高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：100.05.25
範圍	3-3 條件機率、貝氏定理	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題 (每題 10 分)

1.若 A，B 爲兩事件，$P(A\cup B)=\dfrac{3}{4}$，$P(A\cap B)=\dfrac{1}{4}$，$P(B')=\dfrac{2}{3}$，則 $P(B'\,|\,A)=$____________ .

解答 $\dfrac{5}{8}$

解析 $\because\ P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ 且 $P(B)=1-P(B')$

$\therefore\ \dfrac{3}{4}=P(A)+(1-\dfrac{2}{3})-\dfrac{1}{4}\ \Rightarrow P(A)=\dfrac{2}{3}$

故 $P(B'\,|\,A)=\dfrac{P(A\cap B')}{P(A)}=\dfrac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}}=\dfrac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}}=\dfrac{5}{8}$.

2.投擲一公正骰子三次，令 A 表三次出現點數和爲 12 的事件，B 表第一次擲出偶數點的事件，則 (1)$P(A)=$____________ . (2)$P(B'\,|\,A)=$____________ .

解答 (1) $\dfrac{25}{216}$;(2) $\dfrac{12}{25}$

解析 (1)點數和爲 12 的情況有

(1，5，6)排列數爲 $3!=6$，(2，4，6)排列數爲 $3!=6$，(3，3，6)排列數爲 $\dfrac{3!}{2!}=3$

(2，5，5)排列數爲 $\dfrac{3!}{2!}=3$，(3，4，5)排列數爲 $3!=6$，(4，4，4)排列數爲 $\dfrac{3!}{3!}=1$

$\therefore$ 共有 $6+6+3+3+6+1=25$ 種，故 $P(A)=\dfrac{25}{6^3}=\dfrac{25}{216}$.

(2)$P(B'\,|\,A)=\dfrac{P(B'\cap A)}{P(A)}=\dfrac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)}$

$A\cap B$ 表第一次偶數且點數和爲 12 的事件，其個數有：

($\boxed{6}$，5，1)個數有 $2!=2$，(6，4，2)個數有 $3!=6$，($\boxed{6}$，3，3)個數有 1

($\boxed{2}$，5，5)個數有 1，($\boxed{4}$，5，3)個數有 $2!=2$，($\boxed{4}$，4，4)個數有 1

$\therefore\ n(A\cap B)=2+6+1+1+2+1=13\Rightarrow P(A\cap B)=\dfrac{13}{6^3}=\dfrac{13}{216}$

故 $P(B'\,|\,A)=\dfrac{\frac{25}{216}-\frac{13}{216}}{\frac{25}{216}}=\dfrac{12}{25}$.

3.某校學生中，高一占 40%，高二占 30%，高三占 30%，又知高一學生中有 50%是近視者，高二學生中有 60%是近視者，高三學生中有 70%是近視者．從該校學生中任抽選一人，則

(1)此人不患近視的機率爲＿＿＿＿＿＿．

(2)所選的人已知患近視，求此人爲高二學生的機率爲＿＿＿＿＿＿．

解答 (1) $\frac{41}{100}$;(2) $\frac{18}{59}$

解析 設 A_1，A_2，A_3 依次表所選一人爲高一、高二、高三學生的事件，

R 表所選一人爲近視者事件，則

$$(1)P(R)=P(A_1)\cdot P(R\mid A_1)+P(A_2)\cdot P(R\mid A_2)+P(A_3)\cdot P(R\mid A_3)$$

$$=\frac{40}{100}\times\frac{50}{100}+\frac{30}{100}\times\frac{60}{100}+\frac{30}{100}\times\frac{70}{100}=\frac{59}{100}$$

$$\therefore\ P(R')=1-P(R)=1-\frac{59}{100}=\frac{41}{100}\ .$$

$$(2)P(A_2\mid R)=\frac{P(A_2\cap R)}{P(R)}=\frac{P(A_2)P(R\mid A_2)}{P(R)}=\frac{\frac{30}{100}\times\frac{60}{100}}{\frac{59}{100}}=\frac{18}{59}\ .$$

4.從一副撲克牌中抽出 5 張，已知其中 4 張是紅心，求另外一張也是紅心的機率爲＿＿＿＿＿＿．

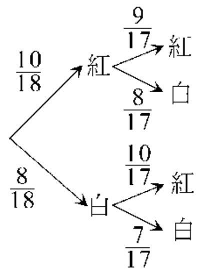
解答 $\frac{3}{16}$

解析

若已知前 4 張是紅心，則另外一張是紅心的機率等於從一副有 48 張（$52-4=48$）牌，其中有 9 張（$13-4=9$）紅心的撲克牌抽一張，抽中紅心的機率即 $\frac{9}{48}=\frac{3}{16}$ ．

