高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：100.06.01
範圍	3-3 條件機率、貝氏定理(2)	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、單選題（每題 5 分 ）

(　　　) 1.某公司共有 5 個工廠，各工廠的產量都一樣，且所生產的產品都放進同一倉庫中．由過去的經驗，第 k 個工廠的產品不良率為 $\dfrac{k+1}{30}$，其中 $k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$，為了檢驗倉庫中這一批產品的品質，從倉庫中任意抽出一件，若為不良品，則此不良品是來自第三個工廠的機率為　(1) $\dfrac{1}{2}$　(2) $\dfrac{1}{3}$　(3) $\dfrac{1}{4}$　(4) $\dfrac{1}{5}$　(5) $\dfrac{1}{6}$ ．

解答　4

解析　設事件 A 為抽到第三個工廠的產品,事件 B 為抽到不良品,則所求為 $P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$．

又 $P(B)=\dfrac{1}{5}\times\dfrac{2}{30}+\dfrac{1}{5}\times\dfrac{3}{30}+\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{30}+\dfrac{1}{5}\times\dfrac{5}{30}+\dfrac{1}{5}\times\dfrac{6}{30}=\dfrac{20}{150}$，

$P(A\cap B)=\dfrac{1}{5}\times\dfrac{4}{30}=\dfrac{4}{150}$，故 $P(A|B)=\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5}$ ．

(　　　) 2.擲一公正的骰子一次，若已知出現的點數大於 2，試問所擲的點數為奇數的機率是

(1) $\dfrac{1}{4}$　(2) $\dfrac{1}{3}$　(3) $\dfrac{1}{2}$　(4) $\dfrac{3}{4}$　(5) $\dfrac{5}{6}$ ．

解答　3

解析　設 A 是點數大於 2 的事件，E 是點數為奇數的事件，

$A=\{3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，$E=\{1,\ 3,\ 5\}$，$A\cap E=\{3,\ 5\}$，$P(E|A)=\dfrac{|A\cap E|}{|A|}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$ ．

(　　　) 3.已知事件 A, B 是獨立事件，且 $P(A)=\dfrac{2}{3},\ P(B)=\dfrac{1}{2}$，試問 $P(A\cup B)$ 的值為

(1) $\dfrac{1}{4}$　(2) $\dfrac{2}{3}$　(3) $\dfrac{3}{4}$　(4) $\dfrac{4}{5}$　(5) $\dfrac{5}{6}$ ．

解答　5

解析　$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$，因 A, B 是獨立事件，知 $P(A\cap B)=P(A)P(B)$，

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{6}$ ．

(　　　) 4.丟一個公正的硬幣三次，已知第三次出現正面，試問出現兩次正面的機率是

(1) $\dfrac{1}{4}$　(2) $\dfrac{1}{2}$　(3) $\dfrac{3}{4}$　(4) $\dfrac{4}{5}$　(5) $\dfrac{5}{6}$ ．

解答　2

解析　設 A 是第三次出現正面的事件，B 是出現兩次正面的事件，

$A=\{$(正, 正, 正), (正, 負, 正), (負, 正, 正), (負, 負, 正)$\}$，

$B=\{$(正, 正, 負), (正, 負, 正), (負, 正, 正)$\}$，

$$P(B|A)=\frac{|A\cap B|}{|A|}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\ .$$

二、多選題（ 每題 10 分 ）

（　　　）1.設袋中有 4 個白球、5 個黑球，今從袋中連續取球三次，每次一球，取後不放回，試問下列選項中哪些是正確的？

(1)第一次取到白球之機率爲 $\frac{4}{9}$　　(2)第二次取到白球的機率爲 $\frac{4}{9}$

(3)第三次取到白球之機率爲 $\frac{4}{9}$

(4)第一次取到白球之機率等於第二次取到白球的機率

(5)第一次取到白球之機率等於第三次取到白球的機率．

解答　12345

解析　設 W_k 表第 k 次取中白球之事件， B_k 表第 k 次取中黑球之事件，

(1)所求機率爲 $P(W_1)=\frac{4}{9}$ ．

(2) $P(W_2)=P[(W_1\cap W_2)\cup(B_1\cap W_2)]=P(W_1\cap W_2)+P(B_1\cap W_2)$

$=P(W_1)P(W_2|W_1)+P(B_1)P(W_2|B_1)=\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{32}{9\times 8}=\frac{4}{9}$ ．

