高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：100.06.15					
範圍	4-1 一維數據	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題 (每題 10 分)

1. 張老師在計算班上 50 位同學的平均成績時，重複寫了一個成績 60 分，得 51 位學生平均成績爲 55 分，則該班 50 位學生的平均成績爲____________分．

解答 54.9

解析 $\because \dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{50}+60}{51}=55$，$\therefore x_1+x_2+\ldots+x_{50}=55\times 51-60=2745$，

故算術平均數 $=\dfrac{2745}{50}=54.9$（分）．

2. 某次考試，甲班 30 人平均 75 分，乙班 35 人平均 72 分，丙班 35 人平均 80 分，則此三班合併的平均分數爲__________．

解答 75.7 分

解析 $\mu=\dfrac{\mu_1\times n_1+\mu_2\times n_2+\mu_3\times n_3}{n_1+n_2+n_3}=\dfrac{75\times30+72\times35+80\times35}{30+35+35}=75.7$．

3. 設變數 $X=x_1$，x_2，…，x_n，且變數 $Y=3X+5$，若 $\mu_X=24$，則 $\mu_Y=$____________．

解答 77

解析 當 $Y=3X+5$ 時，$\mu_Y=3\mu_X+5=3\times24+5=77$．

4. a，b，c，d，e，f，g，h，八人之數學成績，分別以 x_a，x_b，x_c，…來表示，若把變量起點平移至 x_e，其得分如表：

學生	a	b	c	d	e	f	g	h	合計
x_i-x_e	4	-6	7	-15	0	-9	2	1	-16

設八人的真正平均分數爲 76 分，試求 h 之得分是____________．

解答 79 分

解析 $76=x_e+\dfrac{-16}{8}\Rightarrow x_e=78$，$x_h=78+1=79$．

5. 5 個數 2，4，8，8，64 的幾何平均數爲____________．

解答 8

解析 2，4，8，8，64 的幾何平均數 $=\sqrt[5]{2\times4\times8\times8\times64}=\sqrt[5]{2^{15}}=2^3=8$．

6. 大明開設一公司，連續三年的成長率依序爲 $-10\ \%$，$20\ \%$，$60\ \%$，則此公司三年的年成長率平均值爲____________．

解答 20 %

解析 $1+r=\sqrt[3]{\dfrac{9}{10}\times\dfrac{12}{10}\times\dfrac{16}{10}}=\dfrac{12}{10}\Rightarrow r=1-\dfrac{12}{10}=\dfrac{2}{10}=20\ \%$．

7. 某射擊小組有六人，今各射擊 5 發，各人命中數分別爲 4，1，4，3，2，4 發，若 a 表其算術平均數，b 表其眾數，c 表其中位數，d 表其幾何平均數，則 a，b，c 與 d 之大小關係爲____________．

解答　$b > c > a > d$

解析　由小至大排序：1，2，3，4，4，4，

算術平均數 $a = \dfrac{1+2+3+4+4+4}{6} = 3$，眾數 $b = 4$，

中位數 $c = \dfrac{3+4}{2} = 3.5$，幾何平均數 $d = \sqrt[6]{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = 2\sqrt[6]{6}$，

$\therefore b > c > a > d$．

8. 若 6 個資料的數值分別為 2，4，4，5，7，8，則標準差為____________．

解答　2

解析　六個數 $x_i = 2$，4，4，5，7，8，算術平均數 $\mu = \dfrac{2+4+4+5+7+8}{6} = 5$，

標準差 $\sigma = \sqrt{\dfrac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}(x_i-\mu)^2} = \sqrt{\dfrac{1}{6}[(-3)^2+(-1)^2+(-1)^2+0^2+2^2+3^2]} = \sqrt{\dfrac{1}{6}\times 24} = 2$．

