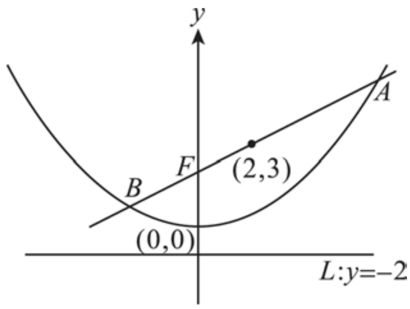
高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：100.03.17					
範圍	1-2,3 拋物線與直線 橢圓	班級	二年____班	姓名	
		座號			

一、填充題 (每題 10 分)

1. A、B 兩點在拋物線 $y=\dfrac{1}{8}x^2$ 上，且 $\overline{AB}$ 的中點坐標爲 $(2,3)$，若 F 爲拋物線的焦點，則 $\overline{AF}+\overline{BF}=$ ____________ .

解答 10



解析 原式 $\Rightarrow x^2=8y\Rightarrow$ 頂點 $(0,0)$， $c=2$，開口向上，

設 $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$，

$(2,3)=(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2})\Rightarrow y_1+y_2=6$

$\therefore\ \overline{AF}+\overline{BF}=d(A,L)+d(B,L)$

$=(y_1+c)+(y_2+c)=(y_1+y_2)+2c=6+4=10$.

2.已知直線 $y=-x-k$ 是拋物線 $x^2+x-3y-5=0$ 的切線，則(1)$k=$________ . (2)切點爲____________ .

解答 (1)3;(2) $(-2,-1)$

解析 (1) $y=-x-k$ 代入拋物線方程式 $\Rightarrow x^2+x-3(-x-k)-5=0\Rightarrow x^2+4x+3k-5=0$，

$\because$ 相切， $\therefore D=0$， $\therefore k=3$.

(2) $x^2+4x+4=0\Rightarrow(x+2)^2=0$， $\therefore x=-2$，故切點 $(-2,-1)$.

3.拋物線 $y=-x^2+5x+3$ 的一切線 L 且垂直 $x-3y=5$，則 L 的方程式爲____________ .

解答 $3x+y=19$

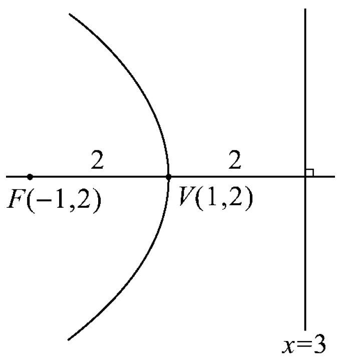
解析 設 $L:3x+y=k\Rightarrow y=k-3x$ 代入拋物線，

$(k-3x)=y=-x^2+5x+3\Rightarrow x^2-8x+(k-3)=0$，

$\because$ 相切， $\therefore D=0\Rightarrow(-8)^2-4(k-3)=0\Rightarrow k=19$， $\therefore L:3x+y=19$.

4.設 L 爲過點 $(-1,0)$ 且斜率爲 m 的直線，若 L 與拋物線 $y^2=4x$ 相交於相異兩點，則 m 的範圍爲___ .

解答 $-1<m<1$, $m\neq0$



解析 設 $L:y=m(x+1)$， $\therefore x=\dfrac{y-m}{m}$ ($m\neq0$)，代入 $y^2=4x$

$\Rightarrow y^2=4\cdot\dfrac{y-m}{m}\Rightarrow my^2-4y+4m=0$，

$\because$ 有兩相異實根， $\therefore D>0$

$\Rightarrow 16-4m\cdot4m>0\Rightarrow 1-m^2>0\Rightarrow m^2-1<0$，

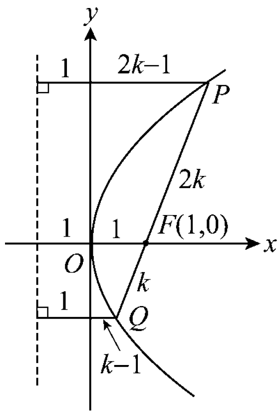
$\therefore -1<m<1$. $m\neq0$

5.設 k 爲一常數，已知 $\Gamma:\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}=\left|\dfrac{x+y+k}{\sqrt{2}}\right|$，圖形爲一直線，則 $k=$____________．

