高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：99.12.23					
範圍	3-1 圓方程式	班級	二年____班	姓名	
		座號			

一、填充題 (每題 10 分)

1. 若 $A(2,5)$， $B(3,-1)$ 為一圓直徑的二端點，則此圓的方程式為____________ .

解答 $x^2+y^2-5x-4y+1=0$

解析 $(x-2)(x-3)+(y-5)(y+1)=0\Rightarrow x^2+y^2-5x-4y+1=0$.

2.已知方程式 $ax^2+bxy+3y^2+3x-9y+f=0$ 的圖形是一個圓，其中 f 是整數，並取其最大值，則 (1)數對 $(a,b)=$____________； (2) $f=$____________ .

解答 (1) $(3,0)$;(2)7

解析 (1)方程式的圖形是一圓， x^2 項的係數與 y^2 項的係數相等，

且 xy 項之係數為 0，∴數對 $(a,b)=(3,0)$.

(2) $3x^2+3y^2+3x-9y+f=0\Rightarrow 3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+3\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{2}-f$ ，

圖形表一圓 $\Rightarrow \frac{15}{2}-f>0$， $f<\frac{15}{2}$， f 是整數，取 f 之最大值為 7 .

3.過 $(5,1)$， $(3,1)$ 兩點且圓心在 $x+2y-2=0$ 線上的圓方程式可表為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ ，則數對 $(d,e,f)=$____ .

解答 $(-8,2,12)$

解析 圓心在 $x+2y-2=0$ 線上 $\Rightarrow$ 設圓心 $C(2-2t,t)$ ，

圓過 $A(5,1),B(3,1)\Rightarrow \overline{CA}=\overline{CB}$ ， $(2-2t-5)^2+(t-1)^2=(2-2t-3)^2+(t-1)^2$

$t=-1\Rightarrow$ 圓心 $(4,-1)$，半徑 $r=\overline{CA}=\sqrt{(5-4)^2+(1+1)^2}=\sqrt{5}$,

圓方程式為 $(x-4)^2+(y+1)^2=5\Rightarrow x^2+y^2-8x+2y+12=0$ $\therefore (d,e,f)=(-8,2,12)$.

4.平面上二定點 $A(1,2)$， $B(-2,-4)$，若動點 $P(x,y)$ 滿足 $\overline{PA}=2\overline{PB}$，求所有 P 點所成圖形之方程式為____________ .

解答 $x^2+y^2+6x+12y+25=0$

解析 $\overline{PA}^2=4\overline{PB}^2\Rightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=4\left[(x+2)^2+(y+4)^2\right]$

$\Rightarrow 3x^2+3y^2+18x+36y+75=0\Rightarrow x^2+y^2+6x+12y+25=0$.

5.求過三點 $A(0,0)$， $B(4,0)$， $C(2,4)$ 的圓方程式____________ .

解答 $x^2+y^2-4x-3y=0$

解析 設圓方程式為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$,

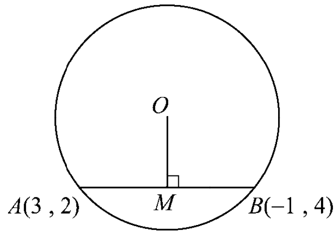
過 $A(0,0)\Rightarrow f=0$,

$B(4,0)\Rightarrow 16+4d+f=0\Rightarrow d=-4$,

$C(2,4)\Rightarrow 20+2d+4e+f=0\Rightarrow e=-3$,

$\therefore$所求為 $x^2+y^2-4x-3y=0$ ．

6.已知圓過點 $A(3,2)$， $B(-1,4)$ 且弦心距為 $\sqrt{5}$，則此圓方程式為＿＿＿＿＿＿＿ ．



解答 $x^2+(y-1)^2=10$ 或 $(x-2)^2+(y-5)^2=10$

解析 設 M 為 A、B 的中點，C 為圓心，r 為半徑，

$M\ (1,3)$， 又 $\overrightarrow{AB}=(-4,2)=2(-2,1)\Rightarrow C(1+t,3+2t)$，

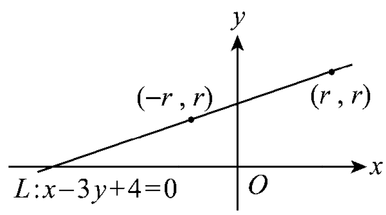
又 $\overline{CM}=\sqrt{5}\Rightarrow \overline{CM}^2=5\Rightarrow (t)^2+(2t)^2=5\Rightarrow 5t^2=5$， $\therefore t=\pm 1$，

