

2-1 集合與計數原理

實力養成

基礎題 (每題 5 分, 共 30 分)

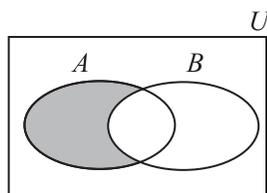
1. 試問下列敘述哪一選項不正確？

- (1) $x \geq 2$ 代表 $x > 2$ 或 $x = 2$ (2) $2 < x < 3$ 代表 $x > 2$ 或 $x < 3$ (3)
 $(x-2)(x-3) < 0$ 代表 $x > 2$ 且 $x < 3$ (4) $(x-2)(x-3) > 0$ 代表 $x < 2$ 或 $x > 3$.

解：因 $2 < x < 3$ 代表「 $x > 2$ 且 $x < 3$ 」，故選(2)。

2. 圖中集合 A, B 及字集 U ，試問灰色的區域是下列哪一選項？

- (1) $A' \cap B$ (2) $A \cap B'$ (3) $(A \cap B)'$ (4) $(A \cup B)'$.



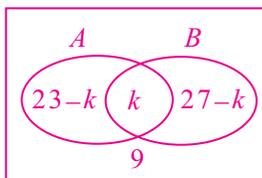
解： $A \cap B'$ 是代表灰色的區域，故選(2)。

3. 高一某班有 43 位學生，第一次月考數學 80 分以上的有 23 人，英文 80 分以上的有 27 人，兩科未達 80 分的有 9 人，80 分以上的計算含 80 分，試問兩科都在 80 分以上的人數為

- (1) 9 人 (2) 13 人 (3) 16 人 (4) 21 人 .

解：數學 80 分以上的集合為 A ，英文 80 分以上的集合為 B ，

設兩科都在 80 分以上的人數為 k ，



由 $23 - k + k + 27 - k + 9 = 43$ ，得 $k = 16$ ，故選(3)。

4. 書架上有不同的漫畫書 5 本、小說 4 本、教科書 2 本，現自書架上

(1)任取一本的取法有幾種？

(2)漫畫書、小說、教科書各取 1 本的取法有幾種？

解：(1)由加法原理，取法有 $5+4+2=11$ 種。

(2)由乘法原理，取法有 $5 \times 4 \times 2 = 40$ 種。

5. 連續投擲一顆骰子二次，試求：

(1)點數和為 5 的倍數的情形有幾種？

(2)點數和為奇數的情形有幾種？

解：(1) 5 點有 $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ 共 4 種，

10 點有 $(4, 6), (5, 5), (6, 4)$ 共 3 種，得總數有 $4+3=7$ 種。

(2)第一次為偶數，第二次為奇數的情形有 $3 \times 3 = 9$ 種，

第一次為奇數，第二次為偶數的情形有 $3 \times 3 = 9$ 種，

得總數為 $9+9=18$ 種。

6. 計算 1 到 50 的正整數中，

(1)是 2 的倍數而且是 3 的倍數之個數。

(2)是 2 的倍數或是 3 的倍數之個數。

解：若 A, B 分別表示 2 的倍數，3 的倍數所成的集合，

$$(1) |A \cap B| = 8 .$$

$$(2) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 .$$

進階題 (每題 5 分, 共 45 分)

1. 計算 1 到 101 的正整數中,
 (1) 是 3 的倍數或 5 的倍數共有多少個?
 (2) 與 15 互質的有多少個?

解：若 A, B 分別表示 3 的倍數, 5 的倍數所成的集合,

$$(1) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 47 .$$

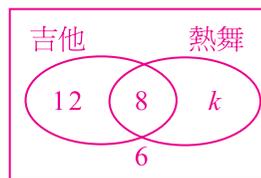
$$(2) |U| - |A \cup B| = 101 - 47 = 54 .$$

2. 某班共有 43 人, 參加吉他社有 20 人, 參加吉他社且參加熱舞社有 8 人, 沒參加吉他社且沒參加熱舞社有 6 人, 試問參加熱舞社但沒參加吉他社的有多少人?

解：設參加熱舞社但沒參加吉他社有 k 人,

$$43 = 12 + 8 + k + 6 ,$$

$$\text{得 } k = 17 \text{ (人)} .$$



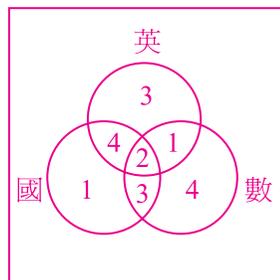
3. 某班第一次段考, 國文、英文、數學不及格的人數都是 10 人, 國文、英文兩科都不及格有 6 人, 英文、數學兩科都不及格的有 3 人, 數學、國文兩科都不及格有 5 人, 且三科都不及格的有 2 人, 試問：

(1) 恰二科不及格的人數 .

(2) 恰一科不及格的人數 .

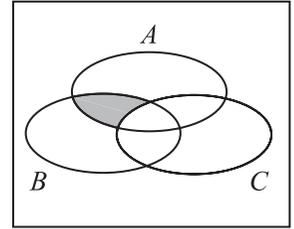
解：(1) 恰二科不及格有 $4 + 3 + 1 = 8$ 人 .

(2) 恰一科不及格有 $1 + 4 + 3 = 8$ 人 .



4. 圖中 A, B, C 表示三集合， U 是字集，試問灰色的區域是哪一選項？

- (1) $A' \cap B \cap C$ (2) $A \cap B' \cap C$ (3) $A \cap B \cap C'$ (4) $A' \cap B' \cap C'$.



