

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：100.05.03	
範圍	3-1,2 機率(1)	班級	一年__班	姓名		
		座號				

一、填充題 (每題 10 分)

1. 擲一枚硬幣四次,

(1)恰出現三次正面的機率為_____，(2)至少出現三次正面的機率為_____。

解答 (1) $\frac{1}{4}$; (2) $\frac{5}{16}$

解析 設擲四枚硬幣，樣本空間 S ，則 $|S| = 2^4 = 16$

恰三次正面的事件為 A ，則 $|A| = C_3^4 = 4$

至少三次正面的事件為 B ，則 $|B| = C_3^4 + C_4^4 = 5$

所以 $P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ， $P(B) = \frac{5}{16}$ 。

2. 擲一粒骰子三次,

(1)第三次出現 1 點的機率為_____，(2)第一次或第三次出現奇數點的機率為_____。

解答 (1) $\frac{1}{6}$; (2) $\frac{3}{4}$

解析 (1)擲一粒骰子三次，第三次出現 1 的機率 = $\frac{6 \times 6 \times 1}{6^3} = \frac{1}{6}$

(2)第一次或第三次出現奇數點的機率 = $\frac{3 \times 6 \times 6 + 6 \times 6 \times 3 - 3 \times 6 \times 3}{6^3} = \frac{18 + 18 - 9}{6^2} = \frac{3}{4}$ 。

3. 袋中有 3 個紅球，2 個白球，1 個黑球，每球被取的機會相同，

(1)若一次取兩球，則兩球同色的機率為_____。

(2)若一次取三球，則三球均不同色的機率為_____。

解答 (1) $\frac{4}{15}$; (2) $\frac{3}{10}$

解析 (1)設一次取兩球的樣本空間 S ， $|S| = C_2^6 = 15$ ，取到兩球同色的事件 A ，

即二紅或二白 $|A| = C_2^3 + C_2^2 = 4$ ，所以 $P(A) = \frac{4}{15}$ 。

(2)一次取三球，三球均不同色(紅白黑各 1)的機率 = $\frac{C_1^3 C_1^2 C_1^1}{C_3^6} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ 。

4. 袋中有 10 張籤條，其中 3 張有獎，今從袋中一次抽取一張籤條，共取 10 次，將籤條取完，則

(1)第二張中獎的機率為_____，(2)第八張中獎的機率為_____。

解答 (1) $\frac{3}{10}$; (2) $\frac{3}{10}$

解析 (1)第二張中獎的機率 = $\frac{3 \times 9!}{10!} = \frac{3}{10}$ 。

(2)第八張中獎的機率 = $\frac{3 \times 9!}{10!} = \frac{3}{10}$ 。(如同抽獎，機率相等)

5.若將「probability」這個字的字母任意排列，則

(1)兩個 b 相鄰的機率為_____，(2)相同字母都不相鄰的機率為_____。

解答 (1) $\frac{2}{11}$; (2) $\frac{37}{55}$

解析 (1)任意排列的排列數 $=\frac{11!}{2!2!}$ ，兩個 b 相鄰的排列數 $=\frac{10!}{2!} \times \frac{2!}{2!}$

$$\text{所以兩個 } b \text{ 相鄰排列的機率} = \frac{\frac{10!}{2!}}{\frac{11!}{2!2!}} = \frac{2}{11}.$$

(2)設 b 相鄰的排列形成 A 集合， i 相鄰的排列形成 B 集合

$$\text{則 } |A| = |B| = \frac{10!}{2!}, |A \cap B| = 9! \times \frac{2!}{2!} \times \frac{2!}{2!},$$

$$\text{所以 } |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 2 \times \frac{10!}{2!} - 9! = 10! - 9! = 10 \times 9! - 9! = 9 \times 9!$$

$$\text{所以相同字母不相鄰排列的機率} = 1 - \left(\frac{9 \times 9!}{\frac{11!}{2!2!}}\right) = 1 - \frac{18}{55} = \frac{37}{55}.$$

