

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.09.28				
範圍	1-2 數線上的幾何意義	班級	一年____班	姓名
		座號		

一、單選題 (每題 5 分)

( ) 1. 設  $r, s \in \mathbf{Q}$  且  $r < s$ , 若  $r < t < s$ , 則  $t$  值可為下列何者?

- (1)  $\frac{r+s}{7}$  (2)  $\frac{2r+2s}{7}$  (3)  $\frac{3r+3s}{7}$  (4)  $\frac{4r+4s}{7}$  (5)  $\frac{5r+2s}{7}$

解答 5

解析 由分點公式知：若  $r < t < s$ ,  $t$  為  $r, s$  的內分點 則  $t = \frac{nr+ms}{m+n}$

( ) 2. 滿足不等式  $11 < |2x+3| < 21$  的整數  $x$  有幾個? (1) 6 (2) 7 (3) 8 (4) 9 (5) 10 個

解答 3

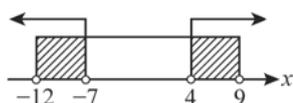
解析 原式  $\Rightarrow \begin{cases} |2x+3| > 11 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ |2x+3| < 21 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

由①,  $\therefore 2x+3 > 11$  或  $2x+3 < -11 \quad \therefore x > 4$  或  $x < -7$

由②,  $\therefore -21 < 2x+3 < 21 \quad \therefore -12 < x < 9$

① $\cap$ ②  $\Rightarrow -12 < x < -7$  或  $4 < x < 9$

又  $x \in \mathbf{Z} \quad \therefore x = -11, -10, -9, -8, 5, 6, 7, 8$  共 8 個



( ) 3. 若  $x \in \mathbf{R}$  且在  $x = a$  時,  $|x-1| + |x-2| + \cdots + |x-7|$  有最小值, 則  $a$  之值為

- (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 以上皆非

解答 2

解析 當  $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  的中位數時有最小值 即  $a = 4$

二、多選題 (每題 10 分)

※ ( ) 1. 設  $a, b \in \mathbf{C}$ , 則下列何者錯誤?

- (1)  $|a+b| = |a| + |b|$  (2)  $|a-b| = |a| - |b|$  (3)  $|ab| = |a||b|$   
(4)  $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$  (5)  $|a|^2 = a^2$

解答 125

解析 (1) 錯誤; 當  $ab \geq 0$  時,  $|a+b| = |a| + |b|$ , 當  $ab < 0$  時,  $|a+b| < |a| + |b|$

(2) 錯誤; 例  $a = 2, b = 3$  時, 即不成立

(3) 正確;  $|ab| = |a||b|$

(4) 正確;  $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

(5) 錯誤; 例  $a = 1+i, |a|^2 = (\sqrt{1+1})^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$ , 而  $a^2 = (1+i)^2 = 2i$ , 則  $|a|^2 \neq a^2$

( ) 2. 設  $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ , 則下列敘述何者錯誤?

- (1)  $a \geq 0, b \geq 0$  時,  $a \geq b \Leftrightarrow a^2 \geq b^2$

(2)若 $(a-1)(b-1)=0$ ，則 $a, b$ 中至少有一個為1

(3)若 $\frac{b}{a} > \frac{d}{c}$ 且 $ac < 0$ ，則 $bc < ad$  (4) $\sqrt{a^2} = a$  (5) $\frac{b}{a} > 1 \Rightarrow b > a$

解答 45

解析 (4)×； $\sqrt{a^2} = |a|$  (5)×；若 $a < 0$ 時， $\frac{b}{a} > 1 \Rightarrow b < a$

( ) 3.若實數 $a, b$ 滿足 $0 < a < 1$ 且 $0 < b < 1$ ，則下列哪些選項正確？

(1) $0 < a + b < 2$  (2) $-\frac{1}{2} < a - b < \frac{1}{2}$  (3) $0 < ab < 1$  (4) $0 < \frac{a}{b} < 1$  (5) $|a - b| < 1$ .