9. 設兩群樣本資料 X，Y 各有 n 個數，且 X，Y 的關係為 $y_i = 3x_i - 2$，$i = 1$，2，…，n，已知 $\sigma_X = 6$，且 $\mu_Y = 148$，則：(1)$\mu_X =$____________．(2)$\sigma_Y =$____________．

解答　(1)50;(2)18

解析　$y_i = 3x_i - 2$ 時，$\mu_Y = 3\mu_X - 2$，因此，$\mu_X = \dfrac{\mu_Y + 2}{3} = \dfrac{148+2}{3} = 50$，

又 $\sigma_Y = 3\sigma_X$，所以，$\sigma_Y = 3 \times 6 = 18$．

10. 甲班 44 位學生數學段考成績不佳，平均分數 40 分，標準差 8 分，老師決定將成績以 $y = ax + b$ 的方式加分（其中 x 為原分數，y 為加分後分數，$a > 0$），將成績提高到平均分數 50 分，標準差 9 分，按照這個計算方式，甲班學生 George 加分後分數將超過 100 分，請問 George 原分數至少____________分（原分數皆為整數）．

解答　85

解析　$\because\ y = ax + b$（$a > 0$），

$\therefore\ \sigma_Y = a\sigma_X \Rightarrow 9 = a \times 8 \Rightarrow a = \dfrac{9}{8}$，

又 $\mu_Y = a\mu_X + b = \dfrac{9}{8}\mu_X + b \Rightarrow 50 = \dfrac{9}{8} \times 40 + b \Rightarrow b = 5$，得 $y = \dfrac{9}{8}x + 5$，

若 $y = \dfrac{9}{8}x + 5 > 100 \Rightarrow x > 84.4$，則 $x \geq 85$ 分．

11. 某校 204 班有學生 47 人，某次數學測驗成績經計算算術平均數與標準差後，發現成績有誤，甲多算了 20 分，乙少算了 20 分，經重新計算算術平均數與標準差後，則以下哪些人的說法正確？____________

甲說：標準差必不變．　乙說：算數平均數必不變．　丙說：全距必不變．

丁說：中位數必不變．　戊說：變異數必不變．

解答 乙

解析 (1)甲多算 20 分，乙少算 20 分，全班新總分數與原來總分數不變 $\Rightarrow$ 算術平均數不變，$\therefore$ 乙對．

(2)有可能若甲是全班分數最低，乙全班分數最高 $\Rightarrow$ 全距變大，變異數、標準差變大，$\therefore$ 甲、丙、戊不對．

(3)假設甲全班分數排行第 24 位，即中位數的位置又與前後的分數不同 $\Rightarrow$ 中位數變了，$\therefore$ 丁不對．

12. 以下哪些人的說法正確？____________．

甲說：0，1，2，3，4，5 六個數的標準差與 3，1，2，5，0，4 六個數的標準差相同．

乙說：0，1，2，3，4，5 六個數的標準差與 10，11，12，13，14，15 六個數的標準差相同．

丙說：0，1，2，3，4，5 六個數的標準差與 10，12，14，16，18，20 六個數的標準差相同．

丁說：0，1，2，3，4，5 六個數的標準差與 0，2，4，6，8，10 六個數的標準差相同．

戊說：0，1，2，3，4，5 六個數的標準差與 0，$\frac{1}{2}$，1，$\frac{3}{2}$，2，$\frac{5}{2}$ 六個數的標準差相同．

解答 甲、乙

解析 X：0，1，2，3，4，5，標準差 σ_X．

(1) 0，1，2，3，4，5 與 3，1，2，5，0，4，六個數完全相同，$\therefore$ 標準差相同．

(2) $X+10$，得 10，11，12，13，14，15 $\Rightarrow$ 平移後，標準差不變，$\therefore$ 標準差相同．

(3) $2X+10$，得 10，12，14，16，18，20 $\Rightarrow$ 標準差 $=2\sigma_X$．

(4) $2X$，得 0，2，4，6，8，10 $\Rightarrow$ 標準差 $=2\sigma_X$．

(5) $\frac{X}{2}$，得 0，$\frac{1}{2}$，1，$\frac{3}{2}$，2，$\frac{5}{2}$ $\Rightarrow$ 標準差 $=\frac{1}{2}\sigma_X$．