$\boxed{解答}$ -2

$\boxed{解析}$ $\because \Gamma$ 圖形爲一直線，則 $(1,1)$ 在 $x+y+k=0$ 上；代入 $1+1+k=0\Rightarrow k=-2$

6.在坐標平面上，過 $F(1,0)$ 的直線交拋物線 $y^2=4x$ 於 P、Q 兩點，P 在上半平面且 $\overline{PF}=2\overline{QF}$，則 P 的 x 坐標爲____________．



$\boxed{解答}$ 2

$\boxed{解析}$ $\because \overline{PF}=2\overline{QF}$，$\therefore$設 $\overline{PF}=2k$，$\overline{QF}=k$，

$\therefore P(2k-1,y_1)$，$Q(k-1,y_2)$，

由分點公式：$1=\dfrac{2(k-1)+(2k-1)}{3}$

$\Rightarrow 3=4k-3$，$k=\dfrac{3}{2}$，

故所求爲 $2k-1=3-1=2$．

7.已知拋物線 $\Gamma:(x-1)^2=4(y+1)$，L 爲過點 $(0,-3)$ 與 Γ 相切的直線，其斜率小於 0，則 (1)直線 L 的方程式爲____________．(2)切點坐標爲____________．

$\boxed{解答}$ (1) $y=-2x-3$;(2) $(-3,3)$

$\boxed{解析}$ (1)設切線方程式爲 $y+3=m(x-0)$，$\therefore y=mx-3$ 代入 Γ

$\Rightarrow (x-1)^2=4(mx-2)\Rightarrow x^2+(-2-4m)x+9=0$，

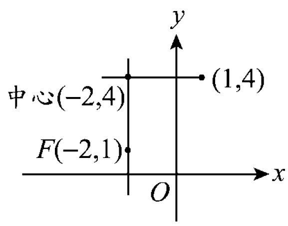
$\because$相切，$\therefore D=0\Rightarrow(-2-4m)^2-4\cdot1\cdot9=0$，$\therefore -2-4m=\pm6$，

又 $m<0$，$\therefore$取 $m=-2$，故切線方程式爲 $y=-2x-3$．

(2) $x^2+6x+9=0\Rightarrow(x+3)^2=0$，$\therefore x=-3$，故切點 $(-3,3)$．

8.有一橢圓其一焦點爲 $(-2,1)$，短軸的一端點爲 $(1,4)$，長軸平行 y 軸，則此橢圓的方程式爲____________．

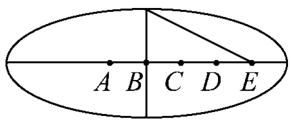
$\boxed{解答}$ $\dfrac{(x+2)^2}{9}+\dfrac{(y-4)^2}{18}=1$



$\boxed{解析}$ 中心 $(-2,4)$，$b=3$，$c=3\Rightarrow a^2=18$，

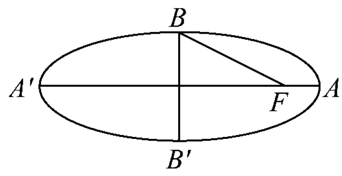
上下型，故方程式爲 $\dfrac{(x+2)^2}{9}+\dfrac{(y-4)^2}{18}=1$．

9.如圖是一個橢圓，且 A、B、C、D、E 五個點中有一爲其焦點；試判斷其焦點爲____________．



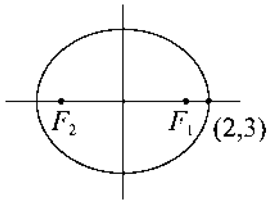
解答 E

解析 利用 $\overline{BF}=a$，故選點 E .



10.已知橢圓的長軸平行 x 軸且長軸上一個頂點 $(2,3)$ 到兩個焦點 F_1、F_2 的距離分別為 4 及 10；若橢圓的中心 x 坐標小於 2，則橢圓的方程式為__________ .

