圓方程式爲 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$.

$\because \triangle PAB$ 的面積爲 2，$\therefore \dfrac{1}{2}\times\overline{AB}|y|=2\Rightarrow\dfrac{1}{2}\times 2\times|y|=2$，$\therefore y=\pm 2$

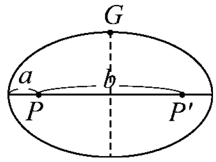


代回 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1\Rightarrow\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{4}{8}=1$，$\therefore x^2=\dfrac{9}{2}$，故 $x^2+y^2=\dfrac{9}{2}+4=\dfrac{17}{2}$.

5.某行星繞太陽的軌道爲如圖之橢圓，太陽位於橢圓軌道之一焦點處．據觀測，此行星與太陽的最近距離爲 a 萬公里，最遠距離爲 b 萬公里，則

(1)行星位於__________時，距太陽的距離恰爲 a 、 b 平均值．

(2)又已知此軌道的正焦弦長爲短軸長的 $\dfrac{3}{5}$，則太陽位置爲__________ .



| 解答 | (1) G 點;(2) B 點

| 解析 | (1)橢圓上一點距兩焦點距離和爲定值，假設太陽在 P 點上，

知此定值爲 $a+b$，故行星距離太陽 $\dfrac{a+b}{2}$ 萬公里時，其位置在 G 點，此時

$\overline{PG}=\overline{P'G}=\dfrac{a+b}{2}$.

(2)正焦弦長爲短軸長的 $\dfrac{3}{5}$，假設長軸爲 2α，短軸長爲 2β，則有 $\dfrac{2\beta^2}{\alpha}=\dfrac{3}{5}(2\beta)$

$\Rightarrow 5\beta=3\alpha\Rightarrow\alpha:\beta=5:3\Rightarrow$ 焦距 $^2=\alpha^2-\beta^2$，焦距爲 $\dfrac{4}{5}\alpha=\dfrac{4}{5}\overline{AE}\Rightarrow$ 焦點 B 點．

6.設 $\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{(x-5)^2+(y+12)^2}=k$ 的圖形是一線段，則常數 k 的值爲__________ .

| 解答 | $k=13$

| 解析 | 設 $F_1(0,0)$， $F_2(5,-12)$， $2a=k$， $2c=\overline{F_1F_2}=13$， $\because$ 爲一線段，$\therefore 2a=2c$，故 $k=13$.

7.設 k 爲一常數,若方程式 $\dfrac{x^2}{6-k}+\dfrac{y^2}{k-4}=1$,表長軸在 y 軸上的一橢圓,試求 k 的範圍爲__________.

| 解答 | $5<k<6$

| 解析 | $a^2=k-4>0,\quad b^2=6-k>0,$ 且 $a^2>b^2\Rightarrow\begin{cases}6-k>0\\k-4>0\\k-4>6-k\end{cases}\Rightarrow 5<k<6$.

8.橢圓 $2x^2+y^2=3$ 與直線 $y=2x+k$ 交於兩點，則

(1) k 值範圍爲__________ .

(2)若此橢圓在直線 $x+2y=10$ 上的投影爲 $\overline{AB}$，則 $\overline{AB}$ 中點坐標爲__________ .

| 解答 | (1) $-3<k<3$;(2) $(2,4)$

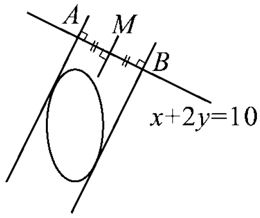
| 解析 | (1) $y=2x+k$ 代入橢圓方程式

$\Rightarrow 2x^2+\left(2x+k\right)^2=3 \Rightarrow 6x^2+4kx+k^2-3=0$，

$\because$有兩相異實根，$\therefore D>0$

$\Rightarrow 16k^2-4\times6\left(k^2-3\right)>0 \Rightarrow 2k^2-3\left(k^2-3\right)>0 \Rightarrow k^2<9$，$\therefore -3<k<3$.

(2) $\Gamma:\dfrac{x^2}{\frac{3}{2}}+\dfrac{y^2}{3}=1$， $x+2y=10$之$m=-\dfrac{1}{2}$，



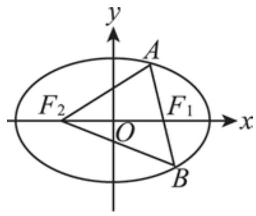
$\therefore m=2$的兩條切線： $y=2x\pm\sqrt{\dfrac{3}{2}\times2^2+3} \Rightarrow 2x-y\pm3=0$，

$\therefore$過中點M 且與切線平行的直線： $2x-y=0$， 故$M:\begin{cases}2x-y=0\\x+2y=10\end{cases} \Rightarrow M\left(2,4\right)$.