解：灰色區域為 $A \cap B \cap C'$ ，故選(3)。

5. 有人連續投擲一枚硬幣，直到連續出現兩次正面才停止。假設他投到第五次才停止，請問在這樣的過程中，各種正反面可能出現的順序，總共有多少種？

解：第五次停止時，過程可能為：

(正, 反, 反, 正, 正), (反, 正, 反, 正, 正), (反, 反, 反, 正, 正), 共 3 種。

6. 由 1 到 321 的正整數中，如果由 1, 2, 3, ..., 一直寫到 321,

(1) 全部共要寫多少個 0？

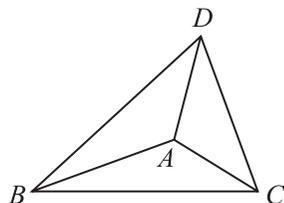
(2) 數字中有 0 的數 (如 102, 200, ...) 共有多少個？

解：(1) 個位數為 0 的有 32 個，十位數為 0 的有 30 個，

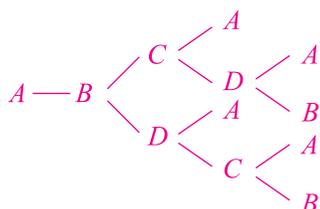
得全部有 $32 + 30 = 62$ 個。

(2) 個位數與十位數都是 0 的有 3 個， $62 - 3 = 59$ 個。

7. 有街道圖如右圖，甲由 A 點出發沿著街道走，走過的街道不重複經過，且規定同一點經過兩次時才停止，試求共有幾種走法？



解：由 A 出發先到 B 的情形有 6 種，

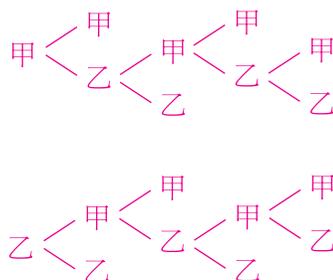


同理， A 出發先到 C 或 D 的走法各 6 種，
由加法原理知，共有 $6+6+6=18$ 種。

8. 甲、乙二人比賽網球，先連勝二場或先勝三場者得勝，若比賽結果沒有和局，試求所有可能的情形有多少種？

解：第一場可能甲勝也可能乙勝，如樹狀圖，

故由加法原理知共有 $5+5=10$ 種。

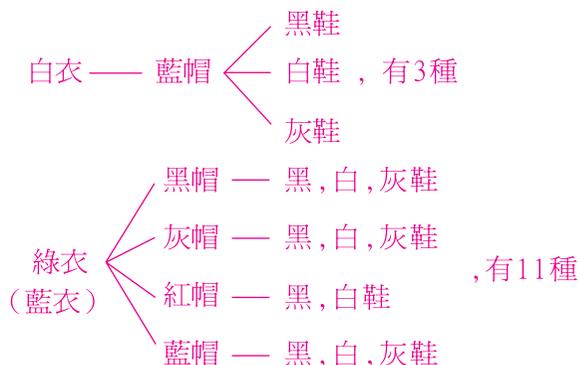


9. 某公司生產多種款式的「阿民」公仔，各種款式只是球帽，球衣或球鞋顏色不同；其中球帽共有黑、灰、紅、藍四種顏色，球衣有白、綠、藍三種顏色，而球鞋有黑、白、灰三種顏色；公司決定紅色的帽子不搭配灰色的鞋子，而白色的球衣則必須搭配藍色的帽子，至於其他顏色間的搭配就沒有限制，在這些配色的要求之下，最多可有 25 種不同款式的「阿民」公仔。

【96 學測】

解：由樹狀圖，

得 $3+11+11=25$ (種)。



情境模擬題 (共 25 分)

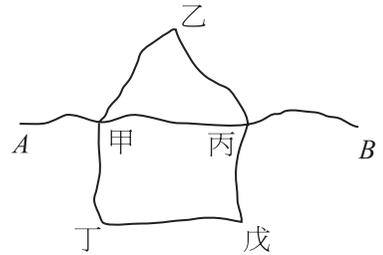
1. 新新鞋店為與同業進行促銷戰，推出「第二雙不用錢...買一送一」的活動；該鞋店共有八款鞋可供選擇，其價格如下：

款式	甲	乙	丙	丁	戊	己	庚	辛
價格	670	670	700	700	700	800	800	800

規定所送的鞋之價格一定少於所買的價格（例如：買一雙「丁」款鞋，可送甲、乙兩款鞋之一），若有一位新新鞋店的顧客買一送一，則該顧客所帶走的兩款鞋，其搭配方法共有 21 種。(8分)

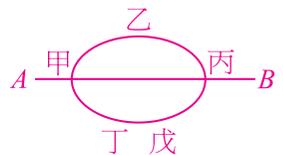
解：買 800 元款送 700 元款有 $3 \times 3 = 9$ 種，
 買 800 元款送 670 元款有 $3 \times 2 = 6$ 種，
 買 700 元款送 670 元款有 $3 \times 2 = 6$ 種，
 由加法原理得 $9 + 6 + 6 = 21$ (種)。

2. 如右圖，A 城到 B 城之間有甲、乙、丙、丁、戊五城，其間連接的道路如圖所示；今從 A 城出發走向 B 城，要求每一條道路都要經過並且只經過一次，則總共有 6 種走法。(8分)



【96 指考乙】

解：簡化如圖，
 得 A-甲-丙-甲-丙-B
 $1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (種)。



3. 將 1, 2, 3, 4, 5, 6 排入右圖中，使得每一列從左到右，每一行從上到下都漸增。試問有幾種排法？(9分)

A	B	C
D	E	F

解：1 必排 A，6 必排 F，2, 3, 4, 5 可排的方式為：
 由樹狀圖知有 5 種排法。

