高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：99.12.16					
範圍	2-6 一次方程組	班級	二年____班	姓名	
		座號			

一、填充題 (每題 10 分)

1. 已知 $\begin{cases} 6x+3y=xy \\ 2x-5y=3xy \end{cases}$，求方程組的解 $(x,y)=$____________．

解答 $\left(-\dfrac{9}{4},\dfrac{18}{7}\right)$ 或 $(0,0)$

解析 (1) $xy=0 \Rightarrow x=0$， $y=0$ 代入原式成立，$\therefore (0,0)$ 為一解，

(2) $xy\neq 0 \Rightarrow x\neq 0$， $y\neq 0$ 同除以 $xy \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{6}{y}+\dfrac{3}{x}=1\cdots\cdots① \\ \dfrac{2}{y}-\dfrac{5}{x}=3\cdots\cdots② \end{cases}$

$①-②\times 3: \dfrac{18}{x}=-8 \Rightarrow x=-\dfrac{9}{4}$，

$①\times 5+②\times 3: \dfrac{36}{y}=14 \Rightarrow y=\dfrac{18}{7}$， $\therefore (x,y)=\left(-\dfrac{9}{4},\dfrac{18}{7}\right)$ 或 $(0,0)$ ．

2. 解 $\begin{cases} 2x-3y+4z=7 \\ x+5y+z=8 \\ 3x-2y+4z=9 \end{cases}$，則 $(x,y,z)=$____________．

解答 $(1,1,2)$

解析 $\begin{cases} 2x-3y+4z=7\cdots\cdots① \\ x+5y+z=8\cdots\cdots② \\ 3x-2y+4z=9\cdots\cdots③ \end{cases}$

$②\times 4-①: 2x+23y=25\cdots\cdots④$

$③-①: x+y=2\cdots\cdots⑤$

$⑤\times 2-④: -21y=-21 \Rightarrow y=1 \Rightarrow (x,y,z)=(1,1,2)$ ．

3. $\triangle ABC$ 中三邊長 a， b， c 滿足 $a-2b+c=0$ 及 $3a+8b-7c=0$，求 $a:b:c=$____________．

解答 $3:5:7$

解析 $\begin{cases} a-2b+c=0\cdots\cdots① \\ 3a+8b-7c=0\cdots\cdots② \end{cases}$

$①\times 7+②: 10a-6b=0 \Rightarrow a=\dfrac{3}{5}b$ 代入 ①， $\dfrac{3}{5}b-2b+c=0 \Rightarrow c=\dfrac{7}{5}b$，

$\therefore a:b:c=\left(\dfrac{3}{5}b\right):b:\left(\dfrac{7}{5}b\right)=3:5:7$ ．

4. x， y， z 皆為實數，$xyz\neq 0$，且 $(2x-5y+7z)^2+(7x-y-3z)^2=0$

(1)試求 $x:y:z=$____________；

(2) $x\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)-y\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}\right)+z\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)$ 之值為____________．

解答 (1) $2:5:3$;(2) -1

解析 (1) $\begin{cases}2x-5y+7z=0\\7x-y-3z=0\end{cases}\Rightarrow x:y:z=\begin{vmatrix}-5&7\\-1&-3\end{vmatrix}:\begin{vmatrix}7&2\\-3&7\end{vmatrix}:\begin{vmatrix}2&-5\\7&-1\end{vmatrix}=2:5:3$.

(2)由(1)令 $x=2t$， $y=5t$， $z=3t$（ $t\neq 0$ ），

原式$=\dfrac{x}{y}+\dfrac{x}{z}-\dfrac{y}{x}-\dfrac{y}{z}+\dfrac{z}{x}+\dfrac{z}{y}=\dfrac{z-y}{x}+\dfrac{x+z}{y}+\dfrac{x-y}{z}=\dfrac{-2t}{2t}+\dfrac{5t}{5t}+\dfrac{-3t}{3t}=-1$.

5. 設 $9x-4y+3z=-7x+2y+15z=13x-8y-z$ 且 $xyz\neq 0$，求 $\dfrac{3x^2-2y^2+z^2-5xy}{4x^2-5y^2-6z^2+2xz}$ 之值爲________.