9.設橢圓$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{7}=1$的兩焦點爲$F_1$、$F_2$， $\overline{AB}$爲通過F_1的一焦弦，則

(1)△ABF_2的周長爲____________ .

(2)若$\angle F_1AF_2=60°$，則△AF_1F_2的面積爲____________ .

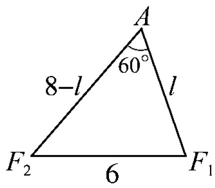


解答 (1)16;(2)$\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$

解析 (1)由圖可知，周長$=\overline{AF_2}+\overline{AF_1}+\overline{BF_1}+\overline{BF_2}=2\times2a=4\times4=16$.

(2) $\overline{F_1F_2}=2c=2\times\sqrt{16-7}=6$，

設$\overline{AF_1}=\ell$， $\overline{AF_2}=8-\ell$， 由餘弦定理知，



$6^2=\ell^2+\left(8-\ell\right)^2-2\times\ell\times\left(8-\ell\right)\times\cos60°$

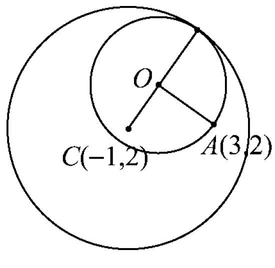
$\Rightarrow 36=\ell^2+\ell^2-16\ell+64+\ell^2-8\ell \Rightarrow 3\ell^2-24\ell+28=0$，

$\Rightarrow \ell^2-8\ell+\dfrac{28}{3}=0 \Rightarrow \ell(8-\ell)=\dfrac{28}{3}$，

△$AF_1F_2=\dfrac{1}{2}\ell\,(8-\ell)\sin60°=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{28}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$.

10.設圓$C:\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2=36$及圓$C$內一定點$A\left(3,2\right)$，通過$A$點且與圓$C$相（內）切的所有圓之圓心的軌跡（即圓心所成的圖形）的方程式爲____________ .

解答 $\dfrac{\left(x-1\right)^2}{9}+\dfrac{\left(y-2\right)^2}{5}=1$



解析 如圖，內切：$\begin{cases}\overline{OC}=6-r\\\overline{OA}=r\end{cases} \Rightarrow \overline{OC}+\overline{OA}=6>4$，

知O表橢圓軌跡

$\Rightarrow$中心$\left(1,2\right)$，左右型$2a=6 \Rightarrow a=3$， $2c=4 \Rightarrow c=2$， $\Rightarrow b=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$，

$\therefore$所求軌跡方程式為$\dfrac{(x-1)^2}{9}+\dfrac{(y-2)^2}{5}=1$．

11.設$P(a,b)$為橢圓$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$上的一點，則

(1) $2a-b$的最大值為＿＿＿＿＿＿＿．(2)此時P點的坐標為＿＿＿＿＿＿＿．

解答 (1)5;(2)$\left(\dfrac{8}{5},-\dfrac{9}{5}\right)$

解析 SOL 一

$P(a,b)$代入橢圓得$\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{b^2}{9}=1$，

利用柯西不等式$\left[\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{b}{3}\right)^2\right]\left[4^2+(-3)^2\right]\ge(2a-b)^2\Rightarrow -5\le 2a-b\le 5$，

(1) $2a-b$的最大值為 5．

(2) "$=$"成立$\Leftrightarrow \dfrac{\frac{a}{2}}{4}=\dfrac{\frac{b}{3}}{-3}\Rightarrow a=-\dfrac{8}{9}b$，

代入$2a-b=5$得$-\dfrac{16}{9}b-b=5\Rightarrow b=-\dfrac{9}{5}\Rightarrow a=\dfrac{8}{5}$，$\therefore P\left(\dfrac{8}{5},-\dfrac{9}{5}\right)$．

SOL 二

設參數式$\begin{cases}a=2\cos\theta\\ b=3\sin\theta\end{cases}$，$0\le\theta<2\pi$，$P(a,b)$

(1) $2a-b=4\cos\theta-3\sin\theta=5(\cos\theta\cdot\dfrac{4}{5}-\sin\theta\cdot\dfrac{3}{5})=5\cos(\theta+\phi)$，