6. 已知路旁有 10 棵樹，將它們任意編號為 1, 2, 3, ..., 9, 10, 且其中有三棵松樹，則編號為 4 與 5 都是松樹的機率為_____。

解答 $\frac{1}{15}$

解析 三棵松樹的編號中有兩棵編 4、5 的方法數為 $C_2^3 \times 2! \times 8!$

$$10 \text{ 棵樹任意編號有 } 10! \text{ 方法，所以三棵松樹編號為 4 與 5 的機率} = \frac{3 \times 2! \times 8!}{10!} = \frac{1}{15}.$$

7. 一不公正骰子，每面出現之機率與其點數成正比，擲此骰子 2 次，求點數和為 10 之機率為_____。

解答 $\frac{73}{441}$

解析 $P(1) : P(2) : P(3) : P(4) : P(5) : P(6) = k : 2k : 3k : 4k : 5k : 6k$

$$\Rightarrow k + 2k + 3k + 4k + 5k + 6k = 21k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{21}$$

$$\text{點數和為 } 10 : (4, 6), (5, 5), (6, 4), \text{ 故所求} = \frac{4}{21} \times \frac{6}{21} + \frac{5}{21} \times \frac{5}{21} + \frac{6}{21} \times \frac{4}{21} = \frac{73}{441}.$$

8. 袋中有 3 紅球，7 白球；每次取 1 球，取出不放回，每球被取到的機會相等，則第 3 次取到紅球之機率為_____。

解答 $\frac{3}{10}$

解析 取出不放回 \Rightarrow 如同抽獎 \Rightarrow 第 3 次抽中紅球如同第一次抽中紅球，所求機率為 $\frac{3}{10}$ 。

9. 將 3 個球任意投入 3 個不同的袋中，每次投一個球，連續投 3 次，則

- (1)每個袋子均有球的機率為_____。
 (2)3 個球均投入同一袋中的機率為_____。

解答 (1) $\frac{2}{9}$; (2) $\frac{1}{9}$

解析 設樣本空間為 S ，則 $n(S) = 3^3 = 27$

(1)每袋均有球的事件 A ，則 $n(A) = (\text{將 } 3 \text{ 個不同球排在 } 3 \text{ 個相異袋子的排列數}) = 3! = 6$

$$\therefore P(A) = \frac{6}{27} = \frac{2}{9} .$$

(2)3 個球全放在同一袋中的排列數 = 3， 機率 = $\frac{3}{27} = \frac{1}{9}$ 。

- 10.同時投擲三粒公正的骰子，則出現點數和為 5 的倍數的機率為_____。

解答 $\frac{43}{216}$

解析 同時投擲三粒骰子點數和為 5 的倍數者有

①點數和 = 5 者有 (1, 1, 3), (1, 2, 2)

②點數和 = 10 者

有 (1, 3, 6), (1, 4, 5), (2, 2, 6), (2, 3, 5), (2, 4, 4), (3, 3, 4)

③點數和 = 15 者有 (3, 6, 6), (4, 5, 6), (5, 5, 5)

6 組 $\frac{3!}{2!}$ ，4 組 $3!$ ，1 組 $3!$ ， 故所求機率為 $\frac{\frac{3!}{2!} \times 6 + 3! \times 4 + \frac{3!}{3!}}{6^3} = \frac{43}{216}$ 。

- 11.若甲、乙兩人各擲一枚公正的骰子一次，則甲的點數大於乙的點數的機率為_____。

解答 $\frac{5}{12}$

解析 (甲的點數 = 乙的點數)即(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)的機率為 $\frac{6}{6^2}$

\therefore (甲的點數大於乙的點數)及(甲的點數小於乙的點數的機率)各佔 $\frac{1}{2}$

即甲的點數大於乙的點數的機率為 $\frac{1}{2} (1 - \frac{6}{36}) = \frac{5}{12}$ 。

- 12.投 3 粒公正的骰子，出現最大點數為 5，最小點數為 2 的機率為_____。

解答 $\frac{1}{12}$

解析 3 粒公正的骰子點數 (a, b, c) ，最大點數 5，最小點數 2，可作以下分類

$(5, 5, 2) \rightarrow \frac{3!}{2!}$; $(5, 2, 2) \rightarrow \frac{3!}{2!}$; $(5, 2, x) \rightarrow 2 \times 3! = 12$ (x 可為 3, 4)