(3)(4)(5)根據抽籤原理所求機率皆爲 $\frac{4}{9}$

（　　　）2.甲、乙、丙三袋中，甲袋有 2 黑球 3 白球，乙袋有 2 黑球 2 白球，丙袋有 2 黑球 1 白球，現在自甲、乙、丙三袋中各取一球，試問三球中恰有 n 黑球的機率 P_n ，則

(1) $P_0<P_1$　(2) $P_0<P_2$　(3) $P_0<P_3$　(4) $P_2<P_3$ ．

解答　123

解析　$P_0=P(白,白,白)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{30}$ ，

$P_1=P(白,白,黑)+P(白,黑,白)+P(黑,白,白)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{11}{30}$ ，

$P_2=P(白,黑,黑)+P(黑,白,黑)+P(黑,黑,白)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{12}{30}$ ，

$P_3=P(黑,黑,黑)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{30}$ ，知 $P_0<P_3<P_1<P_2$ ．

（　　　）3.甲、乙兩人投籃球，甲平均每投 3 次中 2 次，乙平均每投 2 次中 1 次，且互不影響，現兩人各投籃 1 次，試問選項中哪些正確？

(1)共投進 2 球的機率是 $\frac{1}{3}$　　(2)共投進 0 球的機率是 $\frac{2}{3}$

(3)恰投進 1 球的機率是 $\frac{1}{2}$　　(4)恰投進 1 球的條件下，是甲投中的機率是 $\frac{2}{3}$ ．

解答　134

解析　設 A_1, A_2 是甲、乙投籃的事件，E 是投中的事件， $E_i=A_i\cap E$ ，

(1) $P(E_1 \cap E_2) = P(E_1)P(E_2) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

(2) $P(E_1{}' \cap E_2{}') = P(E_1{}')P(E_2{}') = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

(3) $P(E_1 \cap E_2{}') + P(E_1{}' \cap E_2) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

(4) $P(E_1 | E) = \frac{P(E_1)}{P(E)} = \frac{2}{3}$.

三、填充題（每題 10 分）

1.擲一枚硬幣四次，則至少出現三次正面的機率爲____________.

解答 $\frac{5}{16}$

解析 設擲四枚硬幣，樣本空間 S，則 $|S| = 2^4 = 16$，

至少三次正面的事件爲 A，則 $|A| = C_3^4 + C_4^4 = 5$，所以 $P(A) = \frac{5}{16}$.

2.袋中有 m 個紅球與 n 個白球，每次取出一個，取後不放回，則白球先取完的機率爲____________.

解答 $\frac{m}{m+n}$

解析 白球先取完，表示最後一個取出的球一定是紅球，根據抽籤原理，相當於第一次取球取到紅球的機率 $\frac{m}{m+n}$.

3.小王和小林一起玩打靶遊戲，小王射擊命中靶的機率是 $\frac{3}{5}$，小林的機率是 $\frac{2}{3}$，小王先射，小林後射；小王射中與否不會影響小林的命中率，若他們兩人向靶各射一次，則只有小林命中的機率爲____________.

解答 $\frac{4}{15}$

解析 設小王與小林命中的事件分別爲 A 與 B，所求機率爲 $P(A' \cap B) = P(A')P(B | A')$，
已知 A 與 B 互相獨立，所以 $P(B | A') = P(B)$，又 $P(A') = 1 - P(A)$，
所求機率 $(1 - \frac{3}{5}) \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$.

4.擲三粒均勻的骰子一次，則在至少出現一個點數 2 的條件下，其點數和爲偶數的機率爲__________.

