

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：100.04.20
範圍	2-2(2)排列、組合	班級	一年__班	姓名	
		座號			

一、多選題 (每題 10 分)

- () 1. 從有 7 個不同色球的箱子中取球，下列取法數或分法數哪些是正確的？
- (1) 取出 5 球的方法有 C_5^7 種
 - (2) 取出 5 球並分給 5 人，有 P_5^7 種
 - (3) 取出 5 球並全部分給 3 人，每人可兼得或沒分到球之分法有 $C_3^7 \cdot 5^3$ 種
 - (4) 取出 5 球全部分給甲、乙、丙 3 人，甲至少分 1 個分法有 $C_3^7(3^5 - 2^5) = 4431$ 種
 - (5) 取出 5 球並全部分給 3 人，每人至少 1 球的分法有 $C_3^7(3^5 - 3 \cdot 2^5 + 3) = 3150$ 種。

解答 1245

解析

- (1) 由 7 個不同色球取出 5 個方法數為 C_5^7 。
- (2) 取出 5 球分給 5 人，每人一球方法數為 $C_5^7 \cdot 5! = P_5^7$ 。
- (3) 取出 5 球並任分給 3 人方法數為 $C_3^7 \cdot 3^5 = 5103$ 。
- (4) 所求方法數為 $C_3^7(3^5 - 2^5) = 4431$ 。
- (5) 取出 5 球分給 3 人，每人至少 1 球的分法數有 $C_3^7[3^5 - (C_1^3 \cdot 2^5 - C_2^3 1^5 + C_3^3 0^5)] = C_3^7(3^5 - 3 \cdot 2^5 + 3) = 3150$ 。故選(1)(2)(4)(5)。

- () 2. 6 種不同飲料，4 個杯子，每個杯子倒一種飲料，依下列情形，其方法數有哪些是正確的？
- (1) 杯子相異，杯中飲料相異的方法有 P_4^6 種
 - (2) 杯子相異，杯中飲料可相同之方法有 4^6 種
 - (3) 杯子相同，杯中飲料相異之方法有 C_4^6 種
 - (4) 杯子相同，杯中飲料可相同之方法有 6 種。

解答 13

解析

- (1) 6 中取 4 的排列， $P_4^6 = 360$ 種。
- (2) 6 中取 4 的重複排列， $6^4 = 1296$ 種。
- (3) 6 中取 4 的組合， $C_4^6 = 15$ 種。
- (4) 6 種飲料共 4 杯的重複組合， $H_4^6 = C_4^{6+4-1} = C_4^9 = 126$ 種。故選(1)(3)。

- () 3. 有 5 種不同果汁，倒入 3 個杯子，每杯限倒一種果汁，試問哪些選項正確？
- (1) 杯子相同，每種果汁限倒一杯，共有 10 種方法
 - (2) 杯子相異，每種果汁限倒一杯，共有 60 種方法
 - (3) 杯子相同，每種果汁無限供應，共有 35 種方法
 - (4) 杯子相異，每種果汁無限供應，共有 125 種方法。

解答 1234

解析

- (1) 5 種果汁任取 3 種，由組合 $C_3^5 = 10$ 。
- (2) 5 種果汁倒 3 相異杯子，由排列 $P_3^5 = 60$ 。
- (3) 5 種果汁分別倒 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 杯，
由重複組合 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3$ ，得 $H_3^5 = C_3^7 = 35$ 。
- (4) 每個杯子有 5 種選擇，由重複排列 $5^3 = 125$ 。故選(1)(2)(3)(4)。

二、填充題 (每題 10 分)

1. 將 6 本不同的書，分成 3 堆，求下列各種分法數。

(1)各堆分別有 1, 2, 3 本，有_____種。

(2)各堆分別有 1, 1, 4 本，有_____種。

(3)每堆各 2 本，有_____種。

(4)各堆分別有 1, 2, 3 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有_____種。

(5)各堆分別有 1, 1, 4 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有_____種。

(6)每堆各 2 本，再分給甲、乙、丙 3 人，每人一堆，有_____種。

(7)各堆分別有 1, 1, 4 本，再分給甲、乙各一本、丙 4 本，有_____種。

解答 (1)60; (2)15; (3)15; (4)360; (5)90; (6)90; (7)30

解析 (1) $C_1^6 C_2^5 C_3^3 = 60$. (2) $\frac{C_1^6 C_1^5 C_4^4}{2!} = 15$. (3) $\frac{C_2^6 C_2^4 C_2^2}{3!} = 15$.