解答 135

解析 (1)正確。 (2)錯誤。因 $-1 < -b < 0$ ，故 $0 - 1 < a - b < 1 + 0$ ，即 $-1 < a - b < 1$ 。

(3)正確。 (4)錯誤。當 $a > b$ 時， $\frac{a}{b} > 1$ 。(5)正確。由 $-1 < a - b < 1$ 可得 $|a - b| < 1$ 。

### 三、填充題 (每題 10 分)

1. 設 $x$ 是實數，且 $-4x + 3 \leq \frac{5}{2}x - 1$ ，則 $x$ 的範圍為\_\_\_\_\_。

解答  $x \geq \frac{8}{13}$

解析 由原式得 $(\frac{5}{2} + 4)x \geq 3 + 1$ ，即 $\frac{13}{2}x \geq 4$ ，亦即 $x \geq \frac{8}{13}$ 。

2.數線上有二定點 $A(-3)$ ， $B(5)$ ，又 $P$ 為數線上另一點，滿足 $\overline{PA}:\overline{PB}=3:2$ ，則：

(1)當點 $P$ 在 $A, B$ 之間時， $P$ 的坐標為\_\_\_\_\_。

(2)當點 $P$ 不在 $A, B$ 之間時， $P$ 的坐標為\_\_\_\_\_。

解答 (1) $\frac{9}{5}$ ;(2)21

解析 設 $P(x)$ ，則

$$(1) x = \frac{2 \times (-3) + 3 \times 5}{3 + 2} = \frac{9}{5}.$$

(2)若 $P$ 不介於 $A, B$ 之間，則 $P$ 在 $B$ 右側， $5 = \frac{2 \times (-3) + 1 \times x}{1 + 2}$ ，即 $15 = -6 + x$ ， $x = 21$ 。

3.設 $x$ 為實數且 $|x+1|+|x-3|=4$ ，則 $x$ 的範圍為\_\_\_\_\_。

解答  $-1 \leq x \leq 3$

解析 決定 $|x+1|$ ， $|x-3|$ 正負的 $x$ 有 $-1, 3$ 。

(1) $x > 3$ 時， $(x+1)+(x-3)=4$ ，得 $x=3$ （不合）。

(2) $-1 \leq x \leq 3$ 時， $(x+1)+(3-x)=4$ 恆成立，得 $-1 \leq x \leq 3$ 。

(3) $x < -1$ 時， $-(x+1)+(3-x)=4$ ，得 $x=-1$ （不合）。

由(1)(2)(3)知 $-1 \leq x \leq 3$ 。

4.設 $x$ 為實數且 $|x^2 + 4| = |5x|$ ，則 $x$ 的最大值為\_\_\_\_\_。

解答 4

**解析** 決定 $|x^2+4|$ ,  $|5x|$ 正負的 $x$ 有0.

(1) $x \geq 0$ 時,  $x^2+4=5x$ , 得 $x=1, 4$ .

(2) $x < 0$ 時,  $x^2+4=-5x$ , 得 $x=-1, -4$ .

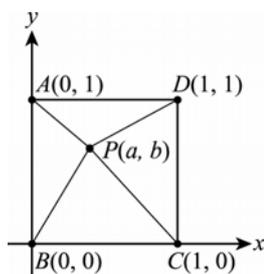
由(1)(2)知 $x$ 的最大值為4.

5.在坐標平面上, 正方形 $ABCD$ 的四個頂點坐標分別為 $A(0,1)$ ,  $B(0,0)$ ,  $C(1,0)$ ,  $D(1,1)$ . 設 $P$ 為正方形 $ABCD$ 內部的一點, 若 $\triangle PDA$ 與 $\triangle PBC$ 的面積比為1:2, 且 $\triangle PAB$ 與 $\triangle PCD$ 的面積比為2:3, 則 $P$ 點的坐標為\_\_\_\_\_。(化成最簡分數)

**解答**  $P(\frac{2}{5}, \frac{2}{3})$

**解析**  $\triangle PAB : \triangle PCD = 2:3$ ,

由分點公式知 $a = \frac{2}{5}$ ,  $\triangle PDA : \triangle PBC = 1:2$ , 由分點公式知 $b = \frac{2}{3}$ , 故 $P(\frac{2}{5}, \frac{2}{3})$ .