$\therefore$ 甲、乙對．

13. 有 10 個數值資料：1，2，3，4，5，6，7，8，9，10；設 $P(x)=(x-1)^2+(x-2)+(x-3)^2+(x-4)^2+(x-5)^2+(x-6)^2+(x-7)^2+(x-8)^2+(x-9)^2+(x-10)^2$，則當 $P(x)$ 有最小值時，此時 x 的值爲__________．

解答 $\frac{11}{2}$

解析 當 $x=\frac{1}{10}(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)=\frac{55}{10}=\frac{11}{2}$ 時，$P(x)$ 有最小值．

14.若一組資料 X 的算術平均數爲 μ_X，標準差爲 σ_X 且 $Y=\frac{30(X-\mu_X)}{\sigma_X}+60$，則數對 $(\mu_Y,\sigma_Y)=$__________．

解答 (60，30)

解析 $Y=\frac{30(X-\mu_X)}{\sigma_X}+60=\frac{30}{\sigma_X}X+(-\frac{30}{\sigma_X}\mu_X+60)$

$\Rightarrow \mu_Y=\frac{30}{\sigma_X}\mu_X+(-\frac{30}{\sigma_X}\mu_X+60)=60$，　$\sigma_Y=|\frac{30}{\sigma_X}|\sigma_X=30$．

15. 有 10 人在某次考試之平均分數爲 67 分，標準差爲 4 分，若此 10 人得分爲 61，63，64，65，67，68，71，72，a，b（$a<b$），則$(a，b)=$____________ .

解答 (65，74)

解析 設$a=67+s,\quad b=67+t,\quad s<t$

$\because \sum_{i=1}^{10}(x_i-\mu)=0$，$\therefore -6-4-3-2+0+1+4+5+s+t=0$，$s+t=5$……①，

又$\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}(x_i-\mu)^2={\sigma_X}^2$，$\therefore \sum_{i=1}^{10}(x_i-67)^2=10\times 4^2$

$\Rightarrow(-6)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+0^2+1^2+4^2+5^2+s^2+t^2=160\Rightarrow s^2+t^2=53$……②，

$\because s<t$，由①②$t=5-s\Rightarrow s^2+(5-s)^2=53,\quad s^2-5s-14=0$

$(s-7)(s+2)=0\Rightarrow s=-2, 7$ (不合)

得$s=-2$，$t=7\Rightarrow a=65$，$b=74$，$\therefore(a，b)=(65，74)$.

16. 甲、乙兩人與其他八人的身高平均爲 156 公分，標準差 4 公分 . 若其他八人的身高分別爲 150，152，153，154，156，157，160，161 公分，已知甲比乙高，則甲的身高爲_________公分 .

解答 163

解析 設$x_1=150$，$x_2=152$，$x_3=153$，$x_4=154$，$x_5=156$，$x_6=157$，$x_7=160$，$x_8=161$，

$x_{甲}=s+156$，$x_{乙}=t+156$ 且 $x_{甲}>x_{乙}$，$s>t$，設 $y_i=x_i-156$，

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{1}{10}(\sum_{i=1}^{8}{y_i}^2+s^2+t^2)}=4$$

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{1}{10}[(-6)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+0^2+1^2+4^2+5^2+s^2+t^2]}=4\Rightarrow s^2+t^2=53\text{……①}$$

又$\sum_{i=1}^{8}y_i+s+t=0\Rightarrow s+t=5$……②

由①②得$s=7\Rightarrow x_{甲}=163$.