(4) $C_1^6 \cdot C_2^5 \cdot C_3^3 \times 3! = 360$. (5) $\frac{C_1^6 C_1^5 C_4^4}{2!} \times 3! = 90$. (6) $\frac{C_2^6 C_2^4 C_2^2}{3!} \times 3! = 90$.

(7) $\frac{C_1^6 C_1^5 C_4^4}{2!} \times 2! \times 1 = 30$

2. 將 20 個梨分給甲、乙、丙三個人，求下列各情況的分法數：

(1)每個人至少一個，有_____種分法。

(2)甲至少 1 個，乙至少 2 個，丙至少 3 個，有_____種分法。

解答 (1)171;(2)120

解析 (1)先給三人每人 1 個，剩下 17 個梨任意分給三人，分法有

$$H_{17}^3 = C_{17}^{3+17-1} = C_{17}^{19} = C_2^{19} = 171 .$$

(2)先給甲、乙、丙各 1, 2, 3 個後剩下 14 個梨任意分給三人，分法有

$$H_{14}^3 = C_{14}^{3+14-1} = C_{14}^{16} = C_2^{16} = 120 .$$

3. 在數線上有一個運動物體從原點出發；在此數線上跳動，每次向正方向或負方向跳 1 個單位，跳動過程可重複經過任何一點，若經過 6 次跳動後運動物體落在點+2 處，則此運動物體共有_____種不同的跳動方法。

解答 15

解析 由題意知設向正向 x 次，向負向 y 次 $\Rightarrow \begin{cases} 0+x-y=2 \\ x+y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$

有 4 次正方向 2 次負方向，即+, +, +, +, -, -的直線排列 $\frac{6!}{4!2!} = 15$ 種。

4. 設班聯會中有 7 個班代表，有 3 個人競選班聯會主席，每個班代表各投一票，試問下列情形各有多少種可能的投票結果？

(1)採記名投票，且沒有廢票。_____種

(2)採記名投票，可能有廢票。_____種

(3)採不記名投票，且沒有廢票。_____種

(4)採不記名投票，可能有廢票。_____種

解答 (1)2187 種;(2)16384 種;(3)36 種;(4)120 種

解析 (1)如 7 個相異球放入 3 個不同箱子中,每箱放的球數沒有限制,方法數 $3^7 = 2187$.
(2)有廢票,即增一箱子放廢票,視為 7 個相異球任放入 4 個不同箱子, $4^7 = 16384$.
(3)視為 7 個相同的球放入 3 個不同箱子中,每箱放的球數沒有限制,
方法數有 $H_7^3 = C_7^{3+7-1} = C_7^9 = C_2^9 = 36$.
(4)有廢票,即增加一箱子放廢票,視為 7 個相同的球放入 3 個不同箱子中,每箱球數沒有限制,方法數有 $H_7^4 = C_7^{4+7-1} = C_7^{10} = C_3^{10} = 120$

5. 有 3 個梨, 5 個蘋果, 分給 3 人, 依下列情形方法各有幾種?