其中$\cos\phi=\dfrac{4}{5},\sin\phi=\dfrac{3}{5}$

$\because -1\le\cos(\theta+\phi)\le 1\Rightarrow\cos(\theta+\phi)=1$時，$2a-b=5$最大

(2) 當$\cos(\theta+\phi)=1$時，$\theta+\phi=2\pi\Rightarrow\theta=2\pi-\phi$

$\cos\theta=\cos(2\pi-\phi)=\cos\phi=\dfrac{4}{5},\sin\theta=\sin(2\pi-\phi)=-\sin\phi=-\dfrac{3}{5}$

即$P(2\cos\theta,3\sin\theta)=(\dfrac{8}{5},-\dfrac{9}{5})$

12.若P點為橢圓$\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{11}=1$上的一點且$P$在第一象限．今已知$P$到焦點$(5,0)$的距離是$\dfrac{7}{2}$，則$P$點的坐標為＿＿＿＿．

解答 $\left(3,\dfrac{\sqrt{33}}{2}\right)$

解析 設$P\left(6\cos\theta,\sqrt{11}\sin\theta\right)$，

$\because \sqrt{(6\cos\theta-5)^2+11\sin^2\theta}=\dfrac{7}{2}$

$\Rightarrow 36\cos^2\theta-60\cos\theta+25+11\sin^2\theta=\dfrac{49}{4}$

$\Rightarrow 144\cos^2\theta-240\cos\theta+100+44\left(1-\cos^2\theta\right)=49$

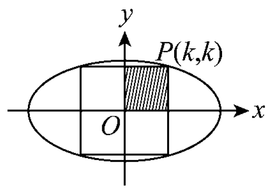
$\Rightarrow 20\cos^2\theta-48\cos\theta+19=0 \Rightarrow (10\cos\theta-19)(2\cos\theta-1)=0$，又$|\cos\theta|\le 1$

$\therefore \cos\theta=\dfrac{1}{2}$，而$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故$P\left(3,\dfrac{\sqrt{33}}{2}\right)$．

13.橢圓$\Gamma: 4x^2+9y^2=36$，則

(1)若P爲橢圓Γ上的動點且$A(-3,0)$，$B(0,-2)$，則△PAB面積最大值爲____________．

(2)橢圓Γ的內接正方形面積爲____________．



解答 (1)$3\left(\sqrt{2}+1\right)$;(2)$\dfrac{144}{13}$

解析 (1)$\Gamma: \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$，設$P(3\cos\theta,2\sin\theta)$，

$\overrightarrow{AB}=(3,-2)$，$\overrightarrow{AP}=(3\cos\theta+3,2\sin\theta)$，

$$\therefore \triangle ABP=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}3 & -2\\ 3\cos\theta+3 & 2\sin\theta\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|6\sin\theta+6\cos\theta+6\right|=3\left|\sin\theta+\cos\theta+1\right|$$

$$=3\left|\sqrt{2}(\sin\theta\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\cos\theta\cdot\frac{1}{\sqrt{2}})+1\right|$$

$$=3\left|\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})+1\right|$$，

又$-1\le\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})\le 1$，$\therefore$△$PAB$面積最大值爲$3\left(\sqrt{2}+1\right)$．

(2)設$P(k,k)$代入$4x^2+9y^2=36 \Rightarrow 13k^2=36$，$\therefore k^2=\dfrac{36}{13}$，$\therefore$所求爲$4k^2=\dfrac{144}{13}$．

14.已知一橢圓Γ的兩焦點爲$F(3,7)$，$F'(9,1)$，若直線$x+y=-2$爲Γ的一切線，則Γ的長軸長爲____________．

解答 $6\sqrt{10}$

解析 $m_{FF'}=\dfrac{7-1}{3-9}=-1$，且$m_{切}=-1$，表示切線過短軸的一端點且與長軸平行，

長軸方程式爲$y-6=(-1)(x-4) \Rightarrow x+y=10$，

$\therefore$兩平行線之距離爲$b=\left|\dfrac{2-(-10)}{\sqrt{2}}\right|=6\sqrt{2}$，$2c=\overline{FF'}=\sqrt{6^2+(-6)^2}=6\sqrt{2} \Rightarrow c=3\sqrt{2}$，

又 $a^2=b^2+c^2=\left(6\sqrt{2}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2=90\Rightarrow a=3\sqrt{10}$，$\therefore 2a=6\sqrt{10}$.