解答 $\frac{46}{91}$

解析 設至少出現一粒點數 2 之事件爲 A，點數和爲偶數之事件爲 B，則 $|A| = 6^3 - 5^3 = 91$，
又至少出現一粒點數爲 2 且點數和爲偶數的情形有下列三種：

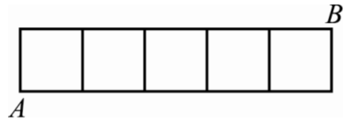
(1)恰有一個 2（2**）：$\begin{cases} \text{二奇}：C_1^3 \times 3 \times 3 = 27 \\ \text{二偶}：C_1^3 \times 2 \times 2 = 12 \end{cases}$.

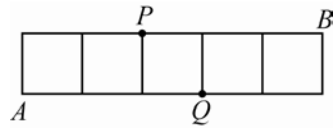
(2)恰有二個 2（22*）：$C_2^3 \times 2 = 6$.

(3)恰有三個 2（222）：1．

$\therefore |A\cap B| = 27+12+6+1=46$，$\therefore P(B|A)=\dfrac{\frac{46}{216}}{\frac{91}{216}}=\dfrac{46}{91}$．

5.如圖的道路中，甲從 A 走向 B，乙由 B 走向 A，走捷徑，兩人同時出發且速率相同，又在各分叉路口選擇前進方向的機率相同，試求兩人相遇的機率．____________。





解答　$\dfrac{7}{32}$

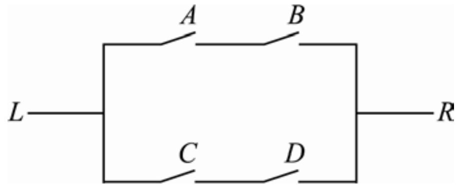
解析　如圖，兩人可能在 P 點或 Q 點相遇，

甲從 A 走到 P 點的機率爲 $\dfrac{1}{2}+(\dfrac{1}{2})^2+(\dfrac{1}{2})^3=\dfrac{7}{8}$，乙由 B 走到 P 點的機率爲 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$，

故兩人在 P 點相遇的機率爲 $\dfrac{7}{8}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{64}$，

同理兩人在 Q 點相遇的機率爲 $\dfrac{7}{64}$，所以兩人相遇機率爲 $2\times\dfrac{7}{64}=\dfrac{7}{32}$．

6.假設在下面的電路圖中有 4 個開關以 A，B，C，D 表示，而各開關接通的機率分別爲 $\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{1}{4}$, $\dfrac{1}{5}$．若各開關的運作是獨立的，試求電流從左端（L）流到右端（R）的機率．______________。



解答　$\dfrac{5}{24}$

解析　設 A, B, C, D 分別表示 A, B, C, D 開關通電的事件，已知 A, B, C, D 爲 4 個獨立事件，

且 $P(A)=\dfrac{1}{2}$，$P(B)=\dfrac{1}{3}$，$P(C)=\dfrac{1}{4}$，$P(D)=\dfrac{1}{5}$，

而電流能從左端（L）流到右端（R）之事件爲 $(A\cap B)\cup(C\cap D)$，

故所求機率爲

$$\begin{aligned}P((A\cap B)\cup(C\cap D)) &= P(A\cap B)+P(C\cap D)-P((A\cap B)\cap(C\cap D))\\ &= P(A)P(B)+P(C)P(D)-P(A\cap B\cap C\cap D)\\ &= P(A)P(B)+P(C)P(D)-P(A)P(B)P(C)P(D)\\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{6}+\frac{1}{20}-\frac{1}{120}=\frac{5}{24}\end{aligned}$$．

7.設箱中有 5 個紅球，3 個白球，每次自箱中任取一球，取出的球不再放回箱中，現在連取 3 球，試問在抽中 2 個白球的條件下，第二次抽中白球的機率．______________。

解答　$\dfrac{2}{3}$

解析　設 A 是抽中 2 個白球的事件，B 是第二次抽中白球的事件，

$A=\{$(紅, 白, 白), (白, 紅, 白), (白, 白, 紅)$\}$，

$A\cap B=\{$(紅, 白, 白), (白, 白, 紅)$\}$，

$$P(A)=\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times3=\frac{15}{56},\quad P(A\cap B)=\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times2=\frac{10}{56},\quad P(B|A)=\frac{2}{3}\ .$$

