

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：100.04.13
範圍	2-2(1)排列	班級	一年__班	姓名	
		座號			

一、單選題 (每題 5 分)

- ( ) 1. 從 7 個相同的球取出 5 個，將 5 個相同的球全部分給 3 人，每人所分到的個數不受限制，共有幾種分法？ (1)  $P_3^5$  (2)  $C_3^5$  (3)  $3^5$  (4)  $C_3^7 \cdot 3^5$  (5)  $C_5^7$  .

解答 5

解析 將 7 個相同球取出 5 個方法 1，再分給 3 人，所得不限的分法有  $1 \times H_3^5 = 1 \times C_3^{3+5-1} = C_3^7$ ，故選(5) .

- ( ) 2. 某拳擊比賽，規定每位選手必須和其他選手各比賽一場，若賽程總計為 78 場，試問選手人數為多少人？ (1) 7 (2) 12 (3) 13 (4) 18 .

解答 3

解析 設選手人數共  $n$  人， $C_2^n = \frac{n(n-1)}{2} = 78$ ，知  $n(n-1) = 156 = 13 \times 12$ ，得  $n = 13$ ，故選(3) .

- ( ) 3. 自忠、孝、仁、愛、信共 5 班的 10 位正、副班長中，任選 3 人成立委員會，但規定每班中最多一位的選法有多少種？ (1) 10 (2) 80 (3) 120 (4) 720 .

解答 2

解析 先任取 3 個班  $C_3^5 = 10$  種，再由該班任取一位有  $2^3 = 8$  種，得  $10 \times 8 = 80$  種，故選(2) .

- ( ) 4. 將 4 本相異的筆記本放入編號為 1 號和 2 號的抽屜裡，使得放入每個抽屜的筆記本之數量不小於該抽屜的編號，試問共有幾種放法？ (1) 5 (2) 6 (3) 10 (4) 16 .

解答 3

解析 1 號 2 本，2 號 2 本的情形有  $C_2^4 C_2^2 = 6$  種，  
1 號 1 本，2 號 3 本的情形有  $C_1^4 C_3^3 = 4$  種，共有  $6 + 4 = 10$  (種)，故選(3) .

- ( ) 5. 某地區的車牌號碼共六碼，其中前兩碼為 O 以外的英文大寫字母，後四碼為 0 到 9 的阿拉伯數字，但規定不能連續出現三個 4 . 例如：AA1234, AB4434 為可出現的車牌號碼；而 AO1234, AB3444 為不可出現的車牌號碼 . 則所有第一碼為 A 且最後一碼為 4 的車牌號碼個數為 (1)  $25 \times 9^3$  (2)  $25 \times 9^2 \times 10$  (3)  $25 \times 900$  (4)  $25 \times 990$  .

解答 4

解析 前兩碼有  $1 \times 25 = 25$  種，  
後四碼中：(全部) - (連續出現三個 4) =  $10 \times 10 \times 10 - 10 \times 1 \times 1 = 990$ ， $\square - \square \square \square 4$   
知車牌號碼個數為  $25 \times 990$ ，故選(4) .

二、多選題 (每題 10 分)

- ( ) 1. 從有 7 個不同色球的箱子中取球，下列取法數或分法數哪些是正確的？  
 (1) 取出 5 球的方法有  $C_5^7$  種  
 (2) 取出 5 球並分給 5 人，有  $P_5^7$  種  
 (3) 取出 5 球並全部分給 3 人，每人可兼得或沒分到球之分法有  $C_3^7 \cdot 5^3$  種  
 (4) 取出 5 球全部分給甲、乙、丙 3 人，甲至少分到 1 個的分法有  $C_3^7 (3^5 - 2^5) = 4431$  種  
 (5) 取出 5 球並全部分給 3 人，每人至少 1 球的分法有  $C_3^7 (3^5 - 3 \cdot 2^5 + 3) = 3150$  種 .

解答 1245

解析 (1)由 7 個不同色球取出 5 個方法數為  $C_5^7$  .

(2)取出 5 球分給 5 人, 每人一球方法數為  $C_5^7 \cdot 5! = P_5^7$  .

(3)取出 5 球並任分給 3 人方法數為  $C_3^7 \cdot 3^5 = 5103$  .

(4)所求方法數為  $C_5^7(3^5 - 2^5) = 4431$  .

(5)取出 5 球分給 3 人, 每人至少 1 球的分法數有

$C_5^7[3^5 - (C_1^3 \cdot 2^5 - C_2^3 1^5 + C_3^3 0^5)] = C_5^7(3^5 - 3 \cdot 2^5 + 3) = 3150$  . 故選(1)(2)(4)(5) .