$$\text{所求機率} = \frac{3+3+12}{216} = \frac{18}{216} = \frac{1}{12} .$$

- 13.有大小不同尺寸之鞋 6 雙，任取 4 隻，則此 4 隻中

- (1)恰有 2 隻成一雙之機率為_____。(2)恰為匹配的兩雙的機率為_____。

解答 (1) $\frac{16}{33}$; (2) $\frac{1}{33}$

解析 (1) $p = \frac{C_1^6 \times C_2^2 \times C_2^5 \times 2^2}{C_4^{12}} = \frac{16}{33}$. (2) $p = \frac{C_2^6 \times C_2^2 \times C_2^2}{C_4^{12}} = \frac{15}{495} = \frac{1}{33}$.

14. 六對夫婦參加一家庭舞會，若舞伴是以抽籤的方式來決定的，則至少有一對夫妻共舞的機率為_____。

解答 $\frac{53}{144}$

解析 P (至少有一對夫妻共舞) = $1 - P$ (沒有夫妻共舞也就是 6 個人的錯排)

$$= 1 - \frac{C_1^6 \times 5! - C_2^6 \times 4! + C_3^6 \times 3! - C_4^6 \times 2! + C_5^6 \times 1! - C_6^6 \times 0!}{6!}$$

$$= 1 - \frac{1}{720} (720 - 360 + 120 - 30 + 6 - 1) = 1 - \frac{455}{720} = 1 - \frac{91}{144} = \frac{53}{144}$$

15. 甲、乙兩人各寫一個兩位數，

(1) 甲所寫的數字大於乙所寫的數字的機率為_____。

(2) 甲所寫的各位數字大於乙所寫的各位數字的機率為_____。

解答 (1) $\frac{89}{180}$; (2) $\frac{1}{5}$

解析 (1) $p = \frac{C_2^{90}}{90^2} = \frac{89}{180}$. (2) $p = \frac{C_2^9 C_2^{10}}{90^2} = \frac{1}{5}$.

16. 甲、乙、丙、丁、戊，五人排成一列，甲不排首，乙不排末之機率為_____。

解答 $\frac{13}{20}$

解析 利用 2 個人的錯排原理

$$\begin{aligned} & \text{任意排} - (\text{甲排首}) - (\text{乙排末}) + (\text{甲排首且乙排末}) \\ & = 5! - 4! - 4! + 3! \\ & = C_0^2 5! - C_1^2 4! + C_2^2 3! = 120 - 48 + 6 = 78, \text{ 故所求機率為 } \frac{78}{120} = \frac{13}{20} . \end{aligned}$$

17. 袋中有 5 紅球，3 白球；今任取 3 球，每球被取到的機會相等，則 3 球中至少 2 紅球之機率為_____。

解答 $\frac{5}{7}$

解析 3 球中，至少 2 紅球 \Rightarrow 2 紅 1 白及 3 紅球，所求機率 = $\frac{C_2^5 \times C_1^3 + C_3^5}{C_3^8} = \frac{30 + 10}{56} = \frac{5}{7}$.

18. 從 1, 2, 3, ..., 9, 九個數字中任取相異兩數，則所取得二數互質的機率為_____。

解答 $\frac{3}{4}$

解析 任取兩數的方法有 $C_2^9 = 36$ 種，其中不互質的有 (2, 4), (2, 6), (2, 8), (3, 6), (3, 9), (4, 6), (4, 8), (6, 8), (6, 9), 9 種情況

$$\text{故由 1, 2, 3, \dots, 9, 九個數字中任取相異兩數，其中互質的機率} = 1 - \frac{9}{36} = \frac{3}{4} .$$

19.從不大於 600 的自然數中，任取一數，則其與 600 互質之機率為_____。

解答 $\frac{4}{15}$

解析 $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$,

不大於 600 而與 600 互質的數共有 $600 \times (1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{5}) = 600 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = 160$

