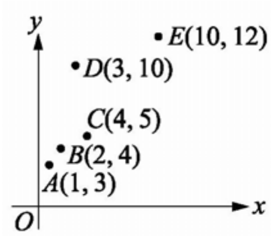
高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：98.10.11					
範圍	二為數據	班級	三年 班	姓名	
		座號			

一、單選題: 每題 5 分

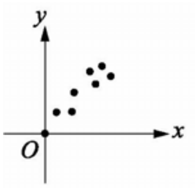
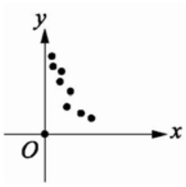
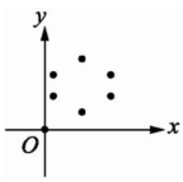
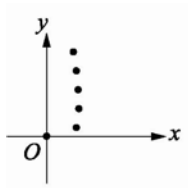
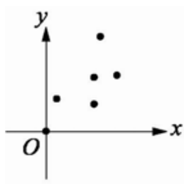
(　　) 1. 如圖所示，有 5 筆 (X, Y) 資料。試問：去掉哪一筆資料後，剩下來 4 筆資料的相關係數最大？ (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E。



【解答】：D

【解析】：(1)圖中各點接近斜率正（左下右上）之直線爲正相關，且愈接近直線相關程度愈高
(2)圖中各點接近斜率爲負（左上右下）之直線爲負相關，且愈接近直線相關程度愈高
(3)散布圖中各點愈接近鉛直線或水平線，相關程度愈接近 0
(4)散布圖中各點愈均勻分布在 $X=\overline{X}$ ，$Y=\overline{Y}$ 所分四個象限，相關程度愈接近 0。
故此散布圖去掉 $D(3, 10)$ 這筆資料，剩下 4 筆資料的相關係數最大

(　　) 2. 下列哪一個圖，其相關係數最小？

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 。

【解答】：B

【解析】：由圖中知，當其迴歸直線的斜率爲負，則其相關係數爲負，若點的排列爲對稱，則其相關係數爲 0，若爲鉛直線或水平線其相關係數亦爲 0，又靠迴歸直線的點愈密，其相關係數愈大

(　　) 3. 有甲、乙兩組資料，已知甲：94，92，90，88，86；乙：63，61，60，59，57。試問哪一群資料的變異情形較大？ (A)甲 (B)乙 (C)一樣大 (D)無法比較。

【解答】：B

【解析】：甲：$\overline{x}=90+\frac{1}{5}(4+2+0-2-4)=90$

$S_x=\sqrt{\frac{1}{4}(16+4+0+4+16)}=\sqrt{10}$ ；$CV=\frac{S_x}{\overline{x}}\cdot 100\%=3.51\%$

乙：$\overline{y}=60+\frac{1}{5}(3+1+0-1-3)=60$

$S_y=\sqrt{\frac{1}{4}(9+1+0+1+9)}=\sqrt{5}$ ；$CV=\frac{S_y}{\overline{y}}\cdot 100\%=3.73\%$

$\therefore$乙組資料變異情形較大

(　　) 4. 若$(2,2)$、$(3,3)$、$(5,4)$、$(6,7)$的最佳直線爲$y=a+bx$，則b的最接近値爲：

(A)1.2　(B)1.57　(C)2.35　(D)2.75　(E)3.73。

【解答】：A

【解析】：$\bar{x}=\dfrac{2+3+5+6}{4}=4$，$\bar{y}=\dfrac{2+3+4+7}{4}=4$

$$b=\text{最佳直線的斜率}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^{2}-n\bar{x}^2}=\frac{(4+9+20+42)-4\cdot(4\cdot4)}{(4+9+25+36)-4\cdot(16)}=1.1$$

(　　) 5. 某項藝能競賽，共有甲、乙、丙、丁、戊、己六位參賽者，下表是A、B、C三位評審對這六位參賽者的評分資料：

參賽者 / 評審	甲	乙	丙	丁	戊	己
A	8	6	8	6	6	8
B	7	5	7	5	5	7
C	4	3	4	3	3	4

若A與B、B與C、C與A的相關係數分別爲r_1、r_2、r_3，則下列哪一個選項爲真？

(A)$0<r_1<1$　(B)$r_1=r_2$　(C)$r_2=r_3<1$　(D)$r_2<r_3$　(E)$r_1<r_3$。

【解答】：B

【解析】：觀察發現：B評審給分都比A評審少 1 分

C評審給分都是A評審的$\dfrac{1}{2}$

C評審給分都是B評審的$\dfrac{1}{2}$倍再加$\dfrac{1}{2}$分

故$r_1=1$，$r_2=1$，$r_3=1$

(　　) 6. 給定X與Y兩種抽樣數據$(x_i\,,y_i)$，$i=1$、2、3、⋯、40。已知$\sum_{i=1}^{40}x_i=3000$、$\sum_{i=1}^{40}y_i=2720$，其標準差分別爲$S_X=4$、$S_Y=2$，且相關係數爲 0.8，試求y對x的迴歸直線爲

(A)$y=0.8x$　(B)$y=0.8x+68$　(C)$y=0.8x+38$　(D)$y=0.4x+38$　(E)$y=0.4x+68$。

【解答】：D

【解析】：$\overline{X}=\dfrac{3000}{40}=75$，$\overline{Y}=\dfrac{2720}{40}=68$

y對x的迴歸直線爲$y-\bar{y}=r\times\dfrac{S_Y}{S_X}(x-\overline{X})$，$y-68=0.8\times\dfrac{2}{4}(x-75)$，即$y=0.4x+38$