解答 $\dfrac{(x+5)^2}{49}+\dfrac{(y-3)^2}{40}=1$



解析 $\begin{cases}a-c=4\\a+c=10\end{cases}\Rightarrow a=7$， $c=3$，

$\therefore$中心 $(-5,3)$， $b^2=a^2-c^2=40$，

故橢圓方程式為 $\dfrac{(x+5)^2}{49}+\dfrac{(y-3)^2}{40}=1$.

11.橢圓 $4x^2+9y^2-24x+18y+9=0$ 的兩焦點坐標為__________ .

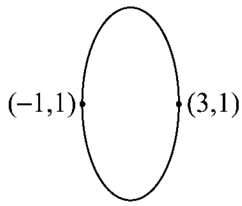
解答 $\left(3\pm\sqrt{5},-1\right)$

解析 原式 $\Rightarrow 4(x-3)^2+9(y+1)^2=36+9-9=36\Rightarrow\dfrac{(x-3)^2}{9}+\dfrac{(y+1)^2}{4}=1$

$\Rightarrow$ 左右型，中心 $(3,-1)$， $c=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$， $\therefore$焦點 $\left(3\pm\sqrt{5},-1\right)$.

12.橢圓短軸兩端點坐標為 $(-1,1)$、$(3,1)$，正焦弦長 $\dfrac{8}{3}$，則橢圓方程式為__________ .

解答 $\dfrac{(x-1)^2}{4}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$



解析 中心 $\left(\dfrac{-1+3}{2},\dfrac{1+1}{2}\right)\Rightarrow(1,1)$ 又 $2b=4\Rightarrow b=2$，

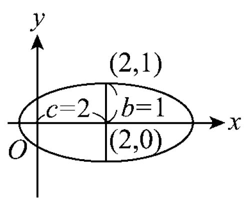
$\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{8}{3}\Rightarrow b^2=\dfrac{4}{3}a\Rightarrow a=3$， $\because$上下型，所求為 $\dfrac{(x-1)^2}{4}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$.

13.設圓錐曲線有頂點 $(2,1)$，焦點 $(0,0)$，則

(1)若為長軸平行於 x 軸的橢圓，則橢圓方程式為__________ .

(2)若為拋物線，則準線方程式為__________ .

解答 (1) $\dfrac{(x-2)^2}{5}+\dfrac{y^2}{1}=1$;(2) $2x+y=10$

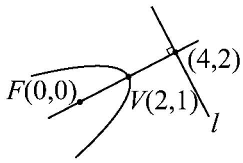


解析 (1)由圖得中心 $(2,0)$， $b=1$， $c=2$，

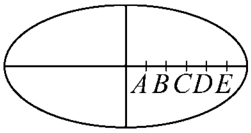
又 $a^2=b^2+c^2=1+4=5$，且為左右型，

$\therefore$橢圓方程式為 $\dfrac{(x-2)^2}{5}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

(2) $m_{\overline{VF}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow m_\ell=-2$，則準線 $\ell: 2x+y=10$.

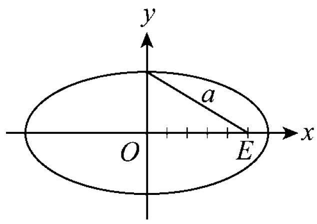


14.如圖，用尺量量看，哪一點最有可能是橢圓的焦點？答：____________．（請填代號）



解答 E

解析 如圖，焦點爲點 E ．



15.已知橢圓方程式 $\dfrac{(x+2)^2}{9}+\dfrac{(y-3)^2}{16}=1$，則

(1)焦點爲____________． (2)長軸長爲____________． (3)短軸方程式爲____________．
(4)正焦弦長爲____________． (5)中心爲____________．

解答 (1)$\left(-2,3\pm\sqrt{7}\right)$;(2)8;(3) $y=3$;(4)$\dfrac{9}{2}$;(5)$(-2,3)$

解析 (1)中心$(-2,3)$， $a=4$， $b=3$，上下型$\Rightarrow c=\sqrt{7}$，$\therefore$焦點$\left(-2,3\pm\sqrt{7}\right)$．

(2) $2a=8$．(3) $y=3$．(4) $\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\times 9}{4}=\dfrac{9}{2}$．(5)中心$(-2,3)$．