5.設袋中有 10 個紅球，8 個白球，今自袋中連取兩次，每次取一球，取後不放回，已知兩次中至少有一次取到紅球，求兩球皆爲紅球的機率爲＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{9}{25}$



解析 每次取球情況的機率分配樹狀圖如右

故至少有一次取到紅球的機率爲 $\frac{10}{18}\times\frac{9}{17}+\frac{10}{18}\times\frac{8}{17}+\frac{8}{18}\times\frac{10}{17}=\frac{125}{153}$

$\because$ 兩次均取到紅球的機率爲 $\frac{10}{18}\times\frac{9}{17}=\frac{5}{17}$

$\therefore$ 所求的條件機率爲 $\frac{\frac{5}{17}}{\frac{125}{153}}=\frac{9}{25}$ ．

6.擲一公正骰子兩次，在點數和大於 9 點的條件下，第一次擲得 5 點的機率爲＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{1}{3}$

解析 設 A 表示點數和大於 9 點的事件，B 表示第一次擲得 5 點的事件，則

$A=\{(4,6),(5,5),(6,4),(5,6),(6,5),(6,6)\}$，$A\cap B=\{(5,5),(5,6)\}$

$\therefore\ P(B\mid A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$.

7.一袋中有 3 個紅球和 5 個白球，共 8 個球，從袋中逐次取球，每次取出一球，且取出的球不放回，若取每一球的機會相同，A 表第一次取出的球是白球的事件，B 表第二次取出的球是紅球的事件，則(1)$P(B)=$＿＿＿＿＿＿，(2)$P(A\mid B)=$＿＿＿＿＿＿ .

解答 (1)$\dfrac{3}{8}$;(2)$\dfrac{5}{7}$

解析 $P(B)=P(A)\cdot P(B\mid A)+P(A')\cdot P(B\mid A')$ $\Leftarrow$(白,紅)、(紅,紅)

$$=\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}=\frac{21}{56}=\frac{3}{8}\ .$$

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{7}}{\frac{3}{8}}=\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{8}{3}=\frac{5}{7}\ .$$

8.一袋中有 3 白球、4 紅球、5 黑球，今從袋中逐次取球．每次一球，取 3 次，取出不放回．若袋中每一球被取中的機會均等，則

(1)三球爲兩色的機率爲＿＿＿＿＿＿．

(2)第三次取中白球的機率爲＿＿＿＿＿＿．

(3)若已知取出三球爲兩色，則第三次取中白球的機率爲＿＿＿＿＿＿．

(4)若已知第三次取中白球，則三球恰爲兩色的機率爲＿＿＿＿＿＿．

解答 (1)$\dfrac{29}{44}$;(2)$\dfrac{1}{4}$;(3)$\dfrac{34}{145}$;(4)$\dfrac{34}{55}$

解析 (1)設 A 表三球恰爲兩色的事件：(任三球) − (三球三色) − (三球一色)

$n(A)=P^{12}_{3}-(C^{3}_{1}\times C^{4}_{1}\times C^{5}_{1}\times 3!)-(P^{3}_{3}+P^{4}_{3}+P^{5}_{3})=1320-360-90=870$

$\therefore\ P(A)=\dfrac{870}{12\times 11\times 10}=\dfrac{29}{44}$.

(2)第三次取到白球的機率＝第一次取到白球的機率$=\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}$.

(3) 設 B 表第三次取中白球的事件

$A\cap B$ 表三球兩色且第三次白球的事件，其情況有

(白，紅，白)，(紅，白，白)，(黑，白，白)，

(白，黑，白)，(紅，紅，白)，(黑，黑，白)

$\therefore\ n(A\cap B)=3\times 4\times 2+4\times 3\times 2+5\times 3\times 2+3\times 5\times 2+4\times 3\times 3+5\times 4\times 3=204$

$\Rightarrow P(B\mid A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{204}{870}=\dfrac{34}{145}$.

(4) $n(B)=3\times 11\times 10=330$ ，$P(A\mid B)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(B)}=\dfrac{n(A\cap B)}{n(B)}=\dfrac{204}{330}=\dfrac{34}{55}$.