(　　) 7. 若有 10 筆$(x_i\,,y_i)$的資料，其相關係數爲r，則下列敘述哪一個爲真？

(A)當這 10 筆資料完全落在直線 $y=0.5x$ 上，表示 $r=0.5$

(B)當 $r=1$ 時，則散布圖上所有點均在一直線上

(C)當 $r=0$ 時，則散布圖上所有點必成一圓

(D)當 $r=-1$ 時，則表示無法由 x 的值來預測 y 的值

(E) r 的值可能是 1.2。

【解答】：B

【解析】：(A) $r=1$　　(C) $r=0$ 時，散布圖也可能是一條水平線

(D) $r=-1$ 時，表 10 筆資料落在一條斜率爲負的直線上，因此藉由 x 值來預測 y 值

(E) $-1\le r\le 1$

(　　) 8. 研究十位學生某次段考甲、乙兩學科成績的相關性，設其相關係數爲 r 。若 $r=1$ 表完全正相關；$r=-1$ 表完全負相關；$0.7\le|r|<1$ 表高度相關；$0.3\le|r|<0.7$ 表中度相關；$|r|<1$ 表低度相關：$r=0$ 表零相關。已知此十位學生的成績如下：

學生代號	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	總計
甲科測驗	3	4	8	9	5	6	7	7	6	5	60
乙科測驗	9	8	5	6	7	6	5	7	8	9	70

則此次甲、乙兩學科測驗成績之相關程度爲

(A)高度相關　(B)中度相關　(C)低度相關　(D)完全正相關　(E)完全負相關。【86 學測】

【解答】：A

【解析】：甲科測驗 x 的平均數 $=6$ ，乙科測驗 y 的平均數 $=7$

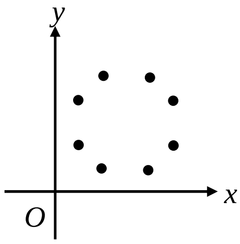
$$s_{XY}=\frac{1}{9}[(-3)\times2+(-2)\times1+2\times(-2)$$

$$+3\times(-1)+(-1)\times0+0\times(-1)+1\times(-2)+1\times0+0\times1+(-1)\times2]=-\frac{19}{9}$$

$$S_X=\sqrt{\frac{1}{9}[(-3)^2+(-2)^2+2^2+3^2+(-1)^2+0^2+1^2+1^2+0^2+(-1)^2]}=\frac{\sqrt{30}}{3}$$

$$S_Y=\sqrt{\frac{1}{9}[2^2+1^2+(-2)^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2+(-2)^2+0^2+1^2+2^2]}=\frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{故 } r=\frac{S_{XY}}{S_XS_Y}=\frac{-\frac{19}{9}}{\frac{\sqrt{30}}{3}\times\frac{2\sqrt{5}}{3}}=-\sqrt{\frac{361}{600}}\fallingdotseq-0.77$$



(　　)9. 下圖表兩組數據 x 與 y 的分布圖，試問其相關係數 r 最接近下列何值？(A)1　(B)0.5　(C)0　(D)–0.5　(E)–1。【88 日社】

【解答】：C

【解析】：　$\because$ 圖形對稱直線 $x=\overline{x}$ 、 $y=\overline{y}$　$\therefore r=0$

(　　　)10. 某班 46 位同學期考的數學成績平均成績爲 61 分，今老師將成績做線型調整，把每位同學的成績先乘以 $\frac{4}{3}$ 倍，再減去 5 分。設變量 X、Y 分別表同學的原始成績與調整後的成績。並設 r 表 X 與 Y 的相關係數，則下列何者正確？

(A) $0.3 \le r < 0.5$　(B) $0.5 \le r < 0.7$　(C) $0.7 \le r < 0.9$　(D) $0.9 \le r < 1$　(E) $r = 1$ 。

【解答】：E

【解析】：由題意已知 $Y = \frac{4}{3}X - 5$ ，資料完全落在直線 $Y = \frac{4}{3}X - 5$ 上，∵斜率 $m = \frac{4}{3} > 0$

∴資料完全正相關，相關係數 $r = 1$

(　　　)11. 令 X 代表每個高中生平均每天研讀數學的時間（以小時計），則：$W = 7(24 - X)$ 代表每個高中生平均每週花在研讀數學以外的時間。令 Y 代表每個高中生數學學科能力測驗的成績。設 X 、Y 之相關係數爲 R_{XY} ，W 、Y 之相關係數爲 R_{WY} ，則 R_{XY} 與 R_{WY} 兩數之間的關係，下列選項何者爲真？

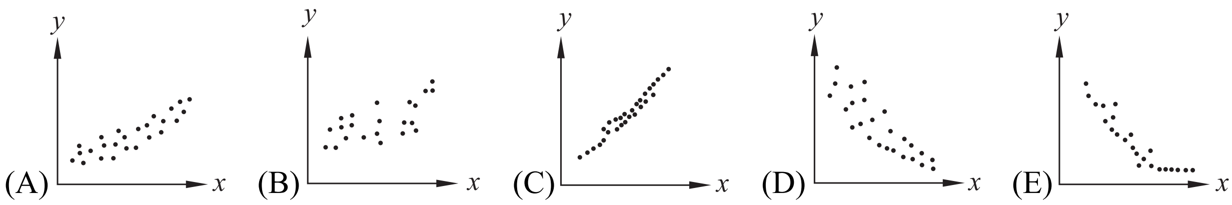
(A) $R_{WY} = 7(24 - R_{XY})$　(B) $R_{WY} = 7R_{XY}$ (C) $R_{WY} = -7R_{XY}$　(D) $R_{WY} = R_{XY}$ (E) $R_{WY} = -R_{XY}$ 。