當 $t=1\Rightarrow C(2,5)$， $r^2=\overline{OA}^2=10$， $C:(x-2)^2+(y-5)^2=10$，

當 $t=-1\Rightarrow C(0,1)$， $r^2=\overline{OA}^2=10$， $\therefore\therefore C:x^2+(y-1)^2=10$ ．

$\therefore$方程式為 $x^2+(y-1)^2=10$ 或 $(x-2)^2+(y-5)^2=10$ ．

7.圓心在直線 $L:x-3y+4=0$ 上，且與兩坐標軸相切之圓方程式為＿＿＿＿＿＿＿ ．（有兩解）



解答 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 或 $(x+1)^2+(y-1)^2=1$

解析 設圓心 (r,r) 或 $(-r,r)$，

①(r,r) 代入 $x-3y+4=0\Rightarrow r-3r+4=0\Rightarrow r=2$

$\therefore$圓方程式為 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$，

②$(-r,r)$ 代入 $x-3y+4=0\Rightarrow -r-3r+4=0\Rightarrow r=1$

$\therefore$圓方程式為 $(x+1)^2+(y-1)^2=1$，

由①②得 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 或 $(x+1)^2+(y-1)^2=1$ ．

8.設一圓過 $A(1,3)$，半徑為 4，圓心在 $x-y-2=0$ 上，則此圓的方程式為＿＿＿＿＿＿＿ ．

解答 $(x-1)^2+(y+1)^2=16$ 或 $(x-5)^2+(y-3)^2=16$

解析 圓心在 $x-y-2=0$ 上，$\therefore$設圓心為 $O(t,t-2)$，

$\Rightarrow \overline{OA}=4\Rightarrow (t-1)^2+(t-5)^2=16\Rightarrow t^2-6t+5=0\Rightarrow (t-1)(t-5)=0$， $\therefore t=1$ 或 5

故圓方程式為 $(x-1)^2+(y+1)^2=16$ 或 $(x-5)^2+(y-3)^2=16$ ．

9.求符合下列條件之圓方程式：

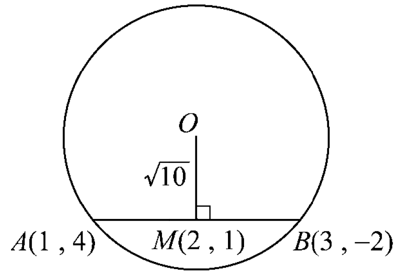
(1)圓心在 $x+2y=3$ 上且過 $(5,1)$， $(3,1)$ 之圓方程式為＿＿＿＿＿＿＿；

(2)過點 $A(1,4)$， $B(3,-2)$ 且 $\overline{AB}$ 之弦心距為 $\sqrt{10}$ 之圓方程式為＿＿＿＿＿＿＿ ．

$\boxed{\text{解答}}$ (1)$(x-4)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$;(2)$(x+1)^2+y^2=20$或$(x-5)^2+(y-2)^2=20$

$\boxed{\text{解析}}$ (1)圓心在$x+2y=3$上，$\therefore$設圓心為$(3-2t,t)$

$\Rightarrow\sqrt{(2t+2)^2+(1-t)^2}=\sqrt{4t^2+(1-t)^2}\Rightarrow 8t+4=0$，$\therefore t=-\frac{1}{2}$



$\Rightarrow$圓心為$\left(4,-\frac{1}{2}\right)$，$\therefore$半徑$=\sqrt{4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(1+\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{13}{4}}$，

故圓為$(x-4)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$.