解答 $-\dfrac{37}{52}$

解析 $\begin{cases}9x-4y+3z=-7x+2y+15z\\9x-4y+3z=13x-8y-z\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}8x-3y-6z=0\\x-y-z=0\end{cases}\Rightarrow x:y:z=(-3):2:(-5)$，

令 $x=-3k$， $y=2k$， $z=-5k$（ $k\neq 0$ ），

故 $\dfrac{3x^2-2y^2+z^2-5xy}{4x^2-5y^2-6z^2+2xz}=\dfrac{3(-3)^2-2(2)^2+(-5)^2-5(-3)(2)}{4(-3)^2-5(2)^2-6(-5)^2+2(-3)(-5)}=-\dfrac{37}{52}$.

6. 求下列各行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix}4&-7\\3&8\end{vmatrix}=$____________；　(2) $\begin{vmatrix}2001&2002\\2003&2004\end{vmatrix}=$____________；　(3) $\begin{vmatrix}31&58\\63&117\end{vmatrix}=$____________ .

解答 (1)53;(2) -2;(3) -27

解析 (1) $\begin{vmatrix}4&-7\\3&8\end{vmatrix}=4\cdot 8-(-7)\cdot 3=53$.

(2) $\begin{vmatrix}2001&2002\\2003&2004\end{vmatrix}\times(-1)=\begin{vmatrix}2001&2002\\2&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2001&1\\2&0\end{vmatrix}=-2$.

（第一步：第一列乘以 $\times(-1)$ 加到第二列；第二步：第一行乘以 $\times(-1)$ 加到第二行）

(3) $\begin{vmatrix}31&58\\63&117\end{vmatrix}\times(-2)=\begin{vmatrix}31&58\\1&1\end{vmatrix}=31-58=-27$.

7. 求 $\begin{vmatrix}\sqrt{2}+2\sqrt{13}+\sqrt{15}&2\sqrt{13}\\\sqrt{2}+2\sqrt{13}-\sqrt{15}&\sqrt{2}-\sqrt{15}\end{vmatrix}=$____________ .

解答 -65

解析

$$\begin{vmatrix}\sqrt{2}+2\sqrt{13}+\sqrt{15}&2\sqrt{13}\\\sqrt{2}+2\sqrt{13}-\sqrt{15}&\sqrt{2}-\sqrt{15}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\sqrt{2}+\sqrt{15}&2\sqrt{13}\\2\sqrt{13}&\sqrt{2}-\sqrt{15}\end{vmatrix}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{15}\right)-\left(2\sqrt{13}\right)^2$$

$\times(-1)$

$=-13-52=-65$.

8. 設 $\overrightarrow{u}=(3,-2)$， $\overrightarrow{v}=(-1,-3)$，試求 $\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 所決定的平行四邊形面積爲____________ .

解答 11

解析 所求 $=\left|\begin{vmatrix}3 & -2\\ -1 & -3\end{vmatrix}\right|=|-9-2|=11$.

9. 利用克拉瑪公式解 $\begin{cases}2x-3y=13\\ 7x+4y=-9\end{cases}$，得 $(x,y)=$____________ .

解答 $\left(\dfrac{25}{29},-\dfrac{109}{29}\right)$

解析 $\Delta=\begin{vmatrix}2 & -3\\ 7 & 4\end{vmatrix}=8-(-21)=29$， $\Delta_x=\begin{vmatrix}13 & -3\\ -9 & 4\end{vmatrix}=52-27=25$， $\Delta_y=\begin{vmatrix}2 & 13\\ 7 & -9\end{vmatrix}=-18-91=-109$，

$x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{25}{29}$， $y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{-109}{29}$， $\therefore (x,y)=\left(\dfrac{25}{29},-\dfrac{109}{29}\right)$.

10. 解 $\begin{cases}2ax-y=2a^3\\ x+ay=3a^2+1\end{cases}$，得 $(x,y)=$____________ .