【解答】：E

【解析】：∵若 $U = aX + b$ ，$V = cY + d$ ，而 U 、V 的相關係數爲 r_{UV} ，則 $r_{UV} = \begin{cases} r_{XY}，當 ac > 0 \\ -r_{XY}，當 ac < 0 \end{cases}$

又 $W = -7X + 168$　∴ $R_{WY} = -R_{XY}$ (∵ $-7 \times 1 < 0$)

(　　　)12. 下列有關兩變量 x 與 y 之散布圖中，哪一個相關係數最接近 0.25？



【解答】：B

(　　　)13. 一肥皂廠商欲推出一種新產品，在上市之前以不同的單價 x（單位：十元），調查市場的需求量 y（單位：萬盒），調查結果如右表，試問 x ， y 的相關係數最接近下列哪一個值？　(A) $\frac{4}{5}$　(B) $\frac{2}{5}$　(C)0　(D) $-\frac{2}{5}$　(E) $-\frac{4}{5}$ 。

x	8	9	10	11	12
y	11	12	10	8	9

【解答】：E

【解析】：$\overline{X} = \frac{1}{5}(8+9+10+11+12) = 10$

$\overline{Y} = \frac{1}{5}(11+12+10+8+9) = 10$

$x_i - \overline{x}$	-2	-1	0	1	2
$y_i - \overline{y}$	1	2	0	-2	-1

$$r=\frac{-2-2+0-2-2}{\sqrt{4+1+0+1+4}\sqrt{1+4+0+4+1}}=\frac{-8}{10}=-\frac{4}{5}$$

(　　)15. 若有 10 筆$(x_i\,,y_i)$的資料，$\overline{x}=5$，$\overline{y}=3$，相關係數$r=1$，且y對x的迴歸線過$(0\,,2)$，則下列何者爲真？　(A)x組的變異係數小於y組的變異係數　(B)迴歸線過$(10\,,3)$　(C)x組的標準差大於y組的標準差　(D)迴歸線的斜率爲 1。

【解答】：C

【解析】：$y=\overline{y}+r\cdot\frac{S_y}{S_x}(x-\overline{x})\Rightarrow y=3+\frac{S_y}{S_x}(x-5)\Rightarrow(0\,,2)$代入$\frac{S_y}{S_x}=\frac{1}{5}$

$CV_x=\frac{S_x}{x}=\frac{5S_y}{5}=S_y$, $CV_y=\frac{S_y}{y}=\frac{S_y}{3}<S_y$

二、多選題: 每題 10 分

(　　) 1. 某班的 50 名學生參加一項考試，考題共有 100 題，全爲 5 選 1 的單選題，計分方法共有X、Y兩種；若某學生有N題放棄沒答、R題答對、W題答錯，則$X=R-\frac{W}{4}$，$Y=R+\frac{N}{5}$，試問下列敘述哪些是正確的？

(A)同一學生的X分數不可能大於Y分數

(B)全班X分數的算術平均數不可能大於Y分數的算術平均數

(C)任兩學生X分數的差之絕對值不可能大於Y分數的差之絕對值

(D)用X分數將全班排名次的結果與用Y分數排名次是完全相同的

(E)兩種分數的相關係數爲 1。

【解答】：ABDE

【解析】：$X=R-\frac{W}{4}$，$Y=R+\frac{N}{5}$，$N=100-R-W$，其中R、W、N皆爲不小於 0 之整數

(A)(B)$\because X=R+\frac{N}{5}\geq R-\frac{W}{4}=X$　$\therefore Y\geq X$，故(A)(B)皆正確

(C)設有兩學生其作答情形分別爲R_1、W_1、N_1、R_2、W_2、N_2

X分數的差之絕對值$=|R_1-\frac{W_1}{4}-(R_2-\frac{W_2}{4})|=|R_1-R_2+(\frac{W_2}{4}-\frac{W_1}{4})|$

Y分數的差之絕對值$=|R_1+\frac{N_1}{5}-(R_2+\frac{N_2}{5})|=|R_1-R_2+(\frac{N_1}{5}-\frac{N_2}{5})|$

取$R_1=100$，$W_1=N_1=0$，$R_2=50$，$W_2=N_2=25$，代入

取X分數的差之絕對值$=50+\frac{25}{4}$

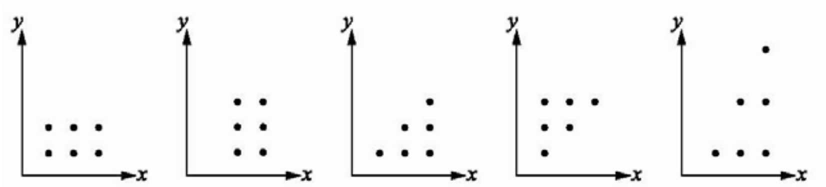
Y分數的差之絕對值$=50-5<X$分數的差之絕對值，故(C)錯誤

(D)$X=R-\frac{W}{4}=R-\frac{100-R-N}{4}=\frac{5}{4}R+\frac{1}{4}N-25=\frac{5}{4}(R+\frac{1}{5}N)-25=\frac{5}{4}Y-25$