(2)設M為A、B中點，O為圓心，r為半徑，

$M(2,1)$，$m_{\overline{AB}}=-3$，$\therefore m_{\overline{OM}}=\frac{1}{3}$，　$\therefore \overleftrightarrow{OM}:y-1=\frac{1}{3}(x-2)\Rightarrow x-3y+1=0$，

$\therefore$設圓心O為$(3t-1,t)$，　$\because \overline{OM}=\sqrt{10}$，$\therefore\sqrt{(3t-3)^2+(t-1)^2}=\sqrt{10}\Rightarrow(t-1)^2=1$，

$\therefore t-1=\pm1\Rightarrow t=0$或$2$，$\therefore$圓心為$(-1,0)$或$(5,2)$，而$r=\overline{OA}=\sqrt{20}$，

故圓為$(x+1)^2+y^2=20$或$(x-5)^2+(y-2)^2=20$.

10.就k值討論方程式$x^2+y^2-2x+ky+(k+3)=0$的圖形：

(1)若圖形不存在，則k的範圍為__________；(2)若為一點，則此點坐標為__________ .

$\boxed{\text{解答}}$ (1)$2-2\sqrt{3}<k<2+2\sqrt{3}$　(2)$\left(1,-1\pm\sqrt{3}\right)$

$\boxed{\text{解析}}$ (1)原式$\Rightarrow(x-1)^2+\left(y+\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{4}-k-2$，

若圖形不存在$\Rightarrow\frac{k^2}{4}-k-2<0\Rightarrow k^2-4k-8<0\Rightarrow 2-2\sqrt{3}<k<2+2\sqrt{3}$.

(2)若圖形為一點，即圓心$\left(1,-\frac{k}{2}\right)$，

又$\frac{k^2}{4}-k-2=0\Rightarrow k^2-4k-8=0\Rightarrow k=2\pm2\sqrt{3}$，　$\therefore$圓心$\left(1,-\frac{k}{2}\right)=\left(1,-1\pm\sqrt{3}\right)$.

11.有一圓通過$A(1,1)$且與已知圓$x^2+y^2-4x-2y=0$有相同圓心，此圓的方程式為__________ .

$\boxed{\text{解答}}$ $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

$\boxed{\text{解析}}$ $x^2+y^2-4x-2y=0\Rightarrow(x-2)^2+(y-1)^2=5$，

設圓方程式$(x-2)^2+(y-1)^2=k$，代入$A(1,1)\Rightarrow k=1\Rightarrow$圓為$(x-2)^2+(y-1)^2=1$.

12.求合於下列條件之圓方程式：

(1)圓心為$(-1,2)$，半徑為 4 之圓方程式為＿＿＿＿＿＿；
(2)圓心在點$Q(2,-1)$且通過點$P(5,7)$之圓方程式為＿＿＿＿＿＿ .

解答 (1)$(x+1)^2+(y-2)^2=16$;(2)$(x-2)^2+(y+1)^2=73$

解析 (1)$(x+1)^2+(y-2)^2=16$.

(2)$r=\overline{PQ}=\sqrt{(5-2)^2+(7+1)^2}=\sqrt{73}$， 所求圓方程式為$(x-2)^2+(y+1)^2=73$.

13.求下列各圓C之圓心C坐標及半徑r：
(1)過$A(-2,1)$，$B(3,4)$且圓心在x軸上，則①圓心C坐標為＿＿＿＿＿＿，②半徑$r=$ ＿＿＿＿＿＿；
(2)$5x^2+5y^2+x-9y-44=0$，則①圓心C坐標為＿＿＿＿＿＿，②半徑$r=$＿＿＿＿＿＿ .

解答 (1)①$(2,0)$ ②$\sqrt{17}$;(2)①$\left(-\frac{1}{10},\frac{9}{10}\right)$ ②$\frac{\sqrt{962}}{10}$

解析 (1)設圓心$C(t,0)$，$\because \overline{CA}=\overline{CB}$，$\therefore \overline{CA}^2=\overline{CB}^2$ $\Rightarrow (t+2)^2+1=(t-3)^2+16 \Rightarrow t=2$，

$\therefore$圓心$(2,0)$，$r=\overline{CA}=\sqrt{4^2+1}=\sqrt{17}$.