17. 某次測驗，第一組學生 40 人，平均成績 80 分，標準差 4 分；第二組學生 20 人，平均成績爲 86 分，標準差 5 分，則合併兩組學生共 60 人的

(1)平均分數爲____________ . (2)標準差爲____________ .

解答 (1) 82 分;(2) 5.2

解析 (1) $\because \mu_1=80$，$\mu_2=86$，$\therefore$ 60 人平均成績 $\mu=\frac{40\times 80+20\times 86}{40+20}=82$（分）.

(2) 設第一組 40 人之成績爲 x_1，x_2，…，x_{40}，第二組 20 人之成績爲 y_1，y_2，…，y_{20}，則 $\mu_1=80$，$\sigma_1=4$，$\mu_2=86$，$\sigma_2=5$，

$$\therefore\quad {\sigma_1}^2=\frac{1}{40}\sum_{i=1}^{40}{x_i}^2-{\mu_1}^2\Rightarrow 16=\frac{1}{40}\sum_{i=1}^{40}{x_i}^2-80^2\Rightarrow\sum_{i=1}^{40}{x_i}^2=40(16+80^2)=256640 .$$

又 $\sigma_2{}^2=\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}y_i{}^2-\mu_2{}^2\Rightarrow 25=\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}y_i{}^2-86^{\,2}\Rightarrow\sum_{i=1}^{20}y_i{}^2=20(25+86^{\,2})=148420$，

$\therefore$ 合併後的標準差 $\sigma^2=\frac{1}{60}(\sum_{i=1}^{40}x_i{}^2+\sum_{i=1}^{20}y_i{}^2)-\mu^2=\frac{1}{60}(256640+148420)-82^{\,2}=27$，

故 $\sigma_X=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$.

18. $f(x)=(x-1)^2+2(x-2)^2+\cdots+19(x-19)^2+20(x-20)^2$，則 $x=$____________時，$f(x)$ 有最小值 .

解答 $\frac{41}{3}$

解析 當 $f(x)$ 有最小值時，$x=\frac{1\times1+2\times2+\cdots+19\times19+20\times20}{1+2+3+\cdots+20}$，即

$$x=\frac{1^2+2^2+\cdots+20^2}{1+2+\cdots+20}=\frac{\frac{1}{6}\times20\times21\times41}{\frac{1}{2}\times20\times21}=\frac{41}{3}$$.

19. 某公司民國 85 年營業額爲 4 億元，民國 86 年營業額爲 6 億元，該年的成長率爲 50 %．87，88，89 三年的成長率皆相同，且民國 89 年的營業額爲 48 億元．則該公司 89 年的成長率爲__________%.

解答 100

解析 86 年營業額 $4(1+50\%)=6$ 億元，設 87 年之成長率爲 $r\%$，87 年營業額 $6(1+r\%)$ 億元，
88 年營業額 $6(1+r\%)^2$ 億元，89 年營業額 $6(1+r\%)^3$ 億元，
則 $48=6\times(1+r\%)^3\Rightarrow 8=(1+r\%)^3\Rightarrow 1+r\%=2$，$r\%=1\Rightarrow r=100$.

20. 某商店進一批水果，平均單價爲每個 50 元，標準差爲 10 元．今每個水果以進價的 1.5 倍爲售價出售，則：(1)水果平均售價爲每個____________元．(2)標準差爲____________元．

解答 (1)75;(2)15

解析 (1) $50\times1.5=75$（元）．　(2) $10\times1.5=15$（元）．

21. 某數學老師計算學期成績的公式如下：六次平時考中取較好的三次之平均值占 40%，兩次期中考及期末考各占 20%．某生平時考成績分別爲 85，62，71，95，66，78，兩次期中考及期末考成績分別爲 76，84，79，則該生學期成績爲____________分．

解答 82.2

解析 平時成績爲 $\frac{85+95+78}{3}=\frac{258}{3}=86$，

故學期成績爲 $86\times0.4+76\times0.2+84\times0.2+79\times0.2=82.2$.