15.與直線 $x-y-2=0$ 垂直且與橢圓 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$ 相切的兩直線距離為____________ .

解答 $\sqrt{10}$

解析 $x-y-2=0\Rightarrow m=1$，切線斜率 $m=-1$

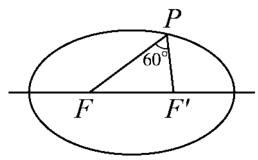
$\therefore m=-1$ 的切線： $y=-x\pm\sqrt{4\times(-1)^2+1}\Rightarrow x+y=\sqrt{5}$ 與 $x+y=-\sqrt{5}$，

$\therefore$ 所求兩切線距離為 $\dfrac{|\sqrt{5}+\sqrt{5}|}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\sqrt{10}$.

16.設 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{18}=1$ 上一點 P 與兩焦點 F 、 F'，夾角為 60 度，求△ PFF' 的面積為____________ .

解答 $6\sqrt{3}$

解析 設 $\overline{PF}=x$， $\overline{PF'}=10-x$，



$c^2=a^2-b^2=7\Rightarrow c=\sqrt{7}\Rightarrow \overline{FF'}=2\sqrt{7}$，

△ PFF' 中 $\cos 60^\circ=\dfrac{x^2+(10-x)^2-\left(2\sqrt{7}\right)^2}{2\times x\times(10-x)}$

$\Rightarrow x^2-10x+24=0\Rightarrow (x-6)(x-4)=0\Rightarrow x=6$ 或 $x=4$，

$\therefore$ △ PFF' 面積為 $\dfrac{1}{2}6\times4\times\sin 60^\circ=6\sqrt{3}$.

17.已知 P 為橢圓 $\dfrac{(x-1)^2}{4}+\dfrac{(y+2)^2}{9}=1$ 上的一點，則

(1) P 到直線 $2x-y+6=0$ 的最長距離為____________ .(2)此時 P 點的坐標為____________ .

解答 (1) $3\sqrt{5}$;(2) $\left(\dfrac{13}{5},-\dfrac{19}{5}\right)$

解析 設 $P(1+2\cos\theta,-2+3\sin\theta)$，

$d(P,L)=\left|\dfrac{2+4\cos\theta+2-3\sin\theta+6}{\sqrt{2^2+1^2}}\right|=\dfrac{\left|5\cos(\theta+\alpha)+10\right|}{\sqrt{5}}$，其中 $\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$， $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，

當 $\cos(\theta+\alpha)=1$ 時，有最大值 $\dfrac{15}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$，

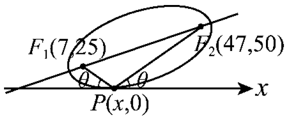
此時 $\theta+\alpha=0\Rightarrow\theta=-\alpha$， $\cos\theta=\cos(-\alpha)=\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$， $\sin\theta=\sin(-\alpha)=-\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$，

$\therefore P\left(\dfrac{13}{5},-\dfrac{19}{5}\right)$.

18.設橢圓兩焦點為 $(7,25)$、$(47,50)$，若此橢圓與 x 軸相切，則此橢圓的長軸長為____________ .

解答 85

解析 設切點 $P(x,0)$，如圖，根據切線性質入射角=反射角



二焦半徑斜率 $\tan\theta=\dfrac{-50}{x-47}$，

$$\tan(180°-\theta)=\frac{-25}{x-7}\Rightarrow\frac{-50}{x-47}=\frac{25}{x-7}\Rightarrow x=\frac{61}{3}\text{，即 }P(\frac{61}{3},0)$$

長軸長爲 $2a=\overline{PF_1}+\overline{PF_2}=\sqrt{\left(\dfrac{61}{3}-7\right)^2+25^2}+\sqrt{\left(\dfrac{61}{3}-47\right)^2+50^2}$

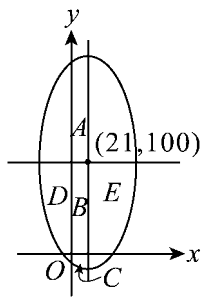
$$=\sqrt{\left(\frac{40}{3}\right)^2+25^2}+\sqrt{\left(\frac{80}{3}\right)^2+50^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2\left(8^2+15^2\right)}+\sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2\left(8^2+15\right)^2}\quad=\frac{5}{3}\times17+\frac{10}{3}\times17=85\ .$$

19.橢圓 $\dfrac{(x-21)^2}{21}+\dfrac{(y-100)^2}{100}=2100$ 在第一、二、三、四象限內的面積依次爲 R_1、R_2、R_3、R_4，則 $R_1-R_2+R_3-R_4=$____________ .