$\Rightarrow$成績整個放大$\dfrac{5}{4}$倍再平移 25

$\Rightarrow$用 X 分數全班排名次的結果與用 Y 分數排名次是完全相同，兩種分數的相關係數 1

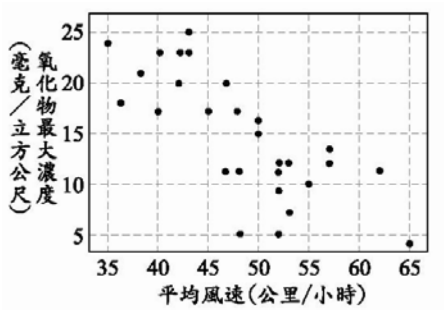
(　　) 2. 圖中，有五組數據，每組各有六個資料點，設各組的相關係數由左至右分別為 r_1，r_2，r_3，r_4，r_5，則下列關係式何者為真？



(A) $r_1 = r_2$　(B) $r_2 < r_3$　(C) $r_3 > r_4$　(D) $r_3 = r_5$　(E) $r_4 = r_5$。

【解答】：ABDE

(　　) 3. 空氣品質會受到汙染物排放量及大氣擴散等因素的影響。某一機構為瞭解一特定地區的空氣品質，連續 28 天蒐集了該地區早上的平均風速及空氣中某特定氧化物的最大濃度。再繪製這 28 筆資料的散布圖，現根據該圖，可知



(A)此筆資料中，該氧化物最大濃度的標準差大於 15

(B)此筆資料中，該氧化物最大濃度的中位數為 15

(C)此筆資料中，平均風速的中位數介於 45 與 50 間

(D)若以最小平方法決定數據集中直線趨勢的直線，則該直線的斜率小於 0。

【解答】：CD

【解析】：(A)最大濃度之平均約在 15mg/m^3，而所有的點幾乎集中在（15 ± 10）mg/m^{3}內（即 5mg/m^3　～25mg/m^3）　$\therefore$標準差不可能大於 15

(B)樣本由小到大 a_1，a_2，……，a_{28} 共有 28 個　$\therefore$中位數為$\dfrac{a_{14}+a_{15}}{2}$

由圖形知最大濃度之 $a_{14} \fallingdotseq 13$，$a_{15} = 15$，$\therefore \dfrac{a_{14}+a_{15}}{2} < 15$，中位數小於 15

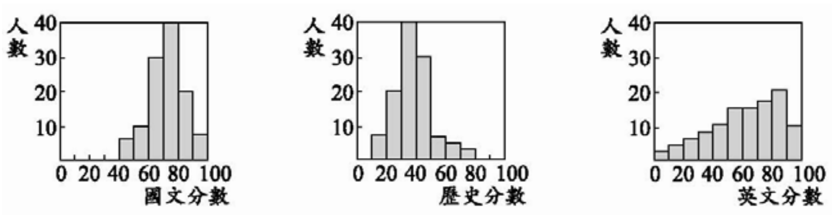
(C)平均風速樣本由小到大 $a_{13} = a_{14} = a_{15} \fallingdotseq 48$，中位數為$\dfrac{a_{14}+a_{15}}{2}$，$\therefore$介於 45 與 50 間

(D)根據 28 個點之散布圖知平均風速與最大濃度兩者為負相關，$\therefore$直線之斜率小於 0

(　　) 4. 圖為某年級國文、英文、歷史三科成績分布情形的直方圖。根據該圖，下列哪些推論是合理的？　(A)歷史的平均分數比國文的平均分數低　(B)歷史的平均分數最低

(C)英文的標準差比國文的標準差很小　(D)英文的標準差最大

(E)「國文與歷史之相關係數」比「國文與英文之相關係數」高。



【解答】：ABD

(　　) 5. 某次數學考試，甲組 20 人之平均成績為 70 分，標準差為 10 分；乙組 30 人之平均成績為 65 分，標準差為 8 分，則

(A)甲組的數學程度比較平均　(B)乙組的數學程度比較平均

(C)兩組合併計算之平均成績為 67 分　(D)兩組合併計算之平均成績為 69 分

(E)兩組合併計算之標準差為 8.8 分。

【解答】：BC

【解析】：$CV_{甲}=\frac{10}{70}\cdot 100\%=14.29\%$；$CV_{乙}=\frac{8}{65}\cdot 100\%=12.31\%$，∴乙組的數學程度較平均

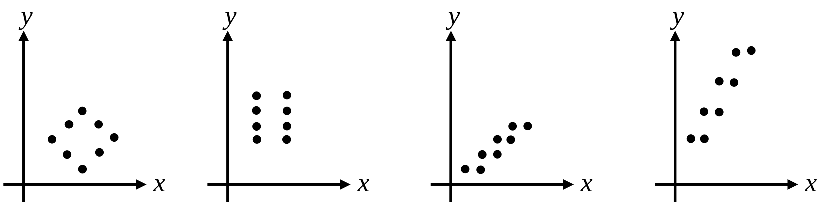
$\bar{x}=$兩組合併後的平均$=\frac{20\cdot 70+30\cdot 65}{20+30}=67$

$\sum x_i^2=19\cdot 10^2+20\cdot 70^2=99900$；$\sum y_i^2=29\cdot 8^2+30\cdot 65^2=128606$；