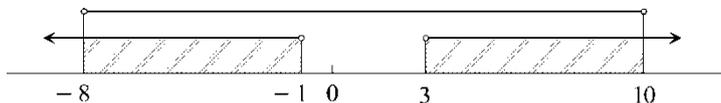
6.不等式 $2 < |x-1| < 9$ 之解為\_\_\_\_\_.

**解答**  $-8 < x < -1$  或  $3 < x < 10$

**解析**  $2 < |x-1| < 9 \Rightarrow |x-1| > 2$  且  $|x-1| < 9$

$\Rightarrow x-1 > 2$  或  $x-1 < -2$ ;  $-9 < x-1 < 9 \Rightarrow x > 3$  或  $x < -1$ ;  $-8 < x < 10$

$\therefore -8 < x < -1$  或  $3 < x < 10$



7.設 $x \in \mathbf{R}$ , 則 $y = |x-1| + |x-2| + |x-3|$ 之最小值為\_\_\_\_\_.

**解答** 2

**解析** 當 $x=1, 2, 3$ 之中位數時, 即 $x=2$ 時,  $y=1+0+1=2$ 為最小

8.設 $a, b$ 均為實數, 若 $|x-1| \leq b$ 的解為 $-1 \leq x \leq 3$ , 則 $b =$ \_\_\_\_\_.

**解答** 2

**解析** 由 $-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow -2 \leq x-1 \leq 2 \Rightarrow |x-1| \leq 2 \therefore b=2$

9.設 $x, y$ 為實數, 且 $-1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 3$ , 若 $\frac{x}{y}$ 有最大值 $M$ 及最小值 $m$ , 則 $\frac{M}{m}$ 的值為\_\_\_\_\_.

**解答** -2

**解析**  $-1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \geq \frac{1}{y} \geq \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-1}{2} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{2}{2} \therefore \begin{cases} M=1 \\ m=-\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$

10. $x, y \in \mathbf{R}, x^2 - x - 12 \leq 0, |y - \frac{7}{2}| \leq \frac{3}{2}$ , 則 $xy - 3x - 2y + 7$ 之最大值為\_\_\_\_\_.

解答 6

解析 (1)  $x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3) \leq 0 \quad \therefore -3 \leq x \leq 4$

$$(2) |y - \frac{7}{2}| \leq \frac{3}{2} \quad \therefore 2 \leq y \leq 5$$

$$(3) xy - 3x - 2y + 7 = x(y-3) - 2(y-3) + 1 = (x-2)(y-3) + 1$$

$$(4) \begin{array}{r} -5 \leq x-2 \leq 2 \\ \times ) -1 \leq y-3 \leq 2 \\ \hline -10 \leq (x-2)(y-3) \leq 5 \end{array}$$

(由(2)(2), (2)(-1), (-5)(2), (-5)(-1)中得最大值與最小值)

$$\Rightarrow -9 \leq (x-2)(y-3) + 1 \leq 6$$

(5)  $xy - 3x - 2y + 7$  最大值为 6

11. 設  $a, b \in \mathbf{R}$  且不等式  $|ax+1| > b$  之解為  $x > 4$  或  $x < -1$ , 則數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_ .

解答  $(-\frac{2}{3}, \frac{5}{3})$

解析 即  $|ax+1| \leq b$  之解為  $-1 \leq x \leq 4 \Rightarrow |x - \frac{3}{2}| \leq \frac{5}{2} \Rightarrow |-\frac{2}{3}x + 1| \leq \frac{5}{3} \quad \therefore a = -\frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}$

12. 設  $f(x) = |x+2| + |x-5|$ , 若  $x$  為整數且使  $f(x)$  的值最小, 則此種數共有  $m$  個, 此  $m$  個數的總和  $S =$  \_\_\_\_\_ .