(2)原式$\Rightarrow x^2+y^2+\frac{1}{5}x-\frac{9}{5}y-\frac{44}{5}=0 \Rightarrow \left(x+\frac{1}{10}\right)^2+\left(y-\frac{9}{10}\right)^2=\frac{44}{5}+\frac{1}{100}+\frac{81}{100}=\frac{962}{100}$，

$\therefore$圓心$\left(-\frac{1}{10},\frac{9}{10}\right)$，$r=\sqrt{\frac{962}{100}}=\frac{\sqrt{962}}{10}$.

14.設圓C的圓心在$(-2,-3)$且與另一圓$C':(x-1)^2+(y-1)^2=1$內切，求圓C的方程式為＿＿＿＿＿ .

解答 $(x+2)^2+(y+3)^2=36$

解析 圓C半徑$r=\sqrt{3^2+4^2}+1=5+1=6$，$\therefore$圓C方程式為$(x+2)^2+(y+3)^2=36$.

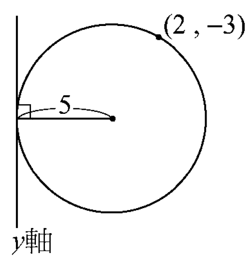
15.直線$L:y=ax+b$通過一、三、四象限，則圓$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$的圓心在第＿＿＿＿＿＿象限 .

解答 四

解析 通過一、三、四象限$\Rightarrow x$截距>0，y截距<0，
① $x=0$代入$L \Rightarrow y=b<0$，
② $y=0$代入$L \Rightarrow 0=ax+b \Rightarrow x=\frac{-b}{a}>0$，
又$b<0$，$\therefore a>0$，因此圓心(a,b)在第四象限 .

16.有一圓通過點$P(2,-3)$且與y軸相切，若此圓的半徑為 5，試求此圓的方程式為＿＿＿＿＿＿ .
（有兩解）

解答 $(x-5)^2+(y-1)^2=25$或$(x-5)^2+(y+7)^2=25$



解析　設圓心$(5,k)$，∵過$(2,-3)$，則$\sqrt{3^2+(k+3)^2}=5\Rightarrow 9+(k+3)^2=25$

$\Rightarrow (k+3)^2=16\Rightarrow k+3=\pm 4\Rightarrow k=1$或$-7$，又$r=5$

∴所求為$(x-5)^2+(y-1)^2=25$或$(x-5)^2+(y+7)^2=25$.

17.已知坐標平面上一點$A(5,3)$，B為圓$C: x^2+y^2-2x+6y+6=0$上的動點，以$\overline{AB}$中點所成的軌跡方程式為____________．（以$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$表之）

解答　$x^2+y^2-6x+8=0$

解析　圓心$(1,-3)$，半徑為$\sqrt{1+9-6}=2$，

∴設$B\ (1+2\cos\theta,\ -3+2\sin\theta)\Rightarrow \overline{AB}$之中點$M\ (3+\cos\theta,\sin\theta)$

$\Rightarrow \begin{cases} x=3+\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases} \Rightarrow (x-3)^2+y^2=1\Rightarrow x^2+y^2-6x+8=0$.

18.若m為實數，方程式$x^2+y^2+2(m+2)x-2(m+3)y+3m^2+2=0$表一圓，則最大圓半徑=____________.

解答　6

解析　$x^2+y^2+2(m+2)x-2(m+3)y+3m^2+2=0$

$\Rightarrow [x+(m+2)]^2+[y-(m+3)]^2=(m+2)^2+(m+3)^2-3m^2-2$,

$r=\sqrt{(m+2)^2+(m+3)^2-3m^2-2}=\sqrt{-m^2+10m+11}=\sqrt{-(m-5)^2+36}$,

∴最大圓半徑$r=6$.

19.若$P(x,y)$為圓$x^2+y^2-4x-2y+3=0$上任一點，則$2x-y$的最大值為____________.

解答　$3+\sqrt{10}$

解析　$x^2+y^2-4x-2y+3=0\Rightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=2$,

利用柯西不等式，$\left[(x-2)^2+(y-1)^2\right]\left[2^2+(-1)^2\right]\ge (2x-4-y+1)^2\Rightarrow 10\ge (2x-y-3)^2$,

$\therefore 3-\sqrt{10}\le 2x-y\le 3+\sqrt{10}$，故$2x-y$的最大值為$3+\sqrt{10}$.