9.甲袋中有 3 紅球，2 白球；乙袋中有 2 紅球，6 白球；任選一袋取出一球，再放入另一袋中，然後再從放入球的袋中又取出一球，則

(1)兩次取出之球異色的機率爲＿＿＿＿＿＿．

(2)又已知兩次所取之球異色，則從甲袋取出白球的機率爲____________.

解答 (1) $\frac{341}{720}$;(2) $\frac{2}{11}$

解析 設 C_1，C_2 分別表選甲、乙兩袋的事件，則 $P(C_1)=P(C_2)=\frac{1}{2}$

設 R_1，R_2 分別表從甲、乙袋中取出紅球的事件

W_1，W_2 分別表從甲、乙袋中取出白球的事件

(1)兩球異色之機率爲（先甲袋紅球且後乙袋白球）+（先甲袋白球且後乙袋紅球）

+（先乙袋紅球且後甲袋白球）+（先乙袋白球且後甲袋紅球）

$=P(C_1\cap R_1\cap W_2)+P(C_1\cap W_1\cap R_2)+P(C_2\cap R_2\cap W_1)+P(C_2\cap W_2\cap R_1)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\times\frac{6}{9}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{9}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{8}\times\frac{2}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{6}{8}\times\frac{3}{6}=\frac{341}{720}$.

(2)P(甲取白 ｜ 兩球異色) $=\dfrac{\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{9}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{8}\times\frac{2}{6}}{\frac{341}{720}}=\frac{62}{341}=\frac{2}{11}$.

10.擲三粒均勻骰子一次,則在至少出現一粒 2 點的條件下,其點數和爲偶數的機率爲____________.

解答 $\frac{46}{91}$

解析 設 A 表至少出現一粒 2 點的事件，B 表點數和爲偶數的事件

則 $P(B\,|\,A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}$

∵ $n(A)=$ 任意$-$ (三粒均不出現 2 點的情形) $=6^3-5^3=91$

$A\cap B$ 表至少出現一粒 2 點且其和爲偶數的事件：形如 | 2 | 偶 | 偶 |， | 2 | 奇 | 奇 |

其中 | 2 | 偶 | 偶 | 有

(4，2，2)，(4，2，6)，(2，6，6)，(4，4，2)，(2，2，6)，(2，2，2)

共有 $\frac{3\,!}{2\,!}+3!+\frac{3\,!}{2\,!}+\frac{3\,!}{2\,!}+\frac{3\,!}{2\,!}+1=3+6+3+3+3+1=19$ 種

又 | 2 | 奇 | 奇 | 有 $C_1^3\times3\times3=27$ 種（先排 2，每個奇數有 3 個選擇）

∴ $n(A\cap B)=19+27=46$，故 $P(B\,|\,A)=\frac{46}{91}$.

11.設甲袋中有藍球 3 個，白球 5 個，乙袋中有藍球 2 個，白球 1 個，紅球 2 個，今投擲一公正骰子，若出現點數爲么點或 6，則從甲袋任取一球，若出現其他點數，則從乙袋任取一球．求選取一白球之機率爲____________.

解答 $\frac{41}{120}$

解析 設 A，B 表選甲袋、乙袋的事件，W 表選取一白球的事件則 $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$$\therefore\ P(W)=P(A)P(W\mid A)+P(B)P(W\mid B)=\frac{1}{3}\times\frac{5}{8}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{5}{24}+\frac{2}{15}=\frac{25+16}{120}=\frac{41}{120}\ .$$

12.利用簡單隨機抽樣，若從全體 50 位學生中任意抽取一位學生，則編號第 35 號的學生，在第 13 次被抽出的機率爲____________．

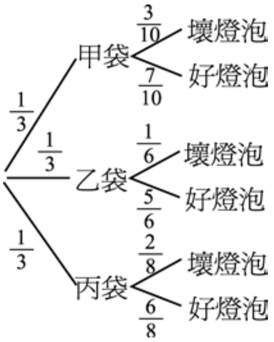
解答 $\frac{1}{50}$

解析 全部的排列數爲 $50!$，將 35 號排在第 13 次抽出的排列數爲 $49!$ $\Rightarrow\ \frac{49!}{50!}=\frac{1}{50}$ ．

