

## 3-1 樣本空間與事件

### 實力養成

**基礎題** ( 每題 5 分,共 30 分 )

1. 一般的骰子, 有兩面以紅色標示 1 點、4 點, 其餘四面則以黑色標示 2 點、3 點、5 點、6 點, 現擲一骰子一次, 觀其點數, 試問何者正確?

- (1) 點數的樣本空間為  $S$  時,  $|S|=12$   
(2) 紅色點數的事件為  $A$  時,  $|A|=2$   
(3) 點數為質數的事件為  $B$  時,  $|B|=4$   
(4) 偶數點數的事件為  $C$  時,  $|C|=4$  .

解: (1)  $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $|S|=6$  .  
(2)  $A=\{1, 4\}$ ,  $|A|=2$  .  
(3)  $B=\{2, 3, 5\}$ ,  $|B|=3$  .  
(4)  $C=\{2, 4, 6\}$ ,  $|C|=3$  . 故選(2) .

2. 擲一公正的骰子一次, 觀其點數得樣本空間  $S$ , 設  $A$  表示點數是 6 的因數的事件,  $B$  表示點數是偶數的事件, 試問何者正確?

- (1)  $A$  與  $B$  的和事件,  $|A \cup B|=6$  (2)  $A$  與  $B$  的積事件,  $|A \cap B|=3$   
(3)  $A$  的餘事件,  $|A'|=3$  (4)  $B$  的餘事件,  $|B'|=3$  .

解:  $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A=\{1, 2, 3, 6\}$ ,  $B=\{2, 4, 6\}$ ,  
(1)  $A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 6\}$ ,  $|A \cup B|=5$  .  
(2)  $A \cap B=\{2, 6\}$ ,  $|A \cap B|=2$  .  
(3)  $A'=\{4, 5\}$ ,  $|A'|=2$  .  
(4)  $B'=\{1, 3, 5\}$ ,  $|B'|=3$  . 故選(4) .

3. 一家庭有兩個小孩，若依小孩的長幼順序觀察其性別，試問何者正確？

(1) 樣本空間  $S$ ， $|S|=3$  (2) 老大是男生的事件為  $A$ ， $|A|=2$

(3) 恰一男生的事件為  $B$ ， $|B|=1$  (4) 都是男生的事件為  $C$ ， $|C|=2$  .

解：(1)  $S = \{(\text{男}, \text{男}), (\text{男}, \text{女}), (\text{女}, \text{男}), (\text{女}, \text{女})\}$ ， $|S|=4$  .

(2)  $A = \{(\text{男}, \text{男}), (\text{男}, \text{女})\}$ ， $|A|=2$  .

(3)  $B = \{(\text{男}, \text{女}), (\text{女}, \text{男})\}$ ， $|B|=2$  .

(4)  $C = \{(\text{男}, \text{男})\}$ ， $|C|=1$  . 故選(2) .

4. 袋中有編號 1, 2, 3 的三個球，現自袋中每次任取一球，取後不放回，依序記錄三球的編號，試問：

(1) 第三次取到 1 號球的事件為  $A$  時，試求  $|A|$  值 .

(2) 第三次取到 2 號球的事件為  $B$  時，試求  $|B|$  值 .

解：  $S = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$  .

(1)  $A = \{(3, 2, 1), (2, 3, 1)\}$ ，知  $|A|=2$  .

(2)  $B = \{(1, 3, 2), (3, 1, 2)\}$ ，知  $|B|=2$  .

5. 袋中有編號  $A, B, C$  的紅球 3 個，編號  $D, E$  的白球 2 個，從中先取一球，取後不放回，再取一球，依序記錄這二球的編號，試問：

(1) 兩球都是紅球的事件為  $A$  時，試求  $|A|$  值 .

(2) 兩球恰一紅球、一白球的事件為  $B$  時，試求  $|B|$  值 .

解：(1) 兩球都是紅球的事件為  $A$ ， $|A| = P_2^3 = 6$  .

(2) 兩球恰一紅球、一白球的事件為  $B$ ，

(紅, 白) 有  $3 \times 2 = 6$  種，

(白, 紅) 有  $2 \times 3 = 6$  種，知  $|B|=12$  .

