

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：100.06.08	
範圍	3-2 機率 (2)	班級	一年___班	姓名		
		座號				

一、單一選擇題 (每題 6 分)

() 1、設 $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$, 則 $P(B' \cap A) = ?$

- (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{7}{10}$

解答 (1)

解析 $\because P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\text{故 } P(B' \cap A) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cup B) - P(A) = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

() 2、袋中有長短不一的筷子 5 雙(共 10 枝), 今任取 2 枝, 則 2 枝恰成一雙的機率?

- (1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{1}{7}$ (5) $\frac{1}{9}$

解答 (5)

解析 $\frac{C_1^5 C_2^2}{C_2^{10}} = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}$.

() 3、自 1, 2, 3, …, 8 等 8 個數中任取相異 2 數, 求所得 2 數互質的機率為何?

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{2}{7}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{6}{7}$ (5) $\frac{25}{28}$

解答 (3)

解析 2 數互質的有:

(1, 2)(1, 3)(1, 4)(1, 5)(1, 6)(1, 7)(1, 8); (2, 3)(2, 5)(2, 7); (3, 4)(3, 5)(3, 7)(3, 8); (4, 5)(4, 7)
(5, 6)(5, 7)(5, 8); (6, 7); (7, 8)

$$\text{所求機率 } \frac{21}{C_2^8} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

二、多重選擇題 (每題 10 分)

() 1、擲一公正骰子 1 次, 設 A 表點數為奇數的事件, B 表點數大於 2 的事件, 則下列何者正確?

- (1) $P(A) = \frac{1}{2}$ (2) $P(B) = \frac{5}{6}$ (3) $P(A - B) = \frac{1}{6}$ (4) $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ (5) $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$

解答 (1)(3)(4)(5)

解析 點數為奇數 $A = \{1, 3, 5\}$: $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

點數大於 2 點 $B = \{3, 4, 5\}$: $P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;

$$\text{點數爲奇數且大於 2 點 } A \cap B = \{3, 5\} : P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$A - B = \{1\} : P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

() 2、擲一公正硬幣 5 次，則

(1) 恰出現 3 次正面的機率 $\frac{5}{16}$

(2) 至少出現 3 次正面的機率 $\frac{15}{32}$

(3) 第 3 次出現正面的機率 $\frac{1}{2}$

(4) 第 5 次恰出現第 3 次正面的機率 $\frac{3}{16}$

(5) 出現同一面的機率 $\frac{1}{32}$

解答

(1)(3)(4)

解析

(1) 5 次中恰出現 3 次正面的機率 $C_3^5 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$

(2) 5 次中至少出現 3 次正面的機率

3 次正面 4 次正面 5 次正面

$$C_3^5 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + C_4^5 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right) + C_5^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{10+5+1}{32} = \frac{1}{2}$$

(3) 第 3 次正面的機率 $\frac{1}{2}$ ← 與其他各次無關

(4) 第 5 次恰出現第 3 次正面即 前 4 次出現 2 次正面的機率 $C_2^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$

(5) 出現同一面即 5 次正面或 5 次反面的機率 $C_5^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + C_0^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{2}{32}$

三、填充題 (每格 8 分)

1、老師從 10 篇課文中讓學生抽背 3 篇，只要背出 2 篇就算及格，小志只會背其中 6 篇，則他及格的機率爲_____。

解答

$$\frac{2}{3}$$

解析

$$\frac{C_2^6 C_1^7}{C_3^{10}} = \frac{\frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times 7}{\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{2}{3}$$

2、將 3 個球任意投入 3 個不同的袋子，每次投 1 球，連續投 3 次，求：

(1) 每個袋子均有球之機率爲_____。

(2)恰有一個袋子沒有球之機率為_____。

解答 (1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{2}{3}$

解析

每個袋子均有球的機率： $\frac{3!}{3^3} = \frac{2}{9}$

恰有一個袋子沒有球之機率： $\frac{C_1^3(C_0^2 2^3 - C_1^2 1^3 + C_2^2 0^3)}{3^3} = \frac{2}{3} \leftarrow$ 至少 2 個袋子有球

3、擲一個公正的骰子 3 次，求第 1 次或第 2 次出現奇數點的機率為_____。

解答 $\frac{3}{4}$

解析

(第 1 次出現奇數點) + (第 2 次出現奇數點) - (二次皆奇數點)

第 1 次或第 2 次出現奇數點的機率為 $\frac{3 \times 6 \times 6 + 6 \times 3 \times 6 - 3 \times 3 \times 6}{6^3} = \frac{3}{4}$ 。

4、自 $-5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, \dots, 8$ 等 13 個數中任取 3 個數相乘，求其乘積為正數的機率_____。

解答 $\frac{3}{4}$

解析

3 個數乘積為正數：(3 正) + (1 正 2 負)

機率為： $\frac{C_3^8 + C_1^8 C_2^5}{C_3^{13}} = \frac{68}{143}$ 。

四、計算題 (共 22 分)

1、袋中有 3 個紅球、4 個白球及 1 個黑球，每個球被取到的機會相等，

(1)若一次取 2 球，求 2 球同色的機率為_____。

(2)若一次取 3 球，求 3 球均不同色的機率為_____。

(3)若一次取 3 球，求 3 球中恰出現兩種顏色的機率為_____。

解答 (1) $\frac{9}{28}$ (2) $\frac{3}{14}$ (3) $\frac{39}{56}$

解析

(1) 2 紅或 2 白： $\frac{C_2^3 + C_2^4}{C_2^8} = \frac{9}{28}$

(2) 3 球均不同色： $\frac{C_1^3 \times C_1^4 \times C_1^1}{C_3^8} = \frac{3}{14}$

(3) 球中恰出現兩種顏色：(2 紅 1 白)或(2 紅 1 黑)或(2 白 1 紅)或(2 白 1 黑)

$$\frac{C_2^3 C_1^4 + C_2^3 C_1^1 + C_2^4 \times C_1^3 + C_2^4 \times C_1^1}{C_3^8} = \frac{39}{56}$$

2、將 10 個分別標以 1~10 的球，任意分成兩堆，每堆 5 個，求

(1)編號 1,2,3 的球在同一堆的機率_____，

(2)編號 1,2,3,4 這 4 個球中，每堆各 2 個的機率_____。

解答 (1) $\frac{1}{6}$; (2) $\frac{10}{21}$

解析

(1) 1,2,3 的球在同一堆即 1,2,3 以外的 7 個分成 2 個、5 個二堆。

$$\frac{C_2^7 \times C_5^5}{C_5^{10} \times C_5^5} = \frac{1}{6}$$

(2) 1,2,3,4 這 4 個球中，每堆各 2 個即 1,2,3,4 這 4 個球平分成 2 堆其餘平分成 2 堆。

$$\frac{\frac{C_2^4 \times C_2^2}{2!} \times \frac{C_3^6 \times C_3^3}{2!}}{C_5^{10} \times C_5^5} = \frac{10}{21}$$