13.設甲袋中有 10 個電燈泡，其中 3 個壞的；乙袋中有 6 個電燈泡，其中 1 個壞的；丙袋中有 8 個電燈泡，其中 2 個壞的；若任選一袋，由選出袋中任取一燈泡（選袋、選燈泡的機會均等），則抽中一個壞燈泡的機率爲___________．

解答 $\frac{43}{180}$

解析



設 A，B，C 分別表選甲袋、乙袋、丙袋的事件，並設 D 表抽到一壞燈泡的事件，則

$$P(D)=P(A)P(D\mid A)+P(B)P(D\mid B)+P(C)P(D\mid C)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{8}$$

$$=\frac{1}{10}+\frac{1}{18}+\frac{1}{12}=\frac{18+10+15}{180}=\frac{43}{180}\ .$$

14.同擲三公正骰子的試驗中，A 表出現點數和是 5 的倍數的事件，B 表出現點數和是 10 的事件，則(1)$P(A)=$____________，(2)$P(B\mid A)=$____________．

解答 (1)$\frac{43}{216}$;(2)$\frac{27}{43}$

解析 x，y，z 表三骰子的點數，$x+y+z=10$ 時，由 x，y，$z\in\{1,2,3,4,5,6\}$得

$\{x,y,z\}=\{1,3,6\}$，$\{1,4,5\}$，$\{2,2,6\}$，$\{2,3,5\}$，$\{2,4,4\}$，$\{3,3,4\}$

$\therefore$ 數對(x,y,z)共有 $6+6+3+6+3+3=27$ 種情形

同理 $x+y+z=5$ 時有 6 種情形，$x+y+z=15$ 時有 10 種情形

$$P(A)=\frac{6+27+10}{6^3}=\frac{43}{216}\ ,\ P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{27}{216}}{\frac{43}{216}}=\frac{27}{43}\ .$$

15.擲一均勻骰子三次，A 表三次的點數均不相同的事件，B 表三次的點數和是 6 點的事件，則(1)$P(B)=$____________，(2)而 A 與 B 不是獨立事件的理由是____________．

解答 (1) $\frac{5}{108}$；(2) $P(A)\cdot P(B)\neq P(A\cap B)$

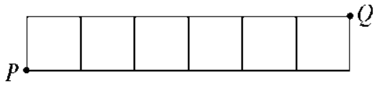
解析 $P(A)=\frac{P_3^6}{6^3}=\frac{6\times5\times4}{6^3}=\frac{5}{9}$

$P(B)=\frac{H_3^3}{6^3}=\frac{C_3^{3+3-1}}{6^3}=\frac{C_3^5}{6^3}=\frac{10}{6^3}=\frac{5}{108}$

$P(A\cap B)=\frac{6}{6^3}=\frac{1}{36}$（只有 $1+2+3$，$1+3+2$，…，$3+2+1$ 共 6 種可能）

$\because$ $P(A)\cdot P(B)=\frac{5}{9}\cdot\frac{5}{108}\neq\frac{1}{36}=P(A\cap B)$ $\therefore$ A 與 B 不是獨立事件．

16.有街道如下圖（每一小方格皆爲正方形），甲自 P 往 Q，乙自 Q 往 P，兩人同時出發以相同速度，沿最短距離前進．假設在每一分叉路口時，選擇前進方向的機率都相等，問甲、乙二人在路上相遇的機率有多大？將所求的機率化爲形如 $\frac{a}{2^n}$ 的最簡分數（即既約分數），其中 n 及 a 皆爲正整數，則序對$(n，a)=$＿＿＿＿＿＿＿＿．



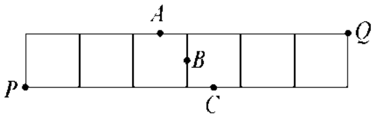
解答 (8, 29)

解析 兩人在 A 點相遇之機率$(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})=\frac{7}{8}\times\frac{1}{16}=\frac{7}{128}$

兩人在 B 點相遇之機率$(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})=\frac{1}{16}\times\frac{1}{16}=\frac{1}{256}$

兩人在 C 點相遇之機率$(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})=\frac{1}{16}\times\frac{7}{8}=\frac{7}{128}$

$\therefore$ 甲、乙在路上相遇之機率爲 $\frac{7}{128}+\frac{1}{256}+\frac{7}{128}=\frac{29}{256}=\frac{29}{2^8}=\frac{a}{2^n}$，故 $n=8$，$a=29$．