8.某種疾病的檢驗方法不是百分之百正確；依過去的經驗知道，患有此疾病的人且能正確判斷的可能性爲 0.9；沒有此疾病的人檢驗而誤判的可能性爲 0.05，假設來做檢驗的人中有 20%患有此疾病，試問：

(1)檢驗的人中被判斷爲有疾病的機率．________________。

(2)被判斷爲有疾病的人中真正有疾病的機率．________________。

解答 (1)0.22;(2) $\frac{9}{11}$

解析 設 A_1, A_2 分別是有疾病，沒疾病的事件，若 E 是被判斷爲有疾病的事件，則

$$P(E_1)=P(A_1)P(E|A_1)=0.2\times0.9=0.18\ .$$

$$P(E_2)=P(A_2)P(E|A_2)=0.8\times0.05=0.04\ .$$

(1) $P(E)=P(E_1)+P(E_2)=0.18+0.04=0.22$ ．

(2) $P(E_1|E)=\frac{P(E_1)}{P(E)}=\frac{0.18}{0.22}=\frac{9}{11}$ ．

9.假設有三個保險箱，每一個保險箱各有兩個抽屜，第一個保險箱的每一個抽屜裡各放一個金幣，第二個保險箱裡的一個抽屜放一個金幣，另一個抽屜放一個銀幣；第三個保險箱的每一個抽屜裡各放一個銀幣．若隨意打開一保險箱中的一個抽屜，發現裡面放的是一個金幣，求這個保險箱的另一個抽屜也是放金幣的機率．________________。

解答 $\frac{2}{3}$

解析 設 A_1, A_2, A_3 是取到第一、二、三保險箱的事件，E 是取到金幣的事件，

$$P(E_1)=P(A_1)P(E|A_1)=\frac{1}{3},\quad P(E_2)=P(A_2)P(E|A_2)=\frac{1}{6},\quad P(E_3)=P(A_3)P(E|A_3)=0,$$

$$P(E)=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+0=\frac{1}{2},\qquad P(A_1|E)=\frac{P(E_1)}{P(E)}=\frac{2}{3}\ .$$

10.設工廠有三部機器 A, B, C 分別生產全部產品的 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$，且 A, B, C 三部機器生產的不良品分別占生產品的 2%, 3%, 12%，試問：

(1)從所有產品中取出一產品，此產品爲不良品的機率．________________。

(2)已知取到一件不良品，則此產品來自 B 機器的機率．________________。

解答 (1) $\frac{1}{25}$;(2) $\frac{1}{4}$

解析 設 A_1, A_2, A_3 是選到 A, B, C 的事件，E 是不良品的事件，

$$P(E_1)=\frac{1}{2}\times2\%=\frac{1}{100},\quad P(E_2)=\frac{1}{3}\times3\%=\frac{1}{100},\quad P(E_3)=\frac{1}{6}\times12\%=\frac{2}{100},$$

(1) $P(E)=P(E_1)+P(E_2)+P(E_3)=\frac{1}{25}$ ．

(2) $P(E_2|E)=\dfrac{P(E_2\cap E)}{P(E)}=\dfrac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{25}}=\dfrac{1}{4}$.

11.某公司共有 6 個工廠，各工廠的產量都一樣，且所生產的產品都放進同一倉庫中．由過去的經驗知道，第 k 個工廠的產品不良率爲 $\dfrac{k}{50}$ ，其中 $k=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，爲了檢驗倉庫中這一批產品的品質，從倉庫中任意抽出一件，

(1)該產品爲不良品的機率．________________。

(2)若爲不良品，則此產品來自第 5 個工廠的機率．________________。

解答 (1) $\dfrac{7}{100}$;(2) $\dfrac{5}{21}$

解析 設 Ai 是第 i 個工廠的事件，E 是不良品的事件， $Ei=Ai\cap E$ ，

$P(E_1)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{50}=\dfrac{1}{300}$ ， $P(E_2)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{2}{50}=\dfrac{2}{300}$ ， $P(E_3)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{3}{50}=\dfrac{3}{300}$ ，

$P(E_4)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{4}{50}=\dfrac{4}{300}$ ， $P(E_5)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{5}{50}=\dfrac{5}{300}$ ， $P(E_6)==\dfrac{1}{6}\times\dfrac{6}{50}=\dfrac{6}{300}$ ，

(1) $P(E)=P(E_1)+P(E_2)+P(E_3)+P(E_4)+P(E_5)+P(E_6)=\dfrac{7}{100}$.