故所求機率為 $\frac{160}{600} = \frac{4}{15}$ 。

20.袋中有 2 個 2 號球，3 個 3 號球，4 個 4 號球，今由袋中每次取出一球，取後不放回，每個球被取的機會相同，則

(1)前三次取的球都不同號碼的機率為_____，(2)前三次取的球的號碼和為偶數的機率為_____。

解答 (1) $\frac{2}{7}$; (2) $\frac{19}{42}$

解析 (1) $\frac{2}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} \times 3! = \frac{2}{7}$ 。

(2)三球號碼和為偶數可分二種情況

三球均為偶數 $\Rightarrow 6 \times 5 \times 4$ 種，

二球奇數，另一球偶數 $\Rightarrow C_2^3 \times C_1^6 \times 3!$ 種

\therefore 所求機率 = $\frac{6 \times 5 \times 4 + 3 \times 6 \times 3 \times 2}{9 \times 8 \times 7} = \frac{19}{42}$ 。

21.假設每個人在十二個生肖年份出生的機會均等，若想找到生肖屬「鼠」的人，則至少需要找_____個人，才能使找到的機率大於 $\frac{3}{5}$ 。（已知 $\log 1.1 = 0.0414$ ， $\log 1.2 = 0.0792$ ，

$\log 2 = 0.3010$ ）

解答 11

解析 設至少需要找 n 人，又生肖不屬於「鼠」的機率為 $\frac{11}{12} \Rightarrow 1 - (\frac{11}{12})^n > \frac{3}{5}$,

$$\therefore (\frac{11}{12})^n < \frac{2}{5} \Rightarrow n \log \frac{11}{12} < \log \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow n(\log 11 - \log 12) < \log 2 - \log 5$$

$$\Rightarrow n[(1 + \log 1.1) - (1 + \log 1.2)] < \log 2 - (1 - \log 2)$$

$$\Rightarrow n(0.0414 - 0.0792) < 2 \times 0.3010 - 1$$

$$\Rightarrow n(-0.0378) < -0.3980 \Rightarrow n > 10.5 \dots \therefore n \text{ 至少為 } 11。$$

22.2008 年北京奧運棒球比賽共有古巴、美國、加拿大、中華臺北、日本、南韓、中國、荷蘭等八隊參賽。古巴、美國、日本是世界球迷認為最有機會奪冠的 A 級棒球隊，以抽籤方式將這八隊分為 A、B 兩組，每組四隊。若三隊 A 級棒球隊在同一組，此組即稱為死亡之組。分組的結果不產生死亡之組的機率為_____。

解答 $\frac{6}{7}$

解析 所求 $p = 1 - P(\text{產生死亡之組}) = 1 - \frac{C_1^5 C_4^4}{\frac{C_4^8 C_4^4}{2!}} = 1 - \frac{5}{35} = \frac{6}{7}$.

23. 一群由 5 男 4 女組成的合唱團，排成一列，求中間位置是男生的機率為_____ .

解答 $\frac{5}{9}$

解析 先選一男排在中間(第 5 位)位置 C_1^5 ，其餘 8 個位置任意排列 $8!$ \Rightarrow 所求 $p = \frac{C_1^5 \times 8!}{9!} = \frac{5}{9}$.

24. 甲、乙、丙等 6 位同學平均編入 A, B, C 三班，求甲、乙、丙三人均不在同一班的機率為_____ .

解答 $\frac{2}{5}$

解析 所求 $p = \frac{(C_1^3 C_1^2 C_1^1 \times 3!) \times 3!}{\frac{(C_2^6 C_2^4 C_2^2) \times 3!}{3!}} = \frac{2}{5}$.

25. 將標號為 1, 2, 3, ..., 8 的 8 個球放入標號為 1, 2, 3, ..., 8 的 8 個盒子中，每盒放入一個球，則恰好有 3 個球的標號與其所在盒子標號不同的機率為_____ .