解答 $(a^2+1,2a)$

解析 $\Delta=\begin{vmatrix}2a & -1\\ 1 & a\end{vmatrix}=2a^2+1$,

$\Delta_x=\begin{vmatrix}2a^3 & -1\\ 3a^2+1 & a\end{vmatrix}=2a^4+3a^2+1=(2a^2+1)(a^2+1)$,

$\Delta_y=\begin{vmatrix}2a & 2a^3\\ 1 & 3a^2+1\end{vmatrix}=6a^3+2a-2a^3=4a^3+2a=2a(2a^2+1)$,

$x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{(2a^2+1)(a^2+1)}{2a^2+1}=a^2+1$， $y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{2a(2a^2+1)}{2a^2+1}=2a$,

$\therefore (x,y)=(a^2+1,2a)$.

11.設 $\begin{vmatrix}a & b\\ d & e\end{vmatrix}=3$， $\begin{vmatrix}2c & b\\ 2f & e\end{vmatrix}=5$， $\begin{vmatrix}a & d\\ 3c & 3f\end{vmatrix}=7$，求 $\begin{cases}ax+2by=3c\\ dx+2ey=3f\end{cases}$ 的解爲____________ .

解答 $\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{7}{6}\right)$

解析 依題意 $\begin{vmatrix}a & b\\ d & e\end{vmatrix}=3$， $\begin{vmatrix}c & b\\ f & e\end{vmatrix}=\dfrac{5}{2}$， $\begin{vmatrix}a & c\\ d & f\end{vmatrix}=\dfrac{7}{3}$,

則 $x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{\begin{vmatrix}3c & 2b\\ 3f & 2e\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a & 2b\\ d & 2e\end{vmatrix}}=\dfrac{3\cdot 2\begin{vmatrix}c & b\\ f & e\end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix}a & b\\ d & e\end{vmatrix}}=3\cdot\dfrac{\frac{5}{2}}{3}=\dfrac{5}{2}$,

$$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}a & 3c\\ d & 3f\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a & 2b\\ d & 2e\end{vmatrix}}=\frac{3\begin{vmatrix}a & c\\ d & f\end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix}a & b\\ d & e\end{vmatrix}}=\frac{3}{2}\cdot\frac{\frac{7}{3}}{3}=\frac{7}{6},\quad \therefore (x,y)=\left(\frac{5}{2},\frac{7}{6}\right).$$

12.求方程組$\begin{cases}\dfrac{xy}{3y-x}=1\\ \dfrac{xy}{2y+x}=\dfrac{1}{9}\end{cases}$的解$(x,y)=$____________ .

解答 $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{5}\right)$

解析 $\begin{cases}\dfrac{3y-x}{xy}=1\\ \dfrac{2y+x}{xy}=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{y}=1\cdots\cdots①\\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=9\cdots\cdots②\end{cases}$

$①+②:\frac{5}{x}=10\Rightarrow x=\frac{1}{2}$代回② $\Rightarrow 4+\frac{1}{y}=9\quad \therefore y=\frac{1}{5}$，故$(x,y)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{5}\right)$.

13.設a，b，c皆爲自然數，$a+b-c=0$，$a-3b+c=0$，又a，b，c之最大公因數加a，b，c之最小公倍數等於345，則序組$(a,b,c)=$____________ .

解答 $(115,115,230)$

解析 $\begin{cases}a+b-c=0\\ a-3b+c=0\end{cases}\Rightarrow a:b:c=1:1:2\Rightarrow$設$a=k$，$b=k$，$c=2k$（$k$爲自然數），

$\because (a,b,c)+[a,b,c]=345$，$\therefore k+2k=345\Rightarrow k=115$， 故$(a,b,c)=(115,115,230)$.

14.設$A(1,0)$，$B(-1,2)$，$C(3,k)$，若△ABC的面積爲5，則$k=$____________ .

解答 -7或3

解析 $\overrightarrow{AB}=(-2,2)$，$\overrightarrow{AC}=(2,k)$

$\Rightarrow$△ABC的面積$=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix}-2 & 2\\ 2 & k\end{vmatrix}\right|=5\Rightarrow|-k-2|=5\Rightarrow k=-7$或3 .

15.設$\begin{vmatrix}a & b\\ c & d\end{vmatrix}=3$，且$\begin{vmatrix}x & y\\ c & d\end{vmatrix}=4$，求$\begin{vmatrix}4a+3x & 4b+3y\\ 5c & 5d\end{vmatrix}=$____________ .