- (1)每人所得不限. _____ 種
(2)每人至少分得一個蘋果. _____ 種
(3)每人至少分得一個梨或蘋果. _____ 種

解答 (1)210 種;(2)60 種;(3)141 種

解析 (1)梨的分法有 $H_3^3 = C_3^{3+3-1} = C_3^5 = 10$, 蘋果的分法有 $H_3^5 = C_3^{3+5-1} = C_3^7 = 21$,
故全部的方法數為 $10 \times 21 = 210$.
(2)每人先分給 1 個蘋果, 剩 2 個蘋果, 再將 3 個梨、2 個蘋果分給 3 人,
每人所得不限的方法有 $H_3^3 \cdot H_2^2 = C_3^{3+3-1} \cdot C_2^{2+2-1} = C_3^5 \cdot C_2^4 = 60$.
(3)令 U 表將 3 個梨、5 個蘋果任意分給 3 人(甲、乙、丙)所有方法所成集合,
又 A, B, C 依序表甲、乙、丙三人沒分到梨及蘋果的方法,
則所求為 $|A' \cap B' \cap C'| = |(A \cup B \cup C)'|$,
又 $|A \cup B \cup C| = C_1^3 |A| - C_2^3 |A \cap B| + C_3^3 |A \cap B \cap C|$,
其中 $|A|$ 表將 3 個梨、5 個蘋果任意分給乙、丙二人的方法數,
故 $|A| = H_3^2 \times H_5^2 = C_3^{2+3-1} \times C_5^{2+5-1} = 4 \times 6 = 24 = |B| = |C|$,
而 $|A \cap B| = H_3^1 \times H_5^1 = C_3^{1+3-1} \times C_5^{1+5-1} = 1 = |B \cap C| = |C \cap A|$, $|A \cap B \cap C| = 0$,
故每人至少分得一個梨或蘋果的方法數為
 $|A' \cap B' \cap C'| = |U| - |A \cup B \cup C| = 210 - (C_1^3 \times 24 - C_2^3 \times 1 + C_3^3 \times 0) = 210 - 69 = 141$.

3. 甲、乙、丙、丁、戊 5 人排成一列, 試求:

- (1)甲不排首位的排法數. _____ 種
(2)甲不排首位, 乙不排中的排法數. _____ 種

解答 (1)96 種;(2)78 種

解析 錯排

- (1) (全部的排法) - (甲排首的排法) = $5! - 4! = 96$ 種 .
(2) (全部排法) - (甲排首) - (乙排中) + (甲排首且乙排中)
= $5! - 4! - 4! + 3! = C_0^2 \times 5! - C_1^2 \times 4! + C_2^2 \times 3! = 78$ 種 .

4. 有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七人, 試求:

- (1)任選 5 人的方法數. _____ 種
(2)任選 5 人再排成一列的方法數. _____ 種

解答 (1)21 種;(2)2520 種

解析 (1) $C_5^7 = \frac{7!}{5!2!} = 21$ 種 .

(2) $C_5^7 \times 5! = P_5^7 = 21 \times 120 = 2520$ 種 .

5. 有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列，試求：

(1) 甲在乙的左方的排法數 . _____ 種 (2) 甲在乙的左方且乙在丙的左方的排法數 . _____ 種

解答 (1) 2520 種; (2) 840 種

解析 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列的排法 $7! = 5040$.

(1) 先排 ○、○、丙、丁、戊、己、庚 7 人再將甲排左邊的○，乙排右邊的○，

甲-乙 排列數為 $\frac{7!}{2!} \times 1 \times 1 = 5040 \times \frac{1}{2} = 2520$ 種 .

(2) 先排 ○、○、○、丁、戊、己、庚 7 人再將丙排最右邊的○，最左邊的○排甲，中間的○排乙

甲-乙-丙的排列數為 $\frac{7!}{3!} \times 1 \times 1 \times 1 = 5040 \times \frac{1}{6} = 840$ 種 .

6. 某桌球隊要從 10 名選手中排出 5 名，分別參加五場單打友誼賽，10 名選手中近況特佳的有 3 位，教練決定任意安排他們分別在第一、三、五場出賽，另外兩場則由其餘選手任意選出排定，則此球隊出場比賽的名單順序一共可以有多少種？ _____ 種

解答 252 種

解析 第一、三、五場的 3 位選手 $3! = 6$ 種，第二、四場，其他 7 位選 2 位排定 $C_2^7 \cdot 2! = 42$ 種，得 $6 \times 42 = 252$ 種 .

7. 有編號 1~7 的 7 個籃子 .