$\sum x_i^2+\sum y_i^2=228506$

$S=\sqrt{\frac{1}{49}(228506-50\cdot 67^2)}=\sqrt{82.77}=9.10$

(　　) 6. 下列四個散布圖的相關係數由左至右依序為 r_1、r_2、r_3、r_4，則下列哪些敘述是正確？



(A) $r_1=r_2=0$　　(B) $r_3=1$　　(C) $r_4>r_3$

(D)若兩變數 x 與 y 的相關係數為 r，則 $2x+3$ 與 $3y+4$ 的相關係數仍為 r

(E)若 y 對 x 的迴歸直線為 $y=a+bx$，則 $y'=3y+4$ 對 $x'=2x+3$ 的迴歸直線仍為 $y'=a+bx'$。

【解答】：AD

【解析】：(B) $0<r_3<1$；　　(C) $r_3=r_4$

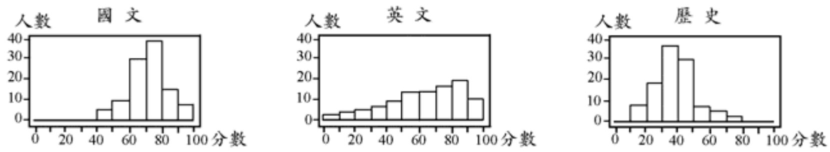
(E) $\bar{x}'=2\bar{x}+3$，$\bar{y}'=3\bar{y}+4$，　$r'=r$，$S_{X'}=2S_X$，$S_{Y'}=3S_Y$

$\because y'-\bar{y}'=r'\times\frac{S_{Y'}}{S_{X'}}(x'-\bar{x}')$ 且 $b=r\times\frac{S_Y}{S_X}$

$$\therefore y' - (3\overline{y} + 4) = r \times \frac{3S_Y}{2S_X}(x' - 2\overline{x} - 3) = \frac{3}{2}b(x' - 2\overline{x} - 3)$$

又 $a = \overline{y} - b\overline{x}$ ，故 $y' = \frac{3}{2}bx' + 3(\overline{y} - b\overline{x}) + 4 - \frac{9}{2}b = \frac{3}{2}bx' + 3a + 4 - \frac{9}{2}b$

(　　) 7. 如下圖爲某年級國文、英文、歷史三科成績分布情形的直方圖。根據該圖，下列哪些推論是合理的？



(A)歷史的平均分數比國文的平均分數低　　(B)歷史的平均分數最低

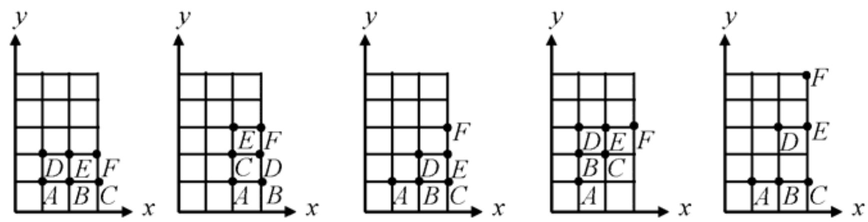
(C)英文的標準差比國文的標準差小　　(D)英文的標準差最大

(E)「國文與歷史之相關係數」比「國文與英文之相關係數」高。【89 學測】

【解答】：ABD

【解析】：(A)(B)$\because$ 國文成績集中在 50～90 分，英文成績分散於 10～90 分，
歷史成績集中在 20～50 分 $\therefore$ 國文成績平均分數最高，歷史成績平均分數最低
(C)(D)$\because$ 英文成績最分散　$\therefore$ 英文的標準差最大
(E)從三科的成績分布直方圖無法判斷相關係數大小

(　　)8. 下列圖中有五組數據，每組各有 A、B、C、D、E、F 等六個資料點：



設各組的相關係數由左至右分別爲 r_1、r_2、r_3、r_4、r_5，則下列關係式何者爲真？

(A) $r_1 = r_2$　(B) $r_2 < r_3$　(C) $r_3 > r_4$　(D) $r_3 < r_5$　(E) $r_4 = r_5$ 。【90 學測】

【解答】：ABE

【解析】：$\because$ 前兩個的圖形均對稱直線 $x = \overline{x}$、$y = \overline{y}$　$\therefore r_1 = r_2 = 0$

計算 r_3：$\overline{x} = \frac{1 + 2\times 2 + 3\times 3}{6} = \frac{7}{3}$，$\overline{y} = \frac{1\times 3 + 2\times 2 + 3}{6} = \frac{5}{3}$

$$S_{XY} = \frac{1}{5}[(-\frac{4}{3})\times(-\frac{2}{3}) + (-\frac{1}{3})\times(-\frac{2}{3}) + \frac{2}{3}\times(-\frac{2}{3}) + (-\frac{1}{3})\times\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\times\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\times\frac{4}{3}] = \frac{1}{3}$$

$$S_X = \sqrt{\frac{1}{5}\left[(-\frac{4}{3})^2 + (-\frac{1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2 + (-\frac{1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2\right]} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{1}{5}[(-\frac{2}{3})^2 + (-\frac{2}{3})^2 + (-\frac{2}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2 + (\frac{4}{3})^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$\therefore r_3 = \dfrac{S_{XY}}{S_X S_Y} = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3}} = \dfrac{1}{2}$；同理可得 $r_4 = \dfrac{1}{2}$ ， $r_5 = \dfrac{1}{2}$