解答 120

解析 原式$=\begin{vmatrix}4a & 4b\\ 5c & 5d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}3x & 3y\\ 5c & 5d\end{vmatrix}=20\cdot 3+15\cdot 4=120$.

16.已知方程組$\begin{cases}(a-1)x+ay=1\\ (a+2)x+(a+3)y=2\end{cases}$有解（$a$爲實數）

(1)求$|x|+|y|$之最小值____________； (2)當$|x|+|y|$爲最小時，a之範圍爲____________ .

解答 (1)$\frac{1}{3}$;(2)$3\le a\le 4$

解析

$\Delta=\begin{vmatrix}a-1 & a\\ a+2 & a+3\end{vmatrix}=(a-1)(a+3)-a(a+2)=-3\neq 0$，表示方程組恰有一組解，

$\Delta_x=\begin{vmatrix}1 & a\\ 2 & a+3\end{vmatrix}=a+3-2a=-a+3$，

$\Delta_y=\begin{vmatrix}a-1 & 1\\ a+2 & 2\end{vmatrix}=(2a-2)-(a+2)=a-4$，

$\therefore x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{-a+3}{-3}=\dfrac{a-3}{3}$，　$y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{a-4}{-3}=\dfrac{4-a}{3}$，

(1) $|x|+|y|=\left|\dfrac{a-3}{3}\right|+\left|\dfrac{4-a}{3}\right|=\dfrac{1}{3}(|a-3|+|4-a|)\geq\dfrac{1}{3}|(a-3)+(4-a)|=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore |x|+|y|$之最小值爲$\dfrac{1}{3}$.

(2)此時$(a-3)(4-a)\geq 0\Rightarrow(a-3)(a-4)\leq 0\Rightarrow 3\leq a\leq 4$.

17.利用克拉瑪公式解$\begin{cases}x\cos\theta-y\sin\theta=a\\ x\sin\theta+y\cos\theta=b\end{cases}$，得$(x,y)=$____________ .

解答　$(a\cos\theta+b\sin\theta,-a\sin\theta+b\cos\theta)$

解析

$\Delta=\begin{vmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{vmatrix}=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$，

$\Delta_x=\begin{vmatrix}a & -\sin\theta\\ b & \cos\theta\end{vmatrix}=a\cos\theta+b\sin\theta$，

$\Delta_y=\begin{vmatrix}\cos\theta & a\\ \sin\theta & b\end{vmatrix}=b\cos\theta-a\sin\theta$，

$x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=a\cos\theta+b\sin\theta$，　$y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=-a\sin\theta+b\cos\theta$，

$\therefore(x,y)=(a\cos\theta+b\sin\theta,-a\sin\theta+b\cos\theta)$.

18. 小花使用矩陣列運算解一個三元一次聯立方程組如下：$\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 4 & a & 2\\ 3 & 11 & -4 & b\\ 5 & c & 7 & 11\end{bmatrix}\rightarrow\cdots\rightarrow\begin{bmatrix}1&0&0&1\\0&1&0&1\\0&0&1&1\end{bmatrix}$，求

$a=$______ .

解答　-3

解析　解$(x,y,z)=(1,1,1)$代回$x+4y+az=2\Rightarrow 1+4+a=2$，$\therefore a=-3$.

19.矩陣$A=\begin{bmatrix}2 & 1 & -3 & -1\\ 2 & -5 & 3 & 1\\ 2 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}$，利用矩陣列運算得$\begin{bmatrix}2 & 1 & -3 & a\\ 0 & 1 & -1 & b\\ 0 & 0 & c & -4\end{bmatrix}$，則序組$(a,b,c)$____________ .

解答　$\left(-1,\dfrac{-1}{3},-6\right)$

解析

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ 2 & -5 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times(-1) \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & -6 & 6 & 2 \\ 0 & -2 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \times\left(-\frac{1}{6}\right) \\ \times\left(-\frac{1}{2}\right) \end{matrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \times(-1) \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \times 6$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -6 & -4 \end{bmatrix} \qquad \therefore (a,b,c)=\left(-1,\frac{-1}{3},-6\right).$$

20.若二元一次聯立方程組 $\begin{cases} \frac{6}{x}+\frac{2}{y}=-1 \\ ax+by=4 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} \frac{4}{x}-\frac{1}{y}=4 \\ 3ax-4by=26 \end{cases}$ 爲同義方程組，且恰有一解，求數對 $(a,b)=$ ____________ .