17.設 A，B，C 爲樣本空間 S 之事件，若 A，B，C 爲三獨立事件，$P(B)=\frac{1}{3}$，$P(A\cup B)=\frac{7}{12}$，且 $P(A\cap B\cap C')=\frac{3}{32}$，則 $P(C)=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{1}{4}$

解析 $\because$ A，B，C 爲獨立事件 $\therefore$ A，B，C'亦爲獨立事件且 A，B 爲獨立事件

$\because$ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$且 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

$\therefore$ $\frac{7}{12}=P(A)+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}P(A)$ $\Rightarrow$ $P(A)=\frac{3}{8}$

又 $P(A\cap B\cap C')=\dfrac{3}{32}\quad\Rightarrow\quad P(A)P(B)P(C')=\dfrac{3}{32}$

$\therefore\ \dfrac{3}{8}\times\dfrac{1}{3}\times P(C')=\dfrac{3}{32}\quad\Rightarrow\quad P(C')=\dfrac{3}{4}$，故 $P(C)=1-P(C')=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$.

18.某公司生產的省電燈泡由甲廠、乙廠、丙廠生產的比例是 40%，35%，25%，根據統計，甲廠、乙廠、丙廠生產的瑕疵品分別占各廠生產品的比例爲 1.3%，1.2%，1.5%，若將公司生產的燈泡集中在倉庫裡，從中任取一個燈泡，則(1)取到瑕疵品的機率爲____________；
(2)若從中取得的燈泡是瑕疵品，則此燈泡是甲廠生產的機率爲____________ .

解答 (1) $\dfrac{263}{2000}$；(2) $\dfrac{52}{1315}$

解析 (1)取到瑕疵品的機率 $=40\%\times 1.3\%+35\%\times 1.2\%+25\%\times 1.5\%=\dfrac{1315}{10000}=\dfrac{263}{2000}$.

(2)條件機率 $=\dfrac{40\%\times 1.3\%}{\dfrac{263}{2000}}=\dfrac{52}{1315}$.

19.擲三枚均勻的銅板一次，則至少出現一個正面的條件下，
(1)三個都是正面的機率 =____________，(2)恰有兩個正面的機率 =____________ .

解答 (1) $\dfrac{1}{7}$;(2) $\dfrac{3}{7}$

解析 擲三枚銅板，至少出現一次正面的機率：全－(三反) $=1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$

(1)三次都正面的機率 $=\dfrac{1}{8}$，所求條件機率 $=\dfrac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{8}}=\dfrac{1}{7}$.

(2)恰兩次正面的機率 $=C_1^3(\dfrac{1}{2})^3=3(\dfrac{1}{8})=\dfrac{3}{8}$，所求條件機率 $=\dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}}=\dfrac{3}{7}$.

20.袋中有 6 白球 3 黑球，每次從袋中取出一球，取後放回，共取 5 次，已知取到 4 次白球，則最初兩次都是白球的機率爲____________ .

解答 $\dfrac{3}{5}$

解析 設 A：取到 4 次白球， B：前 2 次取到白球，

$\because\ P(A)=C_4^5(\dfrac{2}{3})^4(\dfrac{1}{3})=\dfrac{80}{243}$， $P(A\cap B)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\times C_2^3(\dfrac{2}{3})^2(\dfrac{1}{3})=\dfrac{16}{81}$

$\Rightarrow P(B\,|\,A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{16}{81}}{\frac{80}{243}}=\dfrac{3}{5}$.

21.已知甲、乙兩人打靶的命中率分別爲$\frac{3}{4}$，$\frac{2}{5}$．今甲、乙兩人向同一個靶各射擊兩發，若每一發命中與否互不相關，求此靶恰被命中二發的條件下，甲、乙兩人各擊中一發的機率爲_________．

解答 $\frac{72}{157}$

解析 所求機率爲$\dfrac{P(\text{甲中 1 且乙中 1})}{P(\text{甲中 2})+P(\text{乙中 2})+P(\text{甲中 1 且乙中 1})}$

$$=\frac{C_1^2C_1^2(\frac{3}{4})(\frac{1}{4})(\frac{2}{5})(\frac{3}{5})}{(\frac{3}{4})^2(\frac{3}{5})^2+(\frac{1}{4})^2(\frac{2}{5})^2+C_1^2C_1^2(\frac{3}{4})(\frac{1}{4})(\frac{2}{5})(\frac{3}{5})}=\frac{72}{81+4+72}=\frac{72}{157}\ .$$