(　　)9. 英國某實驗室研究一金屬圓柱（原高 70.5 英寸）在不同負重下對柱高的影響，其實驗結果如下： $(0, 70.5)$　$(2, 69.4)$　$(4, 68.4)$　$(6, 67.2)$　$(8, 66.3)$　$(10, 65.5)$　$(12, 64.4)$, 其中測量單位分別爲英噸和英寸。將此筆資料的相關係數記爲 r ，以最小平方法決定的直線斜率記爲 m 。現爲提供臺灣廠商資料，將單位轉換爲公噸（1 英噸等於 1.016 公噸）及公分（1 英寸等於 2.54 公分），若單位換算後該資料的相關係數記爲 R ，以最小平方法決定的直線斜率記爲 M 。則下列有哪些是正確的？

(A) $r \times m > 0$　(B) $r > 0$　(C) $r = R$　(D) $m = M$ 。【93 日自】

【解答】：AC

【解析】：設原數值資料爲 X ， Y ，其中 X 表負重，Y 表柱高

則新數值資料 $X' = 1.016X$ ， $Y' = 2.54Y$

(A)(B) $\because$ 負重愈大，柱高愈短，$\therefore r < 0$　$\Rightarrow m < 0$ ，故 $r \times m > 0$

(C) $\because 1.016 \times 2.54 > 0$　$\therefore r = R$

(D)已知 $S_{X'} = 1.016 S_X$ ， $S_{Y'} = 2.54 S_Y$ ， $m = r \times \dfrac{S_Y}{S_{X'}}$ ， $M = R \times \dfrac{S_{Y'}}{S_{X'}}$ 且 $r = R$

故 $M = r \times \dfrac{2.54 S_Y}{1.016 S_X} = \dfrac{2.54}{1.016} m$

(　　)10. 某校高三共有 300 位學生，數學科第一次段考、第二次段考成績分別以 X 、Y 表示，且每位學生的成績用 0 至 100 評分。若這兩次段考數學科成績的相關係數爲 0.016，試問下列哪些選項是正確的？

(A) X 與 Y 的相關情形可以用散布圖表示

(B)兩次段考的數學成績適合用直線 $X = a + bY$ 表示 X 與 Y 的相關情形

（ a 、b 爲常數，$b \neq 0$ ）

(C) $X + 5$ 與 $Y + 5$ 的相關係數仍爲 0.016

(D) $10X$ 與 $10Y$ 的相關係數仍爲 0.016

(E)若 $X' = \dfrac{X - \overline{X}}{S_X}$ 、$Y' = \dfrac{Y - \overline{Y}}{S_Y}$ ，其中 $\overline{X}$ 、$\overline{Y}$ 分別爲 X 、Y 的平均數，S_X 、S_Y 分別爲 X 、Y 的標準差，則 X' 與 Y' 的相關係數仍爲 0.016。【96 日自】

【解答】：ACDE

【解析】：(A)顯然成立

(B)$\because$ 相關係數很接近 0，$\therefore$相關程度小，不適合用直線 $X=a+by$ ，來表示 x 與 y 的相關情形

(C)$\because 1\times 1>0$ $\therefore$相關係數仍爲 0.016

(D)$\because 10\times 10>0$ $\therefore$相關係數仍爲 0.016

(E)$\because X'=\dfrac{1}{S_X}X-\dfrac{\overline{X}}{S_X}$ ，$Y'=\dfrac{1}{S_Y}Y-\dfrac{\overline{Y}}{S_Y}$ 且 $\dfrac{1}{S_X}\times\dfrac{1}{S_Y}>0$

$\therefore X'$ 與 Y' 的相關係數仍爲 0.016

( )11. 若有 20 筆資料 (x_i,y_i) ，其相關係數爲 r ，則下列何者正確？

(A)當這 20 筆資料完全落在直線 $y=\dfrac{1}{3}x+5$ ，則 $r=\dfrac{1}{3}$

(B)當這 20 筆資料完全落在直線 $y=-x+4$ ，則 $r=-1$

(C)當這 20 筆資料完全落在直線 $y=x-7$ ，則 y 對 x 的迴歸直線爲 $y=x-7$

(D)設 $\overline{x}$ 、 $\overline{y}$ 分別爲 x_i 、 y_i 的算術平均數，則 y 對 x 的迴歸直線必通過點 $(\overline{x},\overline{y})$ 。

【解答】：BCD

【解析】：(A)×：資料完全落在直線 $y=\dfrac{1}{3}x+5$ 上$\because$斜率 $m=\dfrac{1}{3}>0$ ，$\therefore$完全正相關，相關係數 $r=1$

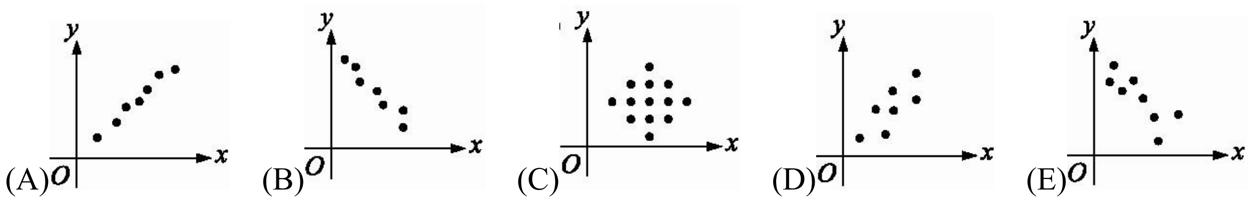
(B)○：資料完全落在直線 $y=-x+4$ 上$\because$斜率 $m=-1<0$ ，$\therefore$完全負相關，相關係數 $r=-1$

(C)○：當 20 筆資料完全落在直線 $y=x-7$，則利用「最小平方法」的迴歸直線爲 $y=x-7$

(D)○： y 對 x 迴歸直線 $y-\overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{20}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{20}(x_i-\overline{x})^2}(x-\overline{x})$ ， $\therefore y$ 對 x 迴歸直線必過點 $(\overline{x},\overline{y})$