解答 $(3,4)$

解析 由二方程組中選 $\begin{cases} \frac{6}{x}+\frac{2}{y}=-1 \cdots\cdots ① \\ \frac{4}{x}-\frac{1}{y}=4 \cdots\cdots ② \end{cases}$

$② \times 2 + ① : \frac{14}{x}=7 \Rightarrow x=2$ 代入① $y=-\frac{1}{2}$，

代入 $\begin{cases} ax+by=4 \\ 3ax-4by=26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-\frac{1}{2}b=4 \\ 6a+2b=26 \end{cases} \Rightarrow a=3$，$b=4$，　$\therefore (a,b)=(3,4)$.

21. $\begin{cases} x-y+z=-2 \\ ax+y+z=4 \\ x+3y-2z=11 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} x+by-2z=6 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x+2y+cz=5 \end{cases}$ 表 x，y，z 的三元一次方程組，若兩方程組爲同義方程組，且恰有一組解，則(1)此解爲____________；(2)序組 $(a,b,c)=$____________ .

解答 (1) $(4,-5,-11)$;(2) $\left(5,4,\frac{-3}{11}\right)$

解析 (1) $\begin{cases} x-y+z=-2 \cdots\cdots ① \\ x+3y-2z=11 \cdots\cdots ② \\ 2x-y+z=2 \cdots\cdots ③ \end{cases}$

$② - ① : 4y-3z=13$，

$③ - ① \times 2 : y-z=6$，

$\therefore y=-5$，$z=-11$ 代回①，得 $x=4$，　故 $(x,y,z)=(4,-5,-11)$.

(2)解代回，得$\begin{cases}4a-5-11=4\\4-5b+22=6\\12-10-11c=5\end{cases}\Rightarrow(a,b,c)=\left(5,4,\frac{-3}{11}\right)$.

22.設方程組$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$之解爲$(x,y)=(-3,8)$,則$\begin{cases}4b_1x-5a_1y+3c_1=0\\4b_2x-5a_2y+3c_2=0\end{cases}$的解爲$(x,y)=$＿＿＿＿＿.

解答 $\left(-6,-\frac{9}{5}\right)$

解析 $4b_1x-5a_1y+3c_1=0\Rightarrow a_1(-5y)+b_1(4x)=-3c_1\Rightarrow a_1\left(\frac{5}{3}y\right)+b_1\left(-\frac{4}{3}x\right)=c_1$

$\Rightarrow\frac{5}{3}y=-3\Rightarrow y=-\frac{9}{5}$, $-\frac{4}{3}x=8\Rightarrow x=-6$, $\therefore(x,y)=\left(-6,-\frac{9}{5}\right)$.

23.設方程組$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$恰有一組解爲$x=2$, $y=-3$，則方程組$\begin{cases}(2a_1-3b_1)x+b_1y+2c_1=0\\(2a_2-3b_2)x+b_2y+2c_2=0\end{cases}$之解爲＿＿＿＿＿.

解答 $(-2,0)$

解析 $\begin{cases}(2a_1-3b_1)x+b_1y+2c_1=0\\(2a_2-3b_2)x+b_2y+2c_2=0\end{cases}$

$\Rightarrow a_1(2x)+b_1(y-3x)=-2c_1\Rightarrow a_1(-x)+b_1\left(\frac{y-3x}{-2}\right)=c_1$,

$-x=2\Rightarrow x=-2$, $\frac{y-3x}{-2}=-3\Rightarrow y=0$, $\therefore(x,y)=(-2,0)$.

24.設α, β爲二次方程式$\begin{vmatrix}x-\cos\theta & \sin\theta\\-\sin\theta & x-\cos\theta\end{vmatrix}=0$的二根，$n$爲整數，則$\alpha^n+\beta^n=$＿＿＿＿＿.