20.設k是一個實數,方程式$x^2+y^2+2kx-ky+(k-1)=0$的圖形是一個圓,則最小圓的方程式為____.

解答　$\left(x+\frac{2}{5}\right)^2+\left(y-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{4}{5}$

解析　$x^2+y^2+2kx-ky+(k-1)=0\Rightarrow (x+k)^2+\left(y-\frac{k}{2}\right)^2=k^2+\frac{k^2}{4}-k+1=\frac{5}{4}\left(k-\frac{2}{5}\right)^2+\frac{4}{5}$,

$k=\frac{2}{5}$時，r^2的最小值為$\frac{4}{5}$，此時圓心$O\left(-k,\frac{k}{2}\right)=\left(-\frac{2}{5},\frac{1}{5}\right)$，

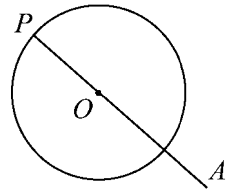
$\therefore$最小圓方程式為$\left(x+\frac{2}{5}\right)^2+\left(y-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{4}{5}$.

21.x、y為實數且$x^2+y^2-2x+4y=0$，則

(1)$(x-3)^2+(y-2)^2$的最大值為________；(2)$2x-y$的最小值為________ .

解答 (1)45;(2)-1

解析 (1)$x^2+y^2-2x+4y=0\Rightarrow O(1,-2)$，$r=\sqrt{5}$，



設$(x-3)^2+(y-2)^2=\overline{PA}^2$，其中$P(x,y)$，$A(3,2)$，

得$\overline{PA}^2$的最大值為$\left(\overline{OA}+r\right)^2=\left(2\sqrt{5}+\sqrt{5}\right)^2=45$.

(2)$(x-1)^2+(y+2)^2=5\quad\Rightarrow\left[(x-1)^2+(y+2)^2\right]\left[2^2+(-1)^2\right]\geq(2x-2-y-2)^2$，

$\therefore 5\cdot5\geq(2x-y-4)^2\Rightarrow-5\leq2x-y-4\leq5\Rightarrow-1\leq2x-y\leq9$，　故$2x-y$的最小值為$-1$.

22.設x、y為實數且滿足$x^2+y^2=4$，則(1)$4x-3y+2$的最大值為__________；(2)$x\cdot y$的最小值為__________ .

解答 (1)12;(2)-2

解析 (1)令$x=2\cos\theta$，$y=2\sin\theta$代入$4x-3y+2=8\cos\theta-6\sin\theta+2$，

$\therefore$最大值為$\sqrt{8^2+6^2}+2=12$.

(2)$x\cdot y=2\cos\theta\cdot2\sin\theta=2\sin2\theta\geq2\times(-1)=-2$.

23.坐標平面上，三直線$L_1:3x-4y-19=0$，$L_2:4x+3y-17=0$，$L_3:x+7=0$圍成一個三角形，求

(1)三角形的外接圓方程式為__________；

(2)三角形的內心的坐標為__________；

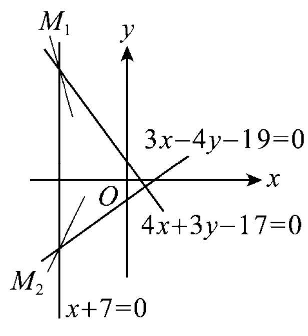
(3)三角形的內切圓方程式為__________ .

解答 (1)$x^2+y^2+14x-5y-101=0$;(2)$(-2,0)$;(3)$(x+2)^2+y^2=25$

解析 (1)L_1，L_2交於$A(5,-1)$，L_2，L_3交於$B(-7,15)$，L_1，L_3交於$C(-7,-10)$，

設圓$C:x^2+y^2+dx+ey+f=0$，A、B、C三點代入圓C

$$\Rightarrow\begin{cases}25+1+5d-e+f=0\cdots\cdots①\\49+225-7d+15e+f=0\cdots\cdots②\\49+100-7d-10e+f=0\cdots\cdots③\end{cases}$$



②$-$③$\Rightarrow125+25e=0$，$\therefore e=-5$，

①−②$\Rightarrow-248+12d-16e=0$，

$\therefore d=14$，代回①得$f=-101$，　$\therefore$

$C:x^2+y^2+14x-5y-101=0$.