三、填充題: 每題 10 分

1. 請排出下面 5 個散布圖中，x 、 y 的相關係數之大小次序：__________ 。



【解答】： $b<e<c<d<a$

2. 某次民意調查，從隨機抽樣的 300 人中，得到對三位臺北縣縣長候選人的支持率如表，現在從這 300 人中任選兩人，則這兩人支持同一候選人的機率爲__________ 。

候選人	甲	乙	丙
支持率	25%	30%	45%

【解答】：$\dfrac{211}{598}$

【解析】：在接受調查的 300 人中，支持候選人甲、乙、丙的人數分別是 75，90，135，從 300 人中選出兩人，選法有 $C_2^{300}=\dfrac{300\cdot 299}{2}=44850$ 種又選出兩人支持同一候選人的選法有 $C_2^{75}+C_2^{90}+C_2^{135}=2775+4005+9045=15825$ 種

故兩人支持同一候選人的機率爲 $\dfrac{15825}{44850}=\dfrac{211}{598}$

3. 某公司調查 360 位男、女員工對公司的福利制度是否滿意，其人數統計如下，則：

性別＼意見	滿意	不滿意	合計
男性	165	35	200
女性	135	25	160
合計	300	60	360

(1)男性員工滿意的比率是__________。　(2)全體員工滿意的比率是__________。

(3)滿意的員工中，男性滿意的比率是__________。

【解答】：(1) $\dfrac{165}{200}$　(2) $\dfrac{5}{6}$　(3)55%

【解析】：(1)男性員工滿意的比率是 $\dfrac{165}{200}=82.5\%$　(2)全體員工滿意的比率是 $\dfrac{300}{360}\fallingdotseq 83.33\%$

(3)滿意的員工中，男性占的比率是 $\dfrac{165}{300}=55\%$

4. 對 20 對夫婦年齡做調查，設先生的年齡爲 X，太太的年齡爲 Y，其算術平均數分別爲 $\overline{X}$ 與 $\overline{Y}$ 且 $x'=x_i-\overline{X}$，$y'=y_i-\overline{Y}$，已知 $\Sigma X'Y'=298$，$\Sigma X'^2=346$，$\Sigma Y'^2=395$，則 20 對夫妻年齡相關係數爲__________。

【解答】：0.806

【解析】：$r=\dfrac{\Sigma\, x'y'}{\sqrt{\Sigma\, x'^2}\sqrt{\Sigma\, y'^2}}=\dfrac{298}{\sqrt{346}\sqrt{395}}=0.806$

5. 含 10 個數值的兩變數 x 與 y 的直線相關係數 $r=0.74$，變數 x'，y' 滿足 $x'=10x+5$，$y'=2y+3$，則 x'，y' 的相關係數 $r'=$__________。

【解答】：0.74

【解析】：當 $ac>0$ 時，$r(ax+b\,,cy+d)=r(x\,,y)$，x' 與 y' 的相關係數 $r'=r(x\,,y)=0.74$

6. 蒐集臺灣 8 個地點的公告地價與市價（單位：萬元／坪）如下：

公告地價（ x ）	12	10	22	30	8	40	20	18
市價（ y ）	15	11	28	40	10	72	39	25

(1)試求市價對公告地價的迴歸直線方程式為＿＿＿＿＿。

(2)若某塊土地公告地價是每坪 28 萬元，利用上面的迴歸式預測其市價為＿＿＿＿＿萬元。

【解答】：(1) $y=\dfrac{11}{6}x-\dfrac{20}{3}$　(2)44.7

x	y	$x_i-\overline{x}$	$y_i-\overline{y}$	$(x_i-\overline{x})^2$	$(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$
12	15	−8	−15	64	120
10	11	−10	−19	100	190
22	28	2	−2	4	−4
30	40	10	10	100	100
8	10	−12	−20	144	240
40	72	20	42	400	840
20	39	0	9	0	0
18	25	−2	−5	4	10
$\overline{x}=20$	$\overline{y}=30$			$\Sigma(x_i-\overline{x})^2=816$	$\Sigma(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=1496$

【解析】：

迴歸直線的斜率 $b=\dfrac{rS_Y}{S_X}=\dfrac{S_{XY}}{S_{XX}}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{1496}{816}=\dfrac{11}{6}$

(1)迴歸直線方程式為 $y-30=\dfrac{11}{6}(x-20)$ ，即 $y=\dfrac{11}{6}x-\dfrac{20}{3}$

(2) $x=28$ 代入迴歸式 $y=\dfrac{11}{6}x-\dfrac{20}{3}$ 得 $y\approx 44.7$　預測市價為每坪約 44.7 萬元

7. 設有 10 組資料 $(x_i\,,\,y_i)$，經計算而得 $\sum_{i=1}^{10}x_i=450$，$\sum_{i=1}^{10}y_i=1300$，$\sum_{i=1}^{10}x_i^2=21250$，$\sum_{i=1}^{10}y_i^2=171250$，$\sum_{i=1}^{10}x_iy_i=59100$，則其相關係數為＿＿＿；迴歸直線方程式為＿＿＿，又當 $x=50$ 時，$y=$＿＿＿。