解答 12

解析  $|x+2| + |x-5|$  表數線上  $x$  到  $-2$  與  $5$  的距離和

$$\Rightarrow \text{當 } -2 \leq x \leq 5 \text{ 時 } f(x) \text{ 有最小值為 } |5 - (-2)| = 7$$

$$\text{又 } x \in \mathbf{Z} \quad \therefore x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow S = (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 12$$



13. 不等式  $|x-3| + |x+4| < 11$  的解為 \_\_\_\_\_ .

解答  $-6 < x < 5$

解析 (1)  $x \geq 3$  時  $\Rightarrow (x-3) + (x+4) < 11 \quad \therefore x < 5 \Rightarrow 3 \leq x < 5 \dots\dots ①$

(2)  $-4 \leq x < 3$  時  $\Rightarrow -(x-3) + (x+4) < 11 \quad \therefore 7 < 11 \Rightarrow -4 \leq x < 3 \dots\dots ②$

(3)  $x < -4$  時  $\Rightarrow -(x-3) - (x+4) < 11 \quad \therefore x > -6 \Rightarrow -6 < x < -4 \dots\dots ③$

$$① \cup ② \cup ③ \quad \therefore -6 < x < 5$$

14. 已知數線上有相異四點  $A(x), B(2x), C(0), D(3)$ . 若  $\overline{AC} + \overline{BD} = 6$ , 則  $x$  所有可能值為 \_\_\_\_\_ .

解答 -1

解析  $\overline{AC} + \overline{BD} = 6 \Rightarrow |x-0| + |2x-3| = 6$

$$(1) x \geq \frac{3}{2} \text{ 時 } \Rightarrow x + (2x-3) = 6 \quad \therefore x = 3 \text{ (不合 } \because \text{此時 } A(3) = D(3))$$

$$(2) 0 \leq x < \frac{3}{2} \text{ 時 } \Rightarrow x - (2x-3) = 6 \quad \therefore x = -3 \text{ (不合)}$$

$$(3) x < 0 \text{ 時 } \Rightarrow -x - (2x-3) = 6 \quad \therefore x = -1 \text{ (合)}$$

即  $x$  的值為  $-1$

15. 設  $x$  為實數, 求  $\sqrt{x^2+6x+9} + \sqrt{x^2-2x+1}$  的最小值為 \_\_\_\_\_ .

解答 4

解析 原式 =  $\sqrt{(x+3)^2} + \sqrt{(x-1)^2} = |x+3| + |x-1|$

表數線上  $x$  到  $-3$  與  $1$  的距離和  $\Rightarrow$  當  $-3 \leq x \leq 1$  時, 最小值 =  $|1 - (-3)| = 4$

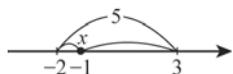


16. 設  $x$  為實數, 求  $\sqrt{x^2+2x+1} + \sqrt{x^2+4x+4} + \sqrt{x^2-6x+9}$  的最小值 = \_\_\_\_\_ .

解答 5

解析 原式 =  $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = |x+1| + |x+2| + |x-3|$

表數線上  $x$  到  $-1$ ,  $-2$  與  $3$  的距離和  $\Rightarrow$  當  $x = -1$  時, 最小值 =  $0 + 1 + 4 = 5$



17. 若方程式  $|x+1| + |x-3| = k$  無實數解, 則  $k$  之範圍為 \_\_\_\_\_ .

解答  $k < 4$

解析  $\because |x+1| + |x-3| = |3 - (-1)| = 4$  最小

$\therefore |x+1| + |x-3| \geq 4$  恆有解  $\Rightarrow k < 4$  時,  $|x+1| + |x-3| = k$  無解