解答 $\frac{1}{360}$

解析 球號與盒號皆相同的放入法只有 1 種，所以先選 3 球使其球號與盒號不同，則

$$\text{所求機率 } p = \frac{C_3^8 \times (C_0^3 3! - C_1^3 2! + C_2^3 1! - C_3^3 0!)}{8!} = \frac{1}{360} .$$

26. 鳴人和小櫻及其他 13 名同學共 15 名學生輪到本星期擔任校門糾察隊。若本星期 5 個上課日，每天從尚未當過糾察隊的同學中抽籤選出 3 位學生輪值，則鳴人和小櫻同一天擔任糾察隊的機率為_____ .

解答 $\frac{1}{7}$

解析 先選 1 人與鳴人和小櫻同一天輪值所求機率 $p = \frac{(C_1^{13} C_3^{12} C_3^9 C_3^6 C_3^3) \times 5!}{\frac{(C_3^{15} C_3^{12} C_3^9 C_3^6 C_3^3) \times 5!}{5!}} = \frac{1}{7}$.

27. 某一水果商批發了 10 箱水果，從中任選 2 箱做農藥檢驗，若驗出任一箱水果的農藥過量，則整批水果退貨。若 10 箱中恰有 2 箱水果所含的農藥過量，則這批水果被退貨的機率為_____ .

解答 $\frac{17}{45}$

解析 退貨情形：選中 2 箱水果所含的農藥過量 + 選中 1 箱水果所含的農藥過量 1 箱正常

$$\text{所求 } p = \frac{C_2^2 + C_1^2 C_1^8}{C_2^{10}} = \frac{1+16}{45} = \frac{17}{45} \text{ 或 } p = 1 - P(\text{通過}) = 1 - \frac{C_2^8}{C_2^{10}} = 1 - \frac{28}{45} = \frac{17}{45} .$$

28. 某樂透彩的規則是：自 01 到 42 的 42 個號碼中自選 6 個不同的號碼，開獎時如果自選的 6 個號碼與中獎號碼完全相同，就得頭獎，如果自選的 6 個號碼中有 5 個為中獎號碼，就得貳獎。若中

貳獎的機率為 $\frac{P}{C_6^{42}}$ ，則 P 值為何？_____。

解答 216

解析 因為頭獎號碼只有一組，所以中貳獎的情形為選頭獎號碼中的 5 個，而從剩下的 36 個號碼再選 1 個即可 $\Rightarrow p = C_5^6 \times C_1^{36} = 6 \times 36 = 216$ 。

29. 某麵包店將前一天未賣完的隔夜麵包 2 個，與 11 個當天出爐的麵包放在一起出售，大華到該麵包店買麵包，從這 13 個麵包中隨機拿了 3 個，則大華買到至少一個隔夜麵包的機率為_____。

解答 $\frac{11}{26}$

解析 至少一個隔夜麵包 = 全 - (3 個新鮮的)，所求 $= 1 - \frac{C_3^{11}}{C_3^{13}} = 1 - \frac{11 \times 10 \times 9}{13 \times 12 \times 11} = 1 - \frac{15}{26} = \frac{11}{26}$ 。

30. 有一群體有九位成員，其身高分別為 160, 163, 166, 170, 172, 174, 176, 178, 180 (單位：公分) 此九人的平均身高為 171 公分。今隨機抽樣 3 人，則抽到 3 人的平均身高等於母體平均身高的機率為_____。

解答 $\frac{1}{28}$

解析

x	160	163	166	170	172	174	176	178	180
$x - 171$	-11	-8	-5	-1	1	3	5	7	9

今隨機抽樣 3 人，平均身高為 171 公分的有：

(163, 172, 178), (163, 174, 176), (163, 170, 180) 共 3 種 \Rightarrow 所求的機率為 $\frac{3}{C_3^9} = \frac{1}{28}$ 。

31. 金先生在提款時忘了帳號密碼，但他還記得密碼的四位數字中，有兩個 3，一個 8，一個 9，於是他就用這四個數字隨意排成一個四位數輸入提款機嘗試。請問他只試一次就成功的機率有_____。