解答 $2\cos n\theta$

解析 $\begin{vmatrix}x-\cos\theta & \sin\theta\\-\sin\theta & x-\cos\theta\end{vmatrix}=(x-\cos\theta)^2+\sin^2\theta=0$

$\Rightarrow(x-\cos\theta)^2=-\sin^2\theta\Rightarrow x-\cos\theta=\pm i\sin\theta\Rightarrow x=\cos\theta\pm i\sin\theta$,

取$\alpha=\cos\theta+i\sin\theta$, $\beta=\cos\theta-i\sin\theta$,

則$\alpha^n+\beta^n=(\cos\theta+i\sin\theta)^n+(\cos\theta-i\sin\theta)^n$

$=(\cos n\theta+i\sin n\theta)+(\cos n\theta-i\sin n\theta)=2\cos n\theta$.

25.設兩直線$ax+by=e$與$cx+dy=f$的交點爲$(2,5)$，求另外兩直線$4bx-5ay+6e=0$與$4dx-5cy+6f=0$的交點坐標爲＿＿＿＿＿.

解答 $\left(-\frac{15}{2},\frac{12}{5}\right)$

解析 $4bx-5ay+6e=0\Rightarrow a(-5y)+b(4x)=-6e\Rightarrow a\left(\frac{5}{6}y\right)+b\left(-\frac{4}{6}x\right)=e$

即$\frac{5}{6}y=2\Rightarrow y=\frac{12}{5}$，　$-\frac{4}{6}x=5\Rightarrow x=\frac{-15}{2}$，$\therefore (x,y)=\left(-\frac{15}{2},\frac{12}{5}\right)$．

26.若方程組$\begin{cases}x+3y-z=-2\\x-5y-3z=k\\2x-3y+2z=9\\3x+4y+z=3\end{cases}$有解，則$k=$__________．

解答　4

解析　先解$\begin{cases}x+3y-z=-2\cdots\cdots①\\2x-3y+2z=9\cdots\cdots②\\3x+4y+z=3\cdots\cdots③\end{cases}$ $\Rightarrow\begin{cases}①\times2+②:4x+3y=5\\①+③:4x+7y=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}\Rightarrow z=1$，

把$(x,y,z)=(2,-1,1)$代入$x-5y-3z=k$，$\therefore k=2-5(-1)-3=4$．

27.若a爲實數，代表方程組之增廣矩陣爲$\begin{bmatrix}3&1&1&a\\1&3&-3&1+a\\1&-1&2&1-a\end{bmatrix}$有解，則$a=$__________．

解答　$\frac{3}{2}$

解析　原式$\Rightarrow\begin{bmatrix}1&-1&2&1-a\\1&3&-3&1+a\\3&1&1&a\end{bmatrix}$ ×(−1)，×(−3) $\rightarrow\begin{bmatrix}1&-1&2&1-a\\0&4&-5&2a\\0&4&-5&-3+4a\end{bmatrix}$

若有解，即第二列，第三列成比例$\Rightarrow\frac{4}{4}=\frac{-5}{-5}=\frac{2a}{-3+4a}\Rightarrow 2a=-3+4a\Rightarrow a=\frac{3}{2}$．

28.設$\begin{bmatrix}1&1&1&4\\1&2&2&6\\2&3&4&11\end{bmatrix}$經列運算簡化成爲$\begin{bmatrix}1&0&0&\alpha\\0&1&0&\beta\\0&0&1&\gamma\end{bmatrix}$，求$\alpha=$_____；$\beta=$_____；$\gamma=$_____．

解答　$\alpha=2,\beta=1,\gamma=1$

解析

$\begin{bmatrix}1&1&1&4\\1&2&2&6\\2&3&4&11\end{bmatrix}$ ×(−1)，×(−2) $\rightarrow\begin{bmatrix}1&1&1&4\\0&1&1&2\\0&1&2&3\end{bmatrix}$ ×(−1) $\rightarrow\begin{bmatrix}1&1&1&4\\0&1&1&2\\0&0&1&1\end{bmatrix}$ ×(−1)

$\rightarrow\begin{bmatrix}1&1&1&4\\0&1&0&1\\0&0&1&1\end{bmatrix}$ ×(−1) $\rightarrow\begin{bmatrix}1&0&0&2\\0&1&0&1\\0&0&1&1\end{bmatrix}$