(1) 有編號 1~7 的 7 個球，要放到那 7 個籃子裡，每個籃子恰放一個球，有幾種方法？

(2) 有編號 1~4 的 4 個球，要放到那 7 個籃子裡，每個籃子至多放一個球，有幾種方法？

解答 (1) 5040; (2) 840

解析 (1) 原題意可視為把 7 個相異的籃子全部取出排成一列，

方法數為 $C_7^7 \times 7! = P_7^7 = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$.

(2) 原題意可視為把 7 個相異的籃子取出 4 個排成一列，

方法數為 $C_4^7 \times 4! = P_4^7 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$.

8. 「tennessee」一字中，求：

(1) 各字母重排，有 _____ 種排法 . (2) 若同字母須相鄰，有 _____ 種排法 .

解答 (1) 3780; (2) 24

解析 (1) $\frac{9!}{4!2!2!} = 3780$ (種) (9 個字母中，有 4 個 e，2 個 n，2 個 s，1 個 t) .

(2) 相當於 t, e, n, s 全取排列數 $4! = 24$ (種) .

9. 將 12 件相同之物品，依下列分法，求方法數：

(1) 分給 15 人，每人至多 1 件，則方法有 _____ 種 .

(2) 分給 3 人，其中一人至少二件，一人至少三件，一人至少四件，則方法有 _____ 種 .

解答 (1)455;(2)25

解析 (1) $\frac{15!}{12!3!} = 455$.

(2)分成(2, 3, 7), (2, 4, 6), (2, 5, 5), (3, 3, 6), (3, 4, 5), (4, 4, 4)

$$\text{共 } 3! + 3! + \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! + \frac{3!}{3!} = 6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1 = 25 \text{ 種 .}$$

10.將 ACCESS 一字的字母重新排列,若限制 A 一定要排在 E 之前,但 A, E 不一定要相鄰,問連同原字,共可排出_____字 .

解答 90

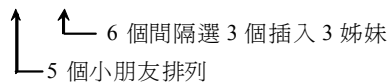
解析 先求□□CCSS 之排列為 $\frac{6!}{2!2!2!}$, 再將 A, E 分別放入左□及右□之方法只有 1 種,

$$\text{故所求為 } \frac{6!}{2!2!2!} \times 1 = 90 .$$

11.有 8 個小朋友排成一列,其中 3 姊妹兩兩不相鄰,問共有_____種排法 .

解答 14400

解析 $5! \times P_3^6 = 14400$.



12.將「庭院深深深幾許」等七個字全取排成一列,

(1)三個「深」字不完全相鄰,則排法有_____種 .

(2)三個「深」字完全不相鄰,則排法有_____種 .

解答 (1)720;(2)240

解析 (1) 不完全相鄰= 全 - 完全相鄰

7 個字全取排列,共 $\frac{7!}{3!}$ 排法,

完全相鄰即把 3 個深視為 1 個,與其他 4 字排列,有 5! 種排法,

$$\therefore \text{共有 } \frac{7!}{3!} - 5! = 720 \text{ 種排法 .}$$

(2)先排「庭」、「院」、「幾」、「許」4 個字,共有 4! 種排法,

5 個空位選 3 個排「深」字,共 $\frac{P_3^5}{3!}$ 種排法, \therefore 共有 $4! \cdot \frac{P_3^5}{3!} = 240$ 種排法 .



13.有 4 位男生及 3 位女生排成一列,求 :

(1)若要求男生須排在一起,女生亦須排在一起,其排法有_____種 .

(2)若只要求男生排在一起,其排法有_____種 .

解答 (1)288;(2)576

解析 (1)將 4 位男生視為一體,3 位女生視為一體,排法有 2! 種,

4 位男生交換位置，排法有 $4!$ 種，3 位女生交換位置，排法有 $3!$ 種，
故排列數 $= 2! \times 4! \times 3! = 288$.

(2)將 4 位男生視為一體與 3 位女生混在一起，排法有 $4!$ 種，
4 位男生交換位置，排法有 $4!$ 種，故排列數 $= 4! \times 4! = 576$.