22.設某工廠有 A，B，C 三部機器生產同樣的產品，其產量分別爲總產量的$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{5}{12}$．而 A，B，C 三部機器的產品中，其不良品分別占其個別產量的 4%，3%，2%．

(1)從所有產品中取一產品，問取中不良品的機率爲____________．

(2)從所有產品中取一產品，已知取中不良品的條件下，問此產品來自 C 機器的機率爲__________．

解答 (1)$\frac{17}{600}$;(2)$\frac{5}{17}$

解析 (1) $P(\text{不良品})=\frac{1}{4}\times4\%+\frac{1}{3}\times3\%+\frac{5}{12}\times2\%=\frac{17}{600}$．

(2) $P(C\,|\,\text{不良品})=\dfrac{\frac{5}{12}\times2\%}{\frac{1}{4}\times4\%+\frac{1}{3}\times3\%+\frac{5}{12}\times2\%}=\frac{5}{17}$．

23.擲一枚硬幣四次，則至少出現三次正面的機率爲____________．

解答 $\frac{5}{16}$

解析 設擲四枚硬幣，樣本空間 S，則$|S|=2^4=16$，

至少三次正面的事件爲 A，即三正、四正，則$|A|=C_3^4+C_4^4=5$，所以$P(A)=\frac{5}{16}$．

24.小王和小林一起玩打靶遊戲，小王射擊命中靶的機率是$\frac{3}{5}$，小林的機率是$\frac{2}{3}$，小王先射，小林後射；小王射中與否不會影響小林的命中率，若他們兩人向靶各射一次，則只有小林命中的機率爲____________．

解答 $\frac{4}{15}$

解析 設小王與小林命中的事件分別爲 A 與 B，所求機率爲$P(A'\cap B)=P(A')P(B\,|\,A')$，

但已知 A 與 B 互相獨立，所以$P(B\,|\,A')=P(B)$，又$P(A')=1-P(A)$，

故所求機率爲$(1-\frac{3}{5})\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$．

25.連續投擲一公正骰子，欲使出現 6 點的機率不小於 $\frac{2}{3}$ 的投擲次數至少是____________次．

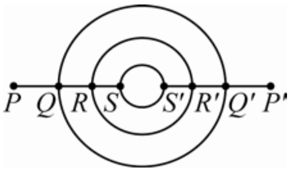
（註：$\log 2 \approx 0.3010,\ \log 3 \approx 0.4771$）

$\boxed{\text{解答}}$ 7

$\boxed{\text{解析}}$ 投一次不出現 6 點的機率為 $\frac{5}{6}$，欲使出現 6 點的機率不小於 $\frac{2}{3}$ 時，$(\frac{5}{6})^n \le \frac{1}{3}$，

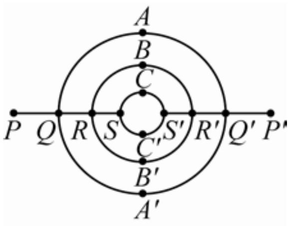
即 $n(\log 5 - \log 6) \le (-\log 3)$，故 $n \ge \dfrac{\log 3}{\log 2 + \log 3 - (1 - \log 2)} \approx 6.03$，即至少要投擲 7 次．

26.如圖，設路線圖中，$\overline{PQ} = \overline{P'Q'}$，$\overline{QR} = \overline{Q'R'}$，$\overline{RS} = \overline{R'S'}$，甲自 P 往 P'，乙自 P' 往 P；二人同時出發，以相同的速率前進，在分叉點選擇各個前進方向的機率相等，則甲、乙兩人途中不相遇的機率為____________．



$\boxed{\text{解答}}$ $\frac{121}{162}$

$\boxed{\text{解析}}$ (1)甲、乙途中相遇的情況只有在 A, B, C, C', B', A' 等六處，如圖所示．



(2)設兩人在 A, A', B, B', C, C' 相遇的機率分別為 $P(A), P(A'), P(B), P(B'), P(C), P(C')$，

則 $P(A) = P(A') = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$，

$$P(B) = P(B') = (\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}) \times (\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}) = \frac{1}{81},$$

$$P(C) = P(C') = (\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}) \times (\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}) = \frac{1}{324},$$

故兩人途中相遇的機率為 $2(\frac{1}{9} + \frac{1}{81} + \frac{1}{324}) = \frac{41}{162}$，

因此不相遇的機率為 $1 - \frac{41}{162} = \frac{121}{162}$．