6. 有兩個不同形狀的公正骰子，一個是正四面體，一個是正立方體 . 四面體上各面的點數分別是 1, 2, 3, 4；立方體上各面的點數分別是 1, 2, 3, 4, 5, 6 . 同時投擲這兩個骰子一次，依序記錄正四面體，正立方體點數 .

(1) 所有出現點數的樣本空間為  $S$  時，試求  $|S|$  值 .

(2)點數乘積小於 7 的事件為  $A$  時，試求  $|A|$  值。

解：(1)樣本空間  $S$  時， $|S|=4 \times 6 = 24$ 。

(2)乘積小於 7 的事件為  $A$ ，

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),$$

$$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)\}, \quad |A|=12。$$

**進階題** (每題 5 分, 共 45 分)

1. 袋中有編號 1, 2, 3, 4, 5 共 5 個球，現自袋中每次任取一球，取出後不放回，依序記錄所取五球的編號，試問：

(1)第三次取到 3 號球的事件為  $A$  時，試求  $|A|$  值。

(2)第四次取到 4 號球的事件為  $B$  時，試求  $|B|$  值。

解：(1)第三次取到 3 號球的事件為  $A$ ，          3          ，

由直線排列知 1, 2, 4, 5 排另 4 個位置， $|A|=4!=24$ 。

(2)第四次取到 4 號球的事件為  $B$ ，               4     ，

由直線排列知 1, 2, 3, 5 排另 4 個位置， $|B|=4!=24$ 。

2. 袋中有相同的紅球 3 個、白球 2 個，現自袋中每次任取一球，取出後不放回，依序記錄所取五球的顏色，試問：

(1)第三次取到紅球的事件為  $A$  時，試求  $|A|$  值。

(2)第四次取到紅球的事件為  $B$  時，試求  $|B|$  值。

解：(1)第三次取到紅球的事件為  $A$ ，          紅          ，

由排列知紅球 2 個、白球 2 個的排法， $|A| = \frac{4!}{2!2!} = 6$ 。

(2)第四次取到紅球的事件為  $B$ ，               紅     ，

由排列知紅球 2 個、白球 2 個的排法， $|B| = \frac{4!}{2!2!} = 6$ 。

3. 擲一公正的骰子兩次，依序記錄所得點數，試問：

(1)點數和為 8 的事件為  $A$  時，試求  $|A|$  值。

(2)點數差為 2 的事件為  $B$  時，試求  $|B|$  值。

解：(1)  $A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$ ， $|A| = 5$ 。

(2)  $B = \{(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)\}$ ， $|B| = 8$ 。

4. 擲兩個大小相異的骰子一次，依序記錄大小骰子的點數，設點數和為 8 的事件為  $A$ ，點數都是偶數的事件為  $B$ ，試問：

(1)  $A$  與  $B$  的積事件， $|A \cap B|$  的值。

(2)  $A$  與  $B$  的和事件， $|A \cup B|$  的值。

解： $A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$ ，

$B = \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$ ，

(1)  $A \cap B = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$ ，知 $|A \cap B| = 3$ 。

(2)  $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 5 + 9 - 3 = 11$ 。

5. 袋中有白球、紅球、黑球各二個，現自袋中先後取出二個，依序記錄這二球的顏色，若二球不同色的事件  $C$ ，至少一白球的事件  $D$ ，試問：

(1)  $C$  與  $D$  的積事件， $|C \cap D|$  的值。

(2)  $C$  與  $D$  的和事件， $|C \cup D|$  的值。

解： $C = \{(\text{白}, \text{紅}), (\text{白}, \text{黑}), (\text{紅}, \text{白}), (\text{紅}, \text{黑}), (\text{黑}, \text{白}), (\text{黑}, \text{紅})\}$ ，

$D = \{(\text{白}, \text{白}), (\text{白}, \text{紅}), (\text{白}, \text{黑}), (\text{紅}, \text{白}), (\text{黑}, \text{白})\}$ ，

(1)  $C \cap D = \{(\text{白}, \text{紅}), (\text{白}, \text{黑}), (\text{紅}, \text{白}), (\text{黑}, \text{白})\}$ ，知 $|C \cap D| = 4$ 。