( ) 2.6 種不同飲料, 4 個杯子, 每個杯子倒一種飲料, 依下列情形, 其方法數有哪些是正確的?

(1)杯子相異, 杯中飲料相異的方法有  $P_4^6$  種

(2)杯子相異, 杯中飲料可相同之方法有  $4^6$  種

(3)杯子相同, 杯中飲料相異之方法有  $C_4^6$  種

(4)杯子相同, 杯中飲料可相同之方法有 6 種 .

解答 13

解析 (1)6 中取 4 的排列,  $P_4^6 = 360$  種 .

(2)6 中取 4 的重複排列,  $6^4 = 1296$  種 .

(3)6 中取 4 的組合,  $C_4^6 = 15$  種 .

(4)6 種飲料共 4 杯的重複組合,  $H_4^6 = C_4^{6+4-1} = C_4^9 = 126$  種 . 故選(1)(3) .

( ) 3.有 5 種不同的果汁, 想倒入 3 個杯子, 每杯限倒一種果汁, 試問哪些選項正確?

(1)杯子相同, 每種果汁限倒一杯, 共有 10 種方法

(2)杯子相異, 每種果汁限倒一杯, 共有 60 種方法

(3)杯子相同, 每種果汁無限供應, 共有 35 種方法

(4)杯子相異, 每種果汁無限供應, 共有 125 種方法 .

解答 1234

解析 (1) 5 種果汁任取 3 種, 由組合  $C_3^5 = 10$  .

(2) 5 種果汁倒 3 相異杯子, 由排列  $P_3^5 = 60$  .

(3) 5 種果汁分別倒  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  杯,

由重複組合  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3$ , 得  $H_3^5 = C_3^7 = 35$  .

(4)每個杯子有 5 種選擇, 由重複排列  $5^3 = 125$  . 故選(1)(2)(3)(4) .

### 三、填充題 (每題 10 分)

1. 某地共有 9 個電視頻道, 將其分配給 3 個新聞臺, 4 個綜藝臺及 2 個體育臺共三種類型, 若同類型電視臺的頻道要相鄰, 而且前兩個頻道保留給體育臺, 則頻道的分配方式共有\_\_\_\_\_種 .

解答 576

解析 同類頻道各自排列各有  $3!, 4!, 2!$ 種方法, 新聞臺、綜藝臺的頻道先後有 2 種排法, 共  $2 \times (3! \times 4! \times 2!) = 576$  分配法 .

2. 啦啦隊競賽規定每隊 8 人, 且每隊男、女生均至少要有 2 人 . 某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽, 若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊, 則共有\_\_\_\_\_種不同的組隊方法 .

解答 161

解析 男生、女生人數的組合如下：

男生	2	3	4
女生	6	5	4

其組隊方法共有  $C_2^4 \times C_6^7 + C_3^4 \times C_5^7 + C_4^4 \times C_4^7 = 42 + 84 + 35 = 161$  種。

反面解法，全部方法  $-(1 \text{ 男 } 7 \text{ 女}) = C_8^{11} - C_1^4 C_7^7 = 165 - 4 = 161$  種。

3. 將 6 本不同的書，分成 3 堆，求下列各種分法數。

(1) 各堆分別有 1, 2, 3 本，有\_\_\_\_\_種。

(2) 各堆分別有 1, 1, 4 本，有\_\_\_\_\_種。

(3) 每堆各 2 本，有\_\_\_\_\_種。

(4) 各堆分別有 1, 2, 3 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有\_\_\_\_\_種。

(5) 各堆分別有 1, 1, 4 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有\_\_\_\_\_種。

(6) 每堆各 2 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有\_\_\_\_\_種。

(7) 各堆分別有 1, 1, 4 本，再分給甲、乙各一本、丙 4 本，有\_\_\_\_\_種。

解答 (1)60; (2)15; (3)15; (4)360; (5)90; (6)90; (7)30

解析 (1)  $C_1^6 C_2^5 C_3^3 = 60$  . (2)  $\frac{C_1^6 C_1^5 C_4^4}{2!} = 15$  . (3)  $\frac{C_2^6 C_2^4 C_2^2}{3!} = 15$  .

(4)  $C_1^6 \cdot C_2^5 \cdot C_3^3 \times 3! = 360$  . (5)  $\frac{C_1^6 C_1^5 C_4^4}{2!} \times 3! = 90$  . (6)  $\frac{C_2^6 C_2^4 C_2^2}{3!} \times 3! = 90$  .