(2) $M_1:\dfrac{x+7}{\sqrt{1+0}}=-\dfrac{4x+3y-17}{\sqrt{16+9}}\Rightarrow 3x+y+6=0$，

$M_2:\dfrac{x+7}{\sqrt{1+0}}=-\dfrac{3x-4y-19}{\sqrt{9+16}}\Rightarrow 2x-y+4=0$，

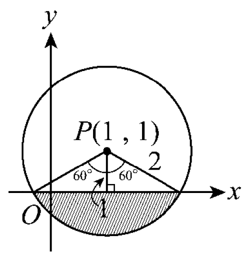
$\therefore I:\begin{cases}3x+y+6=0\\2x-y+4=0\end{cases}\Rightarrow I(-2,0)$.

(3) $r=d(I,L_3)=5$，$\therefore$內切圓方程式為$(x+2)^2+y^2=25$.

24.方程式$x^2+y^2+4kx-6ky+12k^2+(-4k)-8=0$表一圓時，則

(1)圓心軌跡方程式為____________（對任意實數k均成立）；(2)面積最小的圓，其方程式為____________ .

解答 (1) $3x+2y=0$;(2) $(x-4)^2+(y+6)^2=4$



解析 (1)配方得$(x+2k)^2+(y-3k)^2=k^2+4k+8$，

令圓心$(x,y)=(-2k,3k)$，$x=-2k$，$y=3k\Rightarrow 3x+2y=0$.

(2)由(1)令$r^2=k^2+4k+8=(k+2)^2+4$，

當$k=-2$時$r^2=4$最小，圓心$(4,-6)$，故最小的圓方程式為$(x-4)^2+(y+6)^2=4$.

25.已知一圓Γ之方程式為$x^2+y^2-2x-2y-2=0$，

(1)以S表「Γ在x軸下方部分與x軸所圍成之區域」，則S的面積為____________；

(2)以$A(-2,5)$為圓心，作一圓C與圓Γ相外切，則圓C的方程式為____________ .

解答 (1) $\dfrac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$;(2) $(x+2)^2+(y-5)^2=9$

解析 (1) $\Gamma:(x-1)^2+(y-1)^2=4$，S的面積$=\dfrac{1}{2}\cdot2^2\cdot\dfrac{2}{3}\pi-\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot2\sin120^\circ=\dfrac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$.

(2)圓心$A(-2,5)$，$r=\overline{AP}-2=\sqrt{3^2+4^2}-2=3$，$\therefore$圓$C$方程式$(x+2)^2+(y-5)^2=9$.

27.若$(6,2)$，$(4,6)$，$(-3,5)$，$(k,-3)$四點在同一圓上，則$k=$____________ .

解答 1

解析 設所求之圓方程式為$x^2+y^2+dx+ey+f=0$，

$(6,2)$代入得$40+6d+2e+f=0$ $\quad d=-2$

$(4,6)$代入得$52+4d+6e+f=0$ $\Rightarrow e=-4$

$(-3,5)$代入得$34-3d+5e+f=0$ $\quad f=-20$

$\therefore$圓方程式為$x^2+y^2-2x-4y-20=0$，$(k,-3)$代入得$k^2-2k+1=0\Rightarrow k=1$.

28.點P在圓$x^2+y^2-8x-4y+11=0$上，點Q在圓$x^2+y^2+4x+2y-1=0$上，則$\overline{PQ}$的最小值=____ .

解答 $3\sqrt{5}-3-\sqrt{6}$

解析 整理$\Rightarrow P$在$(x-4)^2+(y-2)^2=9$上，$O_1=(4,2)$，$r_1=3$，

Q在$(x+2)^2+(y+1)^2=6$上，$O_2=(-2,-1)$，$r_2=\sqrt{6}$，

$\overline{O_1O_2}=\sqrt{[4-(-2)]^2+[2-(-1)]^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}>3+\sqrt{6}$，

$\therefore$兩圓外離$\Rightarrow \overline{PQ}$最小值為$\overline{O_1O_2}-r_1-r_2=3\sqrt{5}-3-\sqrt{6}$.