14.如圖，由 A 到 B 走捷徑，求：

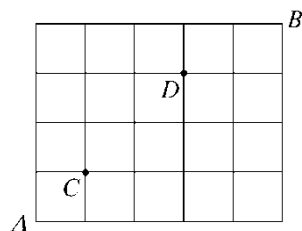
(1)經過 C 點的走法有_____種 .

(2)經過 C 且不過 D 的走法有_____種 .

解答 (1)70;(2)34

解析 (1) $A \rightarrow C \rightarrow B \Rightarrow \frac{2!}{1!1!} \times \frac{7!}{4!3!} = 2 \times 35 = 70$.

(2)過 C 且不過 $D = (\text{過 } C) - (\text{過 } C \text{ 且過 } D) = 70 - \frac{2!}{1!1!} \times \frac{4!}{2!2!} \times \frac{3!}{2!1!} = 70 - 36 = 34$.



15.甲、乙、丙、丁、戊、己、庚共 7 人排一列，甲須排在乙、丙、丁之左，且戊須排在己、庚之右的排法有_____種 .

解答 420

解析 將□□□□○○○排成一列最左□給甲，其餘 3 個□給乙、丙、丁排列

最右○給戊，其餘 2 個○給己、庚排列

$$\frac{7!}{4!3!} \times 3! \times 2! = 420 .$$

$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ \text{(乙丙丁 3 人排法)(己庚 2 人排法)} \end{array}$

16.將 2 紅球，3 白球，4 黑球（球皆相同），求：

(1)若分給 9 人，有_____種分法 .

(2)若分給 11 人，有_____種分法 .

解答 (1)1260;(2)69300

解析 (1) 紅，紅，白，白，白，黑，黑，黑，黑 的排列： $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$ （種） .

(2) 紅，紅，白，白，白，黑，黑，黑，黑， \times ， \times 的排列： $\frac{11!}{2!3!4!2!} = 69300$ （種） .

17.甲、乙、丙、...、庚等 7 人排成一列，求下列的排法：

(1)甲不排第一位，乙不排第二位，丙不排第三位_____ .

(2)甲在乙的左方，且在丙的左方_____ .

解答 (1)3216 種;(2)1680 種

解析 (1)三個人的錯排 $C_0^3 7! - C_1^3 \cdot 6! + C_2^3 \cdot 5! - C_0^3 4! = 3216$ （種） .

(2) $\frac{7!}{3!} \times 2! = 1680$ （種） .

18.自 0, 1, 2, 3, 4, 5 六個數字中, 選取五個排成一五位數,

(1)共有五位數_____個. (2)所得的五位數中, 大於 31200 者有_____個.

解答 (1)600;(2)330

解析 (1)第一位不排 0, 其餘任排 $5 \times P_4^5 = 600$.

$$(2) 3 \begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \\ 4 \\ \leftarrow \\ 5 \end{matrix} \square\square \quad 3 \cdot P_2^3 = 18,$$

$$3 \begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \\ 4 \\ \leftarrow \\ 5 \end{matrix} \square\square\square \quad 3 \cdot P_3^4 = 72,$$

$$4 \begin{matrix} 4 \\ \leftarrow \\ 5 \end{matrix} \square\square\square\square \quad 2 \cdot P_4^5 = 240,$$

$$\therefore 240 + 72 + 18 = 330.$$

19.高二有四個才藝班, 開學時, 來了五個轉學生,

(1)如果每班最多安插三個人, 則有_____種方法.

(2)如果五個人中, 甲、乙兩人不分在同一班, 且每班安插的人數不限, 則有_____種方法.

解答 (1)960;(2)768

解析 (1)以樹狀圖表示,

每班最多安插三個人 \Rightarrow 全 - (5 人同班) - (4 人同班)

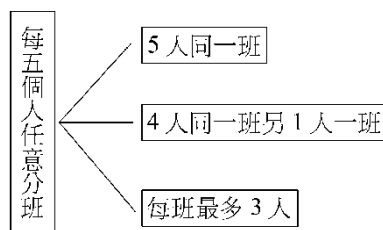
5 人任意分班, 有 $4^5 = 1024$ 種方法,

其中 4 人同班, 另一人一班的方法 $C_4^5 C_1^1 \times P_2^4 = 60$ 種,

5 人同一班的方法有 $C_5^5 \times P_1^4 = 4$ 種,

所以每班最多 3 人的分配法有 $1024 - (4 + 60) = 960$ 種.