解答 $\frac{1}{12}$

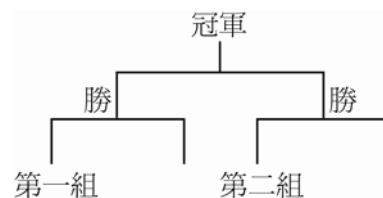
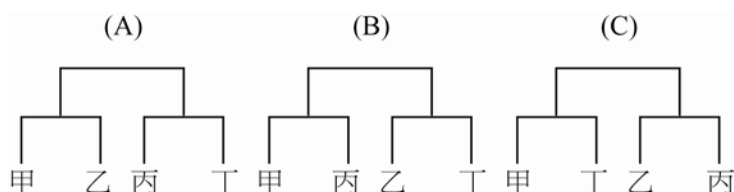
解析 (3, 3, 8, 9) 組成四位數的情形有 $\frac{4!}{2!} = 12$ 種 \Rightarrow 所求機率 $= \frac{1}{12}$ 。

32. 某棒球比賽有實力完全相當的甲、乙、丙、丁四隊參加，先將四隊隨機抽籤分成兩組比賽，兩組的勝隊再參加冠亞軍決賽。如圖：

根據過去的紀錄，所有隊伍比賽時各隊獲勝的機率均為 0.5，則冠亞軍決賽由甲、乙兩隊對戰的機率為_____。

解答 $\frac{1}{6}$

解析 甲、乙、丙、丁共有 3 種賽程，



賽程(B)中，甲、乙在冠亞軍對戰機率為 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ，

賽程(C)中，甲、乙在冠亞軍對戰機率為 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ，

$$\therefore \text{所求為 } \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6} .$$

33. 學校某社團中有 24 位男同學與 36 位女同學，將互選下一任社長；假設每位女同學被選上的機率是男同學的 2 倍，試問下一任社長是男同學的機率是_____。

解答 $\frac{1}{4}$

解析 設每位男同學、女同學被選上的機率分別為 $P(A)$ 、 $P(B)$ ，滿足 $P(B) = 2P(A)$ ，

$$\text{且 } 24P(A) + 36P(B) = 1 \Rightarrow 24P(A) + 36 \times 2P(A) = 1, \text{ 得 } P(A) = \frac{1}{96},$$

知下一任社長是男同學的機率為 $24P(A) = \frac{1}{4}$ 。

34. 某課外活動社團共有 20 位同學參加，已知其中高一、高二、高三同學分別是 11 人、5 人、4 人。若由該社團中任選兩人，則此兩人是不同年級學生的機率是_____。

解答 $\frac{119}{190}$

解析 高一有 11 人，高二有 5 人，高三有 4 人，任選兩人的方法數 $|S| = C_2^{20} = 190$ ，

兩人是不同年級學生的樣本數為 $C_1^{11} \cdot C_1^5 + C_1^{11} \cdot C_1^4 + C_1^5 \cdot C_1^4 = 119$ ，知所求的機率為 $\frac{119}{190}$ 。

35. 袋中有七個白球，若干個黑球；今從袋中一次取出兩個球，已知此兩球同為白球的機率是 $\frac{7}{22}$ ，

請問袋中有_____個黑球。

解答 5

解析 設黑球有 n 個，白球有 7 個，共有 $n+7$ 個，

$$P(\text{白}) = \frac{C_2^7}{C_2^{n+7}} = \frac{21}{(n+7)(n+6)} = \frac{7}{22} \Rightarrow (n+7)(n+6) = 132 = 12 \times 11, \text{ 得 } n = 5 .$$

36. 連續擲一公正骰子四次，至少出現兩次 1 點（即 1 點）的機率為_____。

解答 $\frac{19}{144}$

解析 四次 1 點、3 次 1 點、2 次 1 點 $\Rightarrow \frac{C_4^4 \times 1^4 + C_3^4 \times 1^3 \times 5 + C_2^4 \times 1^2 \times 5^2}{6^4} = \frac{19}{144}$ 。

37. 「庭院深深深幾許」七個字任意排成一列，恰有兩個深相鄰的機率為_____。

解答 $\frac{4}{7}$

解析 庭、院、幾、許先排 4!，5 個空隙分給 $\boxed{\text{深深}}$ 與 $\boxed{\text{深}}$ $\frac{4! \times P_2^5}{7!} = \frac{4}{7}$ 。