$\therefore \alpha=2$，$\beta=1$，$\gamma=1$．

29.k爲實數，若$\begin{cases}x+ky=10\\kx-y=10k+2\end{cases}$的解爲整數，求$k=$__________．

解答　0或±1

解析 $\begin{cases} x+ky=10\cdots\cdots① \\ kx-y=10k+2\cdots\cdots② \end{cases}$

$①\times k-②:\left(k^2+1\right)y=-2\Rightarrow y=\dfrac{-2}{k^2+1}$爲整數，表示$k^2+1=1$或$2\Rightarrow k=0$或$\pm1$.

30.若a爲一常數，且二元一次聯立方程式$\begin{cases} \left(a^2+2\right)x+ay=a+4 \\ 3ax+2y=a \end{cases}$恰有一組解，則可得其解$\left(x,y\right)=$ ____________（以常數a表示）.

解答 $\left(\dfrac{a-4}{a-2},-\dfrac{a\left(a-5\right)}{a-2}\right)$

解析 $\Delta=\begin{vmatrix} a^2+2 & a \\ 3a & 2 \end{vmatrix}=2a^2+4-3a^2=-\left(a+2\right)\left(a-2\right)$,

$\Delta_x=\begin{vmatrix} a+4 & a \\ a & 2 \end{vmatrix}=2a+8-a^2=-\left(a-4\right)\left(a+2\right)$,

$\Delta_y=\begin{vmatrix} a^2+2 & a+4 \\ 3a & a \end{vmatrix}=a^3+2a-3a^2-12a=a\left(a-5\right)\left(a+2\right)$,

當$a\neq2$或$a\neq-2$時，恰有一解$\left(x,y\right)=\left(\dfrac{\Delta_x}{\Delta},\dfrac{\Delta_y}{\Delta}\right)=\left(\dfrac{a-4}{a-2},-\dfrac{a\left(a-5\right)}{a-2}\right)$.

31.根據調查，在華人社會，身高H公尺，體重W公斤的人中，其平均體表面積S平方公尺，可以用數學模型$S=aH+bW-0.01$來表示，這裡的a，b是常數．又知體重一樣，身高多5公分，平均體表面積會增加0.03平方公尺；而身高一樣，體重多4公斤，平均體表面積會增加0.05平方公尺．根據模型，身高170公分，體重64公斤，應該有____________平方公尺的平均體表面積．

解答 1.81

解析 依題意可列式如下$\begin{cases} S=aH+bW-0.01 \\ S+0.03=a\left(H+5\right)+bW-0.01 \\ S+0.05=aH+b\left(W+4\right)-0.01 \end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases} 0.03=5a \\ 0.05=4b \end{cases}$得$a=\dfrac{0.03}{5}$， $b=\dfrac{0.05}{4}$ ．所求$=\dfrac{0.03}{5}\cdot170+\dfrac{0.05}{4}\cdot64-0.01=1.81$.

32.甲、乙兩人同解方程組$\begin{cases} 2x-ay=3 \\ bx+y=7 \end{cases}$，若甲看錯$a$得解$\left(x,y\right)$爲$\left(2,-1\right)$，乙看錯$b$得解$\left(x,y\right)$爲$\left(1,-1\right)$，則：(1)數對$\left(a,b\right)=$____________；　(2)正確解$\left(x,y\right)$爲____________ .

解答 (1)$\left(1,4\right)$;(2)$\left(\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3}\right)$

解析 (1)$\begin{cases} 2x-ay=3\cdots\cdots① \\ bx+y=7\cdots\cdots② \end{cases}$

$\left(2,-1\right)$代入②式： $2b-1=7\Rightarrow b=4$,

$\left(1,-1\right)$代入①式： $2+a=3\Rightarrow a=1$ ，　$\therefore\left(a,b\right)=\left(1,4\right)$.

(2)解$\begin{cases} 2x-y=3 \\ 4x+y=7 \end{cases}\Rightarrow x=\dfrac{5}{3}$， $y=\dfrac{1}{3}$ ，　$\therefore$正確的解爲$\left(\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3}\right)$.