22. 次數學考試，甲班 50 位同學之平均成績爲 76 分，標準差爲 8 分，乙班 40 位同學之平均成績爲 85 分，標準差爲 10 分，則甲、乙兩班 90 位同學此次數學考試之標準差爲____________分．

解答 10

解析 $\mu=\frac{50\times76+40\times85}{50+40}=\frac{7200}{90}=80$，

設甲班成績爲 $X = x_1, x_2, \cdots, x_{50}$，乙班成績爲 $Y = y_1, y_2, \cdots, y_{40}$，

$\because 8^2 = \dfrac{1}{50}\sum_{k=1}^{50} {x_k}^2 - 76^2 \Rightarrow \sum_{k=1}^{50} {x_k}^2 = 292000$，

$10^2 = \dfrac{1}{40}\sum_{k=1}^{40} {y_k}^2 - 85^2 \Rightarrow \sum_{k=1}^{40} {y_k}^2 = 293000$，

$\therefore$標準差爲 $\sigma = \sqrt{\dfrac{1}{90}(292000 + 293000) - 80^2} = \sqrt{100} = 10$.

23. 根據統計資料，1 月份臺北地區的平均氣溫是攝氏 16 度，標準差是攝氏 3.5 度，一般外國朋友比較習慣用華氏溫度來表示冷熱，已知當攝氏溫度爲 x 時，華氏溫度爲 $y = \dfrac{9}{5}x + 32$；若用華氏溫度表示，則(1)1 月份臺北地區的平均氣溫是華氏________度 . (2)標準差是華氏________度 .

解答　(1)60.8;(2)6.3

解析　$y = \dfrac{9}{5}x + 32 \Rightarrow \mu_Y = \dfrac{9}{5}\mu_X + 32$，且 $\sigma_Y = \dfrac{9}{5}\sigma_X$

由 $\mu_X = 16$，$\mu_Y = \dfrac{9}{5} \times 16 + 32 = 60.8$（度），且 $\sigma_X = 3.5$，$\sigma_Y = \dfrac{9}{5} \times 3.5 = 6.3$（度）.

24. 某校想要了解全校同學是否知道中央政府五院院長的姓名，出了一份考卷，該卷共有五個單選題，滿分 100 分，每題答對得 20 分，答錯零分，不倒扣，閱卷完畢後，校方公布每題答對率如下：

題號	一	二	三	四	五
答對率	80%	70%	60%	50%	40%

請問此次測驗全體受測同學的平均分數是__________分 .

解答　60

解析　平均分數爲 $20 \times 0.8 + 20 \times 0.7 + 20 \times 0.6 + 20 \times 0.5 + 20 \times 0.4 = 60$（分）.

25.已知一組資料 x_1，x_2，…，x_{10} 的算術平均數爲 6，$\sum_{i=1}^{10} {x_i}^2 = 400$，$p$ 爲任意實數，則 $\sum_{i=1}^{10}(x_i - p)^2$ 的最小值爲________ .

解答　40

解析　$\sum_{i=1}^{10}(x_i - p)^2$ 的最小值 $= \sum_{i=1}^{10}(x_i - \mu)^2$，即 $p = \mu$ 時，$\sum_{i=1}^{10}(x_i - p)^2$ 的值最小

$\sum_{i=1}^{10}(x_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^{10} {x_i}^2 - 10\mu^2 = 400 - 10 \times 6^2 = 40$.

(因爲 $\sum_{i=1}^{10}(x_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^{10}({x_i}^2 - 2x_i\mu + \mu^2) = \sum_{i=1}^{10} {x_i}^2 - 2\mu \cdot \sum_{i=1}^{10} x_i + \sum_{i=1}^{10} \mu^2$

$= \sum_{i=1}^{10} {x_i}^2 - 2 \times \mu \times 10\mu + 10\mu^2 = \sum_{i=1}^{10} {x_i}^2 - 10\mu^2$)