(2) $P(E_5|E)=\dfrac{P(E_5\cap E)}{P(E)}=\dfrac{5}{21}$.

12.設 A 袋有 6 紅球，4 白球；B 袋有 5 紅球，1 白球；C 袋有 2 紅球，3 白球．今任選一袋，從袋中任取一球，若已知取出的是白球，則此球是來自 B 袋的機率．________________。

解答 $\dfrac{1}{7}$

解析 設 A_1, A_2, A_3 是取自 A, B, C 的事件，E 是取到白球的事件， $E_i=A_i\cap E$ ，

$P(E_1)=P(A_1)P(E|A_1)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{2}{15}$ ， $P(E_2)=P(A_2)P(E|A_2)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{18}$ ，

$P(E_3)=P(A_3)P(E|A_3)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$ ， $P(E)=P(E_1)+P(E_2)+P(E_3)=\dfrac{7}{18}$ ，

$P(E_2|E)=\dfrac{P(E_2\cap E)}{P(E)}=\dfrac{1}{7}$.

13.全班男女生共 51 人，票選畢業旅行的目的地，每人限投一票，結果如右表．現以簡單隨機抽樣，抽出兩人，若這兩人都是女生，試問這兩人都想去墾丁的機率_________。

	女	男
墾丁	10	10
澎湖	6	10
花東	9	6

解答 $\dfrac{3}{20}$

解析 設 A 是兩人都是女生的事件，E 是兩人都是去墾丁的事件，

$P(E|A)=\dfrac{n(E\cap A)}{n(A)}=\dfrac{C^{10}_2}{C^{25}_2}=\dfrac{3}{20}$.

14.擲一公正的骰子五次，假設各次互不影響，求下列事件發生的機率：
(1)第一、三、四次得 6 點，且第二、五次非 6 點．________________。
(2)五次中恰三次得 6 點．________________。

解答 (1) $\frac{25}{7776}$;(2) $\frac{125}{3888}$

解析 (1)由題意知各次得 6 點是獨立事件，故所求機率爲 $\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=(\frac{1}{6})^3(\frac{5}{6})^2=\frac{25}{7776}$ ．

(2)五次中任意指定某三次爲 6 點，另二次非 6 點的機率都是 $(\frac{1}{6})^3(\frac{5}{6})^2$，

故恰三次得 6 點的機率爲 $C_3^5\times(\frac{1}{6})^3(\frac{5}{6})^2=10\times\frac{25}{7776}=\frac{125}{3888}$ ．

15.設 A，B 是事件，已知 $P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，求 $P(A|B)=$________________。

解答 $\frac{2}{3}$

解析 由 $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$，得 $P(A\cap B)=P(A)P(B|A)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，

故 $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}$ ．

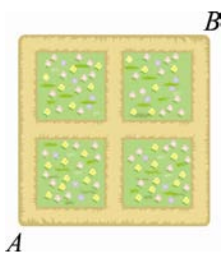
17.設袋中有 3 個紅球，4 個黃球，5 個藍球，從中每次任取一球，連取兩次，求：
(1)取後不放回，兩球依序爲紅球、藍球的機率．________________。
(2)取後放回，兩球依序爲紅球、藍球的機率．________________。

解答 (1) $\frac{5}{44}$;(2) $\frac{5}{48}$

解析 設 A, B 分別表第一次取到紅球，第二次取到藍球的機率，則：

(1)所求的機率爲 $P(A\cap B)=P(A)P(B|A)=\frac{3}{12}\times\frac{5}{11}=\frac{5}{44}$ ．

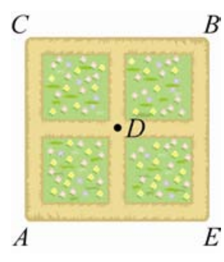
(2)所求的機率爲 $P(A\cap B)=P(A)P(B|A)=\frac{3}{12}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{48}$ ．