(7)  $\frac{C_1^6 C_1^5 C_4^4}{2!} \times 2! \times 1 = 30$

4. 將 20 個梨分給甲、乙、丙三個人，求下列各情況的分法數：

(1) 每個人至少一個，有\_\_\_\_\_種分法。

(2) 甲至少 1 個，乙至少 2 個，丙至少 3 個，有\_\_\_\_\_種分法。

解答 (1)171;(2)120

解析 (1) 先給三人每人 1 個，剩下 17 個梨任意分給三人，分法有  $H_{17}^3 = C_{17}^{3+17-1} = C_{17}^{19} = C_2^{19} = 171$  .

(2) 先給甲、乙、丙各 1, 2, 3 個後剩下 14 個梨任意分給三人，分法有

$H_{14}^3 = C_{14}^{3+14-1} = C_{14}^{16} = C_2^{16} = 120$  .

5. 某動物園的遊園列車共有 7 節車廂，依序編號 1 到 7，今想將每節車廂畫上一種動物。如果其中的兩節車廂畫企鵝，另兩節車廂畫無尾熊，剩下的三節車廂畫上貓熊，並且要求最中間的三節車廂必須有企鵝、無尾熊及貓熊，則 7 節車廂一共有\_\_\_\_\_種畫法。

解答 72

解析 中間三節車廂的畫法有  $3! = 6$  (種)，

左右共四節車廂，要畫一節企鵝、一節無尾熊、二節貓熊，畫法有  $\frac{4!}{2!} = 12$  (種)，

得共有  $6 \times 12 = 72$  (種)。

6. 小熹在超商買了三類關東煮，魚丸串有 4 串，貢丸串有 3 串，魚板串有 2 串，小熹隨興的一次一串，吃完這 9 串的方式有\_\_\_\_\_種。

解答 1260

解析 4 串, 3 串, 2 串相同物的排法有  $\frac{9!}{4!3!2!} = 1260$  種。

7. 在數線上有一個運動物體從原點出發；在此數線上跳動，每次向正方向或負方向跳 1 個單位，跳動過程可重複經過任何一點，若經過 6 次跳動後運動物體落在點+4 處，則此運動物體共有\_\_\_\_\_種不同的跳動方法。

**解答** 6

**解析** 由題意知有 5 次正方向 1 次負方向，即+, +, +, +, +, -的直線排列  $\frac{6!}{5!} = 6$  種。

#### 四、計算題 (每題 10 分)

1. 設班聯會中有 7 個班代表，有 3 個人競選班聯會主席，每個班代表各投一票，試問下列情形各有多少種可能的投票結果？

- (1)採記名投票，且沒有廢票。
- (2)採記名投票，可能有廢票。
- (3)採不記名投票，且沒有廢票。
- (3)採不記名投票，可能有廢票。

**解答** (1)2187 種;(2)16384 種;(3)36 種

**解析** (1)可視為 7 個相異球放入 3 個不同箱子中，每箱放的球數沒有限制，方法數  $3^7 = 2187$ 。  
 (2)有廢票情形，即增加一箱子放廢票，視為 7 個相異球任放入 4 個不同箱子， $4^7 = 16384$ 。  
 (3)視為 7 個相同的球放入 3 個不同箱子中，每箱放的球數沒有限制，方法數有  $H_7^3 = C_7^{3+7-1} = C_7^9 = C_2^9 = 36$ 。  
 (4)有廢票情形，即增加一箱子放廢票，視為 7 個相同的球放入 3 個不同箱子中，每箱放的球數沒有限制，方法數有  $H_7^4 = C_7^{4+7-1} = C_7^{10} = C_3^{10} = 120$