16.設 $\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{(x-5)^2+(y+12)^2}=k$ 的圖形是橢圓，則常數 k 的範圍爲____________．

解答 $k>13$

解析 令 $F_1(0,0)$， $F_2(5,-12)$， $2a=k$， $2c=\overline{F_1F_2}=13$，$\because$爲一橢圓，$\therefore 2a>2c$，故 $k>13$．

17.橢圓的兩焦點 $F_1(0,4)$， $F_2(0,-4)$，長軸長爲 10，則此橢圓方程式爲____________．

解答 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}=1$

解析 $F_1(0,4)$， $F_2(0,-4)\Rightarrow c=4$， $2a=10\Rightarrow a=5$，$\therefore b=3$，

此橢圓爲上下型，$\therefore$方程式爲 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}=1$．

18.橢圓的兩焦點爲 $F_1(4,0)$，$F_2(-4,0)$，又 $P(4,6)$ 爲橢圓上一點，則橢圓的方程式爲____________．

解答 $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{48}=1$

解析 中心$(0,0)$，

$\overline{PF_1}+\overline{PF_2}=2a\Rightarrow 2a=6+10$，$\therefore a=8$， $c=\dfrac{\overline{F_1F_2}}{2}=4$，$\therefore b^2=8^2-4^2=48$，

左右型，$\therefore$橢圓方程式爲 $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{48}=1$．

19.設橢圓短軸的頂點爲$(1,-2)$、$(-3,-2)$，一焦點爲$(-1,2)$，則此橢圓的方程式爲＿＿＿＿＿＿．

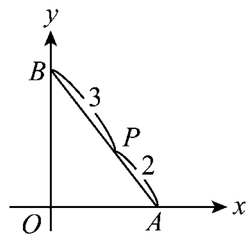
解答　$\dfrac{(x+1)^2}{4}+\dfrac{(y+2)^2}{20}=1$

解析　中心爲$(1,-2)$、$(-3,-2)$的中點$\Rightarrow(-1,-2)$，

又$c=4$，$b=2$，$\therefore a=2\sqrt{5}$，$\therefore$橢圓方程式爲$\dfrac{(x+1)^2}{4}+\dfrac{(y+2)^2}{20}=1$．

20.坐標平面上，設A是x軸上的動點，B是y軸上的動點，$\overline{AB}=5$，又點P在$\overline{AB}$上且$\overline{PA}=2$，則所有動點P所形成圖形的方程式爲＿＿＿＿＿＿．

解答　$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$



解析　令$A(a,0)$，$B(0,b)$，$P(x,y)$，

$\because \overline{PA}:\overline{PB}=2:3$，$\therefore x=\dfrac{3a}{5}$，$y=\dfrac{2b}{5}$，

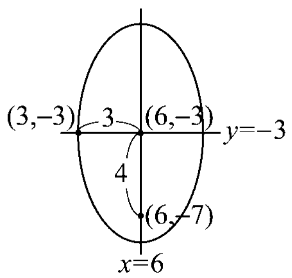
$\Rightarrow a^2+b^2=\left(\dfrac{5}{3}x\right)^2+\left(\dfrac{5}{2}y\right)^2=5^2\Rightarrow\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$．

21.橢圓的對稱軸平行於坐標軸，一短軸端點爲$(3,-3)$，一焦點爲$(6,-7)$，其正焦弦長爲＿＿＿＿＿＿．

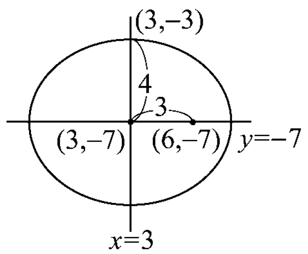
解答　$\dfrac{18}{5}$或$\dfrac{32}{5}$

解析　①由右圖得中心$(6,-3)\Rightarrow b=3$，$c=4$，

又$a^2=b^2+c^2\Rightarrow a=5$，$\therefore$正焦弦長爲$\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{18}{5}$．



②由右圖得中心$(3,-7)\Rightarrow b=4$，$c=3\Rightarrow a=5$，$\therefore$正焦弦長爲$\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{32}{5}$．



由①②得正焦弦長爲$\dfrac{18}{5}$或$\dfrac{32}{5}$．