16.田字形道路如圖，甲從 A 往 B 走，乙從 B 往 A 走，兩人同時出發且速率相同，求二人相遇的機率．____________。

解答 $\frac{3}{8}$

解析 如圖，兩人相遇的位置在 C, D, E 三點上．

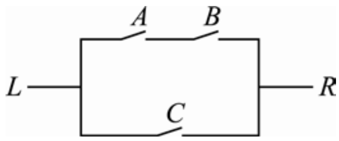


(1)兩人在 C, E 相遇的機率各爲 $(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})\times(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})=\frac{1}{16}$ ．

(2)兩人在 D 相遇的機率爲 $[2\times(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})]\times[2\times(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})]=\frac{1}{4}$ ．

兩人相遇的機率爲$2\times\frac{1}{16}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$.

17.在電路圖中，A，B，C 是電子開關，每個開關接通的機率都是$\frac{2}{3}$，且三者獨立，求 L 與 R 之間電路接通的機率．________________。



解答 $\frac{22}{27}$

解析 「A 與 B」之間不通：$P(A'\cup B')=P(A\cap B)'=1-P(A\cap B)=1-P(A)P(B)$

C 不通：$P(C')=1-P(C)$

L 與 R 之間不通的機率爲「A 與 B」之間不通，且 C 不通：$P(A'\cup B')\times P(C')$

即$[1-(\frac{2}{3}\times\frac{2}{3})](1-\frac{2}{3})=\frac{5}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{27}$，

故 L 與 R 之間通的機率爲$1-\frac{5}{27}=\frac{22}{27}$.

18.袋中有 3 紅球、4 白球，從中每次任取一球，取後放回，取 6 次，求其中恰 2 次取得紅球的機率___________。

解答 $\frac{34560}{117649}$

解析 恰 2 次取到紅球的機率爲$C_2^6(\frac{3}{7})^2(\frac{4}{7})^4=\frac{34560}{7^6}=\frac{34560}{117649}$.

19.設甲、乙、丙三人射擊的命中率依序爲 0.4, 0.5, 0.6，今在靶場上，有一目標靶，三人同時各射擊兩發子彈，且各人每次命中靶面的事件爲獨立事件，求恰有兩發子彈命中的機率_____________。

解答 0.2356

解析 恰有兩發命中的機率爲

P(甲中兩發且乙、丙都不中)$+P$(乙中兩發且甲、丙都不中)

$+P$(丙中兩發且甲、乙都不中)$+P$(甲、乙各中一發且丙不中)

$+P$(甲、丙各中一發且乙不中)$+P$(乙、丙各中一發且甲不中)

$=(0.4)^2\times(0.5)^2\times(0.4)^2+(0.6)^2\times(0.5)^2\times(0.4)^2+(0.6)^2\times(0.5)^2\times(0.6)^2$

$+4\times0.4\times0.6\times0.5\times0.5\times(0.4)^2+4\times0.4\times0.6\times(0.5)^2\times0.6\times0.4$

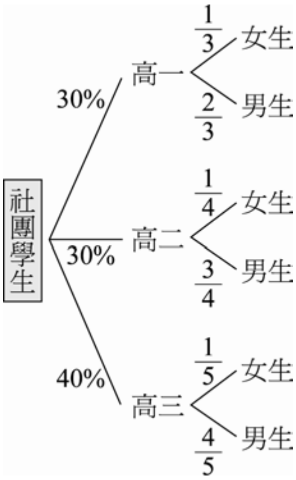
$+4\times(0.6)^2\times0.5\times0.5\times0.6\times0.4$

$=0.2356$.

20.某社團成員中有高一、高二、高三學生各占 30%, 30%, 40%，且高一、高二、高三學生各有$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$是女生．今在社團中任抽一人爲社長，若已知抽中的是女生，求她是高一學生的機率爲何？_____。

解答 $\frac{20}{51}$

解析 以樹狀圖表示社團中的學生及男、女生情況，由圖：



(1)抽中女生的機率$=\frac{30}{100}\times\frac{1}{3}+\frac{30}{100}\times\frac{1}{4}+\frac{40}{100}\times\frac{1}{5}=\frac{51}{200}$.