2. 有 3 個梨，5 個蘋果，分給 3 人，依下列情形方法各有幾種？

- (1)每人所得不限。
- (2)每人至少分得一個蘋果。
- (3)每人至少分得一個梨或蘋果。

**解答** (1)210 種;(2)60 種;(3)141 種

**解析** (1)梨的分法有  $H_3^3 = C_3^{3+3-1} = C_3^5 = 10$ ，蘋果的分法有  $H_3^5 = C_3^{5+3-1} = C_3^7 = 21$ ，故全部的方法數為  $10 \times 21 = 210$ 。  
 (2)每人先分給 1 個蘋果，剩 2 個蘋果，再將 3 個梨、2 個蘋果分給 3 人，每人所得不限的方法有  $H_3^3 \cdot H_2^2 = C_3^{3+3-1} \cdot C_2^{3+2-1} = C_3^5 \cdot C_2^4 = 60$ 。  
 (3)令  $U$  表將 3 個梨、5 個蘋果任意分給 3 人（甲、乙、丙）所有方法所成集合，又  $A, B, C$  依序表甲、乙、丙三人沒分到梨及蘋果的方法，則所求為  $|A' \cap B' \cap C'| = |(A \cup B \cup C)'|$ ，  
 又  $|A \cup B \cup C| = C_1^3 |A| - C_2^3 |A \cap B| + C_3^3 |A \cap B \cap C|$ ，  
 其中  $|A|$  表將 3 個梨、5 個蘋果任意分給乙、丙二人的方法數，  
 故  $|A| = H_3^2 \times H_5^2 = C_3^{2+3-1} \times C_5^{2+5-1} = 4 \times 6 = 24 = |B| = |C|$ ，  
 而  $|A \cap B| = H_3^1 \times H_5^1 = C_3^{1+3-1} \times C_5^{1+5-1} = 1 = |B \cap C| = |C \cap A|$ ， $|A \cap B \cap C| = 0$ ，  
 故每人至少分得一個梨或蘋果的方法數為  $|A' \cap B' \cap C'| = |U| - |A \cup B \cup C| = 210 - (C_1^3 \times 24 - C_2^3 \times 1 + C_3^3 \times 0) = 210 - 69 = 141$ 。

3. 甲、乙、丙、丁、戊 5 人排成一列，試求：

(1)甲不排首位的排法數。 (2)甲不排首位，乙不排中的排法數。

**解答** (1)96 種;(2)78 種

**解析** (1) (全部的排法) - (甲排首的排法) =  $5! - 4! = 96$  種。

(2) (全部排法) - (甲排首) - (乙排中) + (甲排首且乙排中)  
=  $5! - 4! - 4! + 3! = C_0^2 \times 5! - C_1^2 \times 4! + C_2^2 \times 3! = 78$  種。

4. 有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七人，試求：

(1)任選 5 人的方法數。 (2)任選 5 人再排成一列的方法數。

**解答** (1)21 種;(2)2520 種

**解析** (1)  $C_5^7 = \frac{7!}{5!2!} = 21$  種。

(2)  $C_5^7 \times 5! = P_5^7 = 21 \times 120 = 2520$  種。

5. 有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列，試求：

(1)甲在乙的左方的排法數。 (2)甲在乙的左方且乙在丙的左方的排法數。

**解答** (1)2520 種;(2)840 種

**解析** 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列的排法  $7! = 5040$ 。

(1) 先排 ○、○、丙、丁、戊、己、庚 7 人再將甲排左邊的○，乙排右邊的○，

甲-乙 排列數為  $\frac{7!}{2!} \times 1 \times 1 = 5040 \times \frac{1}{2} = 2520$  種。

(2) 先排 ○、○、○、丁、戊、己、庚 7 人再將丙排最右邊的○，最左邊的○排甲，中間的○排乙

甲-乙-丙的排列數為  $\frac{7!}{3!} \times 1 \times 1 \times 1 = 5040 \times \frac{1}{6} = 840$  種。

6. 某桌球隊要從 10 名選手中排出 5 名，分別參加五場單打友誼賽，10 名選手中近況特佳的有 3 位，教練決定任意安排他們分別在第一、三、五場出賽，另外兩場則由其餘選手任意選出排定，則此球隊出場比賽的名單順序一共可以有多少種？

**解答** 252 種

**解析** 第一、三、五場的 3 位選手  $3! = 6$  種，第二、四場，自其他 7 位選 2 位排定  $C_2^7 \cdot 2! = 42$  種，得  $6 \times 42 = 252$  種。

7. 班上有 40 位同學，要選出班長、學藝股長、服務股長各 1 人，有多少種方法？

**解答** 59280

**解析** 相當於要從 40 人中，取出 3 人排成一列，方法數為  $P_3^{40} = 40 \times 39 \times 38 = 59280$ 。

8. 有編號 1~7 的 7 個籃子。

(1)有編號 1~7 的 7 個球，要放到那 7 個籃子裡，每個籃子恰放一個球，有幾種方法？

(2)有編號 1~4 的 4 個球，要放到那 7 個籃子裡，每個籃子至多放一個球，有幾種方法？

**解答** (1)5040;(2)840

解析

- (1)原題意可視為把 7 個相異的籃子全部取出排成一列，  
方法數為  $P_7^7 = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$  .
- (2)原題意可視為把 7 個相異的籃子取出 4 個排成一列，  
方法數為  $P_4^7 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$  .