(2)  $C \cup D = \{(\text{白}, \text{白}), (\text{白}, \text{紅}), (\text{白}, \text{黑}), (\text{紅}, \text{白}), (\text{紅}, \text{黑}), (\text{黑}, \text{白}), (\text{黑}, \text{紅})\}$ ，  
 $|C \cup D| = 7$ 。

6. 擲一公正骰子三次，依序記錄所得點數，若點數積為 15 的事件為  $E$ ，點數和為 9 的事件為  $F$ ，試問：(1)  $|E|$  的值。(2)  $E$  與  $F$  的積事件， $|E \cap F|$  的值。

解： $E = \{(1, 3, 5), (1, 5, 3), (3, 1, 5), (3, 5, 1), (5, 1, 3), (5, 3, 1)\}$ ，

(1)  $|E| = 6$ 。

(2) 因  $1+3+5=9$  恆成立， $E \subset F$ ， $|E \cap F| = |E| = 6$ 。

7. 擲一公正的硬幣 8 次，依序記錄正面與反面，試問：

(1) 恰有 4 個正面的事件為  $A$ ，試求 $|A|$  值。

(2)恰在第 8 次時出現第 4 個正面的事件為  $B$ ，試求  $|B|$  值。

解：(1)四個正面，四個反面的事件為  $A$ ， $|A|=C_4^8=70$ 。

(2)前面 7 次中恰有三個正面的事件為  $B$ ， $|B|=C_3^7=35$ 。

8. 有四個相同的球，隨機放入編號為甲、乙、丙的箱子後，依甲、乙、丙順序記錄箱中的球數，試問至少有一個箱子沒球的事件為  $A$  時，求  $|A|$  值。

解：恰二個空箱的情形， $(4, 0, 0), (0, 4, 0), (0, 0, 4)$ ，

恰一個空箱的情形，

$(0, 3, 1), (0, 2, 2), (0, 1, 3), (3, 0, 1), (2, 0, 2), (1, 0, 3), (3, 1, 0), (2, 2, 0), (1, 3, 0)$ ，

知  $|A|=3+9=12$ 。

9. 袋中有編號 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 的七個球，今自袋中隨機任取三球，依小而大的順序記錄編號，若三球的編號互不相連續的事件  $A$ ，試求  $|A|$  值。

解： $A=\{(1, 3, 5), (1, 3, 6), (1, 3, 7), (1, 4, 6), (1, 4, 7),$

$(1, 5, 7), (2, 4, 6), (2, 4, 7), (2, 5, 7), (3, 5, 7)\}$ ，知  $|A|=10$ 。

### 情境模擬題 (共 25 分)

1. 彩票公司每天開獎一次，從 1, 2, 3 三個號碼中隨機開出一個。開獎時，如果開出的號碼和前一天相同，就要重開，直到開出與前一天不同的號碼為止。如果在第一天開出的號碼是 3，求在第四天開出號碼同樣 3 的事件。(8 分)

解：因第一天、第四天開出的號碼都是 3，

得事件為  $\{(3, 1, 2, 3), (3, 2, 1, 3)\}$ 。

2. 袋中有三個一樣大小的球，分別標示 10 分, 20 分, 30 分。重複自袋中取出一球後放回，記錄得分並累加，其中取出各球之機會皆相等，若抽三次後總分為 60 分的事件為  $A$ ，試求  $|A|$ 。(8 分)

解：三球為 10 分、20 分、30 分的有 6 種順序，

三球為 20 分、20 分、20 分的有 1 種順序，

$A=\{(10, 20, 30), (10, 30, 20), (20, 10, 30), (20, 30, 10),$

$(30, 10, 20), (30, 20, 10), (20, 20, 20)\}$ ，知  $|A|=7$ 。

3. 已知一票箱中有 5 張是投給甲的選票，3 張是投給乙的選票，在開票的過程中，依序記錄甲、乙的得票，若甲的票數一直領先乙的票數事件為  $A$ ，試求  $|A|$  值。(9 分)

解：  $A = \{(1, 0), (2, 0), (2, 1), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (4, 0),$

$(4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 0), (5, 1), (5, 2), (5, 3)\}$ ，知  $|A| = 14$ 。