(2)任意分班減去甲、乙兩人同一班的方法數, 即為所求 $= 4^5 - 4^4 = 768$ 種方法.



20.三枝相同的原子筆, 五枝相同的鉛筆, 全部分給 10 個小朋友, 則:

(1)每人最多一枝, 共有_____種分法.

(2)如果八枝筆都不相同, 每人最多一枝則分法有_____種.

解答 (1)2520;(2) P_8^{10}

解析 (1)本問題如 3 個 a , 5 個 b , 2 個 X 在 10 個位置的排列, 共 $\frac{10!}{3!5!2!} = 2520$ 排法.

(2)8 枝不同的筆分給 10 個小朋友中的 8 個人, 每人最多一枝有 P_8^{10} 種分法.

21. 5 個男孩, 4 個女孩排成一列, 求:

(1)若任意兩個女孩都不相鄰, 則有_____種排法.

(2)若男孩全不相鄰, 女孩也全不相鄰, 則有_____種排法.

解答 (1)43200;(2)2880

解析

(1)先排 5 個男孩，有 $5!$ 種方法，



然後將 4 個女孩排在 6 個間隔（含首末）中的 4 個位置，有 P_4^6 種方法，
9 個人排列法有 $5! \times P_4^6 = 43200$.

(2)先排 5 個男孩，有 $5!$ 種方法，



男孩、女孩同性均不相鄰，男女男女男女男女男，女孩只能排中間四個間隔，
所以有 $4!$ 種排法 . 9 個人的排列共有 $5! \times 4! = 2880$ 種方法 .

22. n 為正整數，若 $P_3^n : P_3^{n+2} = 5 : 12$ ，則 $n =$ _____ .

解答 7

解析 $P_3^n : P_3^{n+2} = 5 : 12$ ，即 $\frac{n \times (n-1)(n-2)}{(n+2)(n+1)n} = \frac{5}{12}$ ，亦即 $5(n+2)(n+1) = 12(n-1)(n-2)$

$$\Leftrightarrow 5(n^2 + 3n + 2) = 12(n^2 - 3n + 2)$$

$$\Leftrightarrow 7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 7 \text{ 或 } \frac{2}{7}, \text{ 但 } n \text{ 是整數，所以 } n = 7 .$$

23. 從 0, 1, 2, 3, 4, 5 中取出三個不同數，寫成三位數，則其中 4 的倍數有 _____ 個 .

解答 24

解析 4 的倍數即末兩位為 4 的倍數

取末兩位：04, 12, 20, 24, 32, 40, 52,

含 0 的有 3 個，其百位數有四個選擇，共 $3 \times 4 = 12$ 個，

不含 0 的有 4 個，其百位數有三個選擇，共 $4 \times 3 = 12$ 個，

\therefore 4 的倍數共有 $12 + 12 = 24$ 個 .

24. 有 6 位學生打完球到福利社喝飲料，福利社有 3 種不同飲料，每位喝一瓶，由一人代表買飲料，則此人有 _____ 種選擇飲料的方式 .

解答 28

解析 從三種不同飲料共 6 瓶， \therefore 選法有 $H_6^3 = C_6^8 = 28$ 種 .

25. 啦啦隊競賽規定每隊 8 人，且每隊男、女生均至少要有 2 人 . 某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽，若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則共有 _____ 種不同的組隊方法 .

解答 161

解析 男生、女生人數的組合如下：

男生	2	3	4
女生	6	5	4

其組隊方法共有 $C_2^4 \times C_6^7 + C_3^4 \times C_5^7 + C_4^4 \times C_4^7 = 42 + 84 + 35 = 161$ 種 .