(2)已知抽中女生的條件下，她是高一學生的機率爲

$$P(\text{高一}\,|\,\text{女生})=\frac{P(\text{女生且是高一})}{P(\text{女生})}=\frac{\frac{30}{100}\times\frac{1}{3}}{\frac{51}{200}}=\frac{20}{51}\ .$$

21.設袋中有 2 紅球、3 白球、4 黑球，從中任意取出一球，取後放回，並加入一個同色的球，再取一球，分別求第二次取得白球及黑球的機率．白：________________；黑：________________。

解答 $\frac{1}{3}$，$\frac{4}{9}$

解析 設第一次取到紅球、白球、黑球的事件分別爲 A, B, C，

第二次取到白球、黑球的事件分別爲 E, F，則

(1)紅白＋白白＋黑白：

$$P(E)=P(A)P(E\,|\,A)+P(B)P(E\,|\,B)+P(C)P(E\,|\,C)=\frac{2}{9}\times\frac{3}{10}+\frac{3}{9}\times\frac{4}{10}+\frac{4}{9}\times\frac{3}{10}=\frac{30}{90}=\frac{1}{3}\ ,$$

(2)紅黑＋白黑＋黑黑：

$$P(F)=P(A)P(F\,|\,A)+P(B)P(F\,|\,B)+P(C)P(F\,|\,C)=\frac{2}{9}\times\frac{4}{10}+\frac{3}{9}\times\frac{4}{10}+\frac{4}{9}\times\frac{5}{10}=\frac{40}{90}=\frac{4}{9}\ .$$

22.設袋中有 2 紅球、3 白球、4 黑球，從中任意取出一球，取後放回，並加入一個同色的球，再取一球，求第一次取得白球相對於第二次取得紅球的條件機率．________________。

解答 $\frac{3}{10}$

解析 同 21.

設 A_1, A_2, A_3 分別表示第一次取到紅球、白球、黑球的事件，

E 表示第二次取到紅球的事件，則

(第一次取得白球相對於第二次取得紅球的條件機率)

即(已知第二次取得紅球的條件下第一次取得白球的條件機率)

$$P(A_2|E)=\frac{P(A_2)P(E|A_2)}{P(E)}=\frac{\frac{3}{9}\times\frac{2}{10}}{\frac{2}{9}\times\frac{3}{10}+\frac{3}{9}\times\frac{2}{10}+\frac{4}{9}\times\frac{2}{10}}=\frac{\frac{6}{90}}{\frac{20}{90}}=\frac{3}{10}\ .$$

22.假設以某方法檢驗某疾病時，罹患該病的人有 90%呈現陽性，沒罹患的人有 90%呈現陰性．若人口中有 2%的人罹患該疾病，而某人經檢驗呈現陰性，則此人未罹患該疾病的機率爲何？_____。

解答 $\frac{441}{442}$

解析 $P(\text{未罹患疾病}|\text{陰性})=\frac{P(\text{未罹患疾病且陰性})}{P(\text{陰性})}=\frac{0.98\times0.9}{0.02\times0.1+0.98\times0.9}=\frac{882}{2+882}=\frac{441}{442}$.

23.設 A,B 爲樣本空間 S 的兩事件，且 $P(A)=\frac{1}{2},\ P(B)=\frac{3}{5},\ P(A\cup B)=\frac{9}{10}$，試求下列各事件的機率：

(1) $P(A\cap B)=$ ____________。．　(2) $P(A|B)=$ ____________。　(3) $P(A|B')=$ ____________。

解答 (1) $\frac{1}{5}$;(2) $\frac{1}{3}$;(3) $\frac{3}{4}$

解析 (1) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{9}{10}=\frac{1}{5}$.

(2) $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{1}{3}$.

(3) $P(A|B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{1-P(B)}=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}}=\frac{3}{4}$.