29.用三角函數寫出半個圓方程式$y=\sqrt{4-x^2}$的參數式及θ的範圍限制為____________ .

解答 $\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$，$0\le\theta\le\pi$

解析 $y=\sqrt{4-x^2}\Rightarrow x^2+y^2=4\Rightarrow\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$，$0\le\theta\le\pi$.

30.自$P(1,-2)$作圓$C:x^2+y^2+6x-2y+6=0$的二切線，分別切圓C於A、B兩點．則$\triangle PAB$之外接圓的方程式為____________ .

解答 $x^2+y^2+2x+y-5=0$

解析 $x^2+y^2+6x-2y+6=0\Rightarrow(x+3)^2+(y-1)^2=4\Rightarrow$圓心$O(-3,1)$，

$\triangle PAB$之外接圓即四邊形$PAOB$之外接圓，即以$\overline{PO}$為直徑之圓，

利用直徑式$(x-1)(x+3)+(y+2)(y-1)=0\Rightarrow x^2+y^2+2x+y-5=0$.

31.若點$P(k-4,k-2)$在圓$C:x^2+y^2+kx-4y+5=0$的外部，求k的範圍為____________ .

解答 $k<-2$或$2<k<3$或$k>\frac{11}{3}$

解析 圓C存在$\Leftrightarrow k^2+(-4)^2-4\times5>0$，$\therefore k^2>4$，故$k>2$或$k<-2\cdots\cdots$①

$\because P$在圓C外部，$\therefore(k-4)^2+(k-2)^2+k(k-4)-4(k-2)+5>0$

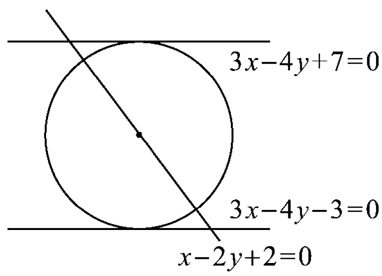
$\Rightarrow 3k^2-20k+33>0\Rightarrow(3k-11)(k-3)>0\Rightarrow k>\frac{11}{3}$或$k<3\cdots\cdots$②

由①②得$k<-2$或$2<k<3$或$k>\frac{11}{3}$.

32.設一圓與直線$L_1:3x-4y+7=0$，$L_2:3x-4y-3=0$均相切，且圓心在直線$L:x-2y+2=0$上，則此圓方程式為____________ .

解答 $(x-2)^2+(y-2)^2=1$

解析



即圓心在$\begin{cases}3x-4y+2=0\\x-2y+2=0\end{cases}\Rightarrow x=2$， $y=2\Rightarrow$圓心$(2,2)$，

又$2r=d=\left|\dfrac{7-(-3)}{5}\right|=2\Rightarrow r=1$，$\therefore$圓方程式為$(x-2)^2+(y-2)^2=1$.

33.設圓$C:(x-2)^2+(y-4)^2=4$且點$P(x,y)$為複數，則$(x+2)^2+(y-1)^2$的最小值為__ .

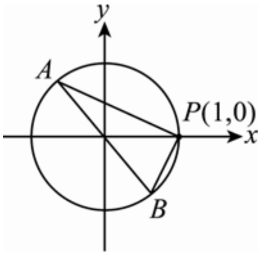
解答 9

解析 $(x+2)^2+(y-1)^2=\left(\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}\right)^2$，表$(x,y)$到$(-2,1)$之距離平方，

$\therefore$最小值為$\left(\sqrt{4^2+3^2}-2\right)^2=(5-2)^2=9$.

34.設P,A,B為坐標平面上以原點為圓心的單位圓上三點，其中P點坐標為$(1,0)$，A點坐標為$\left(\dfrac{-12}{13},\dfrac{5}{13}\right)$，且$\angle APB$為直角，則$B$點坐標為(_______,_______) .（化成最簡分數）

解答 $\left(\dfrac{12}{13},\dfrac{-5}{13}\right)$



解析 $\angle APB$為直角，表示$\overline{AB}$為直徑　　$\therefore B\left(\dfrac{12}{13},-\dfrac{5}{13}\right)$.