解答 8400

解析 由圖可知，



$R_1=\dfrac{1}{4}$橢$+A+B+E$， $R_2=\dfrac{1}{4}$橢$-A+D$，

$R_3=\dfrac{1}{4}$橢$-B-C-D$， $R_4=\dfrac{1}{4}$橢$-E+C$，

$\therefore R_1-R_2+R_3-R_4$

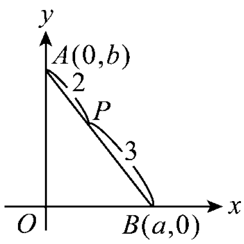
$=A+B+E+A-D-B-C-D+E-C$

$=2A+2E-2C-2D=2(B+C)+2(B+D)-2C-2D$

$=4B=4\times21\times100=8400$.

20.點 A 在 y 軸上移動，點 B 在 x 軸上移動，$\overline{AB}$ 長度爲 10， P 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:3$，則 P 點的軌跡方程式爲____________ .

解答 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{36}=1$



解析 設 $A(0,b)$， $B(a,0)$， $P:\begin{cases}x=\dfrac{3\times0+2\times a}{5}=\dfrac{2}{5}a\\ y=\dfrac{3\times b+2\times0}{5}=\dfrac{3}{5}b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{5}{2}x\\ b=\dfrac{5}{3}y\end{cases}$

又 $\overline{AB}=10\Rightarrow\overline{AB}^2=100\Rightarrow a^2+b^2=100\Rightarrow\left(\dfrac{5}{2}x\right)^2+\left(\dfrac{5}{3}y\right)^2=100\Rightarrow\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=4$，

$\therefore\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{36}=1$ 爲所求 .

21.設橢圓 $4x^2+9y^2=72$，則此橢圓切線斜率為 $\dfrac{2}{3}$ 的切線方程式為＿＿＿＿＿＿＿＿．

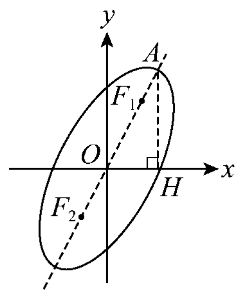
解答 $2x-3y\pm 12=0$

解析 $\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{y^2}{8}=1$，且 $m=\dfrac{2}{3}\Rightarrow y=mx\pm\sqrt{18m^2+8}\Rightarrow y=\dfrac{2}{3}x\pm 4\Rightarrow 2x-3y\pm 12=0$ ．

22.設橢圓 $\Gamma:\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x+1)^2+(y+2)^2}=6$，則

(1)在第一象限之頂點的坐標為＿＿＿＿＿＿＿＿．

(2)又 Γ 內接矩形中，周長最大者，其周長為＿＿＿＿＿＿＿＿．



解答 (1) $\left(\dfrac{3}{\sqrt{5}},\dfrac{6}{\sqrt{5}}\right)$;(2) $4\sqrt{13}$

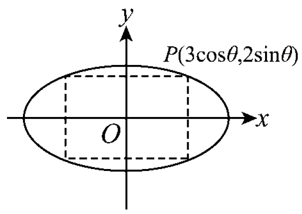
解析 (1) $F_1(1,2)$， $F_2(-1,-2)$，中心 $(0,0)$， $m_{長}=\dfrac{2+2}{1+1}=2$，

設 $2a=6\Rightarrow a=3$，又 $\overrightarrow{OF_1}=(1,2)$

$\therefore$第一象限頂點 $A:(0,0)+3\times\dfrac{(1,2)}{\sqrt{5}}=\left(\dfrac{3}{\sqrt{5}},\dfrac{6}{\sqrt{5}}\right)$ ．

(2) $a^2=b^2+c^2\Rightarrow 3^2=b^2+\left(\sqrt{5}\right)^2\Rightarrow b=2$，

$\therefore$和 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 有相同矩形周長，



$\therefore$周長為 $4(3\cos\theta+2\sin\theta)=4\sqrt{13}\cos(\theta-\phi)$，

$\because -1\le\cos(\theta-\phi)\le 1$，$\therefore$最大周長為 $4\sqrt{13}$ ．