【解答】：0.4； $y=103+0.6x$ ；133

【解析】： $\overline{x}=45$ ， $\overline{y}=130$

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\cdot\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2)}\sqrt{(\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2)}}=\frac{59100-10\cdot45\cdot130}{\sqrt{21250-10\cdot45^2}\sqrt{171250-10\cdot130^2}}=\frac{600}{\sqrt{1000}\sqrt{2250}}=0.4$$

迴歸直線的斜率$b=\dfrac{S_{XY}}{S_{XX}}=\dfrac{600}{1000}=0.6$

迴歸直線必通過點$(\overline{x},\overline{y})=(45,130)$　$\therefore$迴歸直線爲$y=103+0.6x$，　$x=50$代入，$y=133$

8. 設三資料$(1,3)$，$(2,4)$，$(3,k)$的迴歸線方程式爲$y=-\dfrac{1}{2}x+4$，求$k=$__________。

【解答】：2

【解析】：迴歸線方程式必經過點$(\overline{x},\overline{y})=(2,\dfrac{7+k}{3})$，$\therefore\dfrac{7+k}{3}=-1+4\Rightarrow k=2$

9. 設有一隨機樣本包含200對父子體重(x_i,y_i)的觀察資料，且已算出下列的統計量（單位爲公斤）：$\overline{x}=68$，$\overline{y}=69$，$\sum_{i=1}^{n}(x_i-x)^2=1920$，$\sum_{i=1}^{n}(y_i-y)^2=2040$，$\sum_{i=1}^{n}(x_i-x)(y_i-y)=1010$，$n=200$，則：

(1)兩變數x與y的相關係數$=\dfrac{101}{48\sqrt{a}}$，$a\in N$，求$a=$__________。

(2)最適合這200個資料點的變數y對x之直線方程式爲$y-69=m(x-68)$，求$m=$______。

【解答】：(1)17　(2)$\dfrac{101}{192}$

【解析】：(1)$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}=\dfrac{1010}{\sqrt{1920}\sqrt{2040}}=\dfrac{101}{48\sqrt{17}}\Rightarrow a=17$

(2)最佳直線的斜率$=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{1010}{1920}=\dfrac{101}{192}$

10. (1)設兩變數x與y的相關係數爲0.3，則$4x+6$與$6y-4$的相關係數爲__________。

(2)設兩變數x與y的相關係數爲-0.7，則$-5x+4$與$4y+5$的相關係數爲__________。

【解答】：(1)0.3　(2)0.7

【解析】：(1)$\because 4\times6>0$　$\therefore$所求的相關係數依然是0.3

(2)$\because(-5)\times4<0$　$\therefore$所求的相關係數是$(-1)\times(-0.7)=0.7$

11.有五組資料如下表所列：

(1)若x、y的相關係數$r=\dfrac{17}{\sqrt{k}}$，則$k=$__________。

x	1	2	3	4	5
y	2	3	5	6	9

(2)若 y 對 x 的迴歸直線爲 $y=a+bx$，則 $b=$__________。

【解答】：(1)300　(2)$\dfrac{17}{10}$

【解析】：$\overline{x}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3$，

$$\overline{y}=\frac{2+3+5+6+9}{5}=5$$

$$S_{XY}=\frac{1}{4}\left[(-2)\times(-3)+(-1)\times(-2)+0\times0+1\times1+2\times4\right]=\frac{17}{4}$$

$$S_X=\sqrt{\frac{1}{4}\left[(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2\right]}=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$S_Y=\sqrt{\frac{1}{4}\left[(-3)^2+(-2)^2+0^2+1^2+4^2\right]}=\frac{\sqrt{30}}{2}$$

$$(1)\,r=\frac{S_{XY}}{S_XS_Y}=\frac{\frac{17}{4}}{\frac{\sqrt{10}}{2}\times\frac{\sqrt{30}}{2}}=\frac{17}{\sqrt{300}}\text{，即 }k=300$$

$$(2)\,b=\frac{S_{XY}}{S_X^2}=\frac{\frac{17}{4}}{\frac{10}{4}}=\frac{17}{10}$$

12.有 n 筆資料 $(x_i\,,\,y_i)$，其算術平均數 $\overline{x}=3$，$\overline{y}=5$，標準差 $S_X=2$，$S_Y=4$。已知 y 對 x 的迴歸直線通過 $(2\,,6)$，則相關係數 r 爲__________。

【解答】：　-0.5

【解析】：$\because (3\,,5)$，$(2\,,6)$ 在迴歸直線上

$\therefore$由點斜式知 y 對 x 的迴歸直線爲 $y-5=\dfrac{5-6}{3-2}(x-3)$，即 $y=8-x$

又 $-1=r\times\dfrac{S_Y}{S_X}\Rightarrow -1=r\times\dfrac{4}{2}\Rightarrow r=-0.5$

13.設變數 x、y 的二維數據 $(x_1\,,\,y_1)\,,(x_2\,,\,y_2)\,,\cdots,(x_n\,,\,y_n)$ 的樣本相關係數爲 $\dfrac{-1}{3}$，另一組變數 X、Y 可以變數 x、y 表示爲 $X_i=2x_i-1$，$Y_i=-y_i+4$，則 X、Y 的樣本相關係數爲 $\dfrac{1}{c}$，則 $c=$_____。

【解答】：3

【解析】：$\because X_i=2x_i-1$，$Y_i=-y_i+4$ 且 $2\cdot(-1)<0$

故 $(X$、Y 的樣本相關係數$)=-\,(x$、y 的樣本相關係數$)$，$\dfrac{1}{c}=-(\dfrac{-1}{3})\Rightarrow c=3$

14.由某學校抽樣 10 位教師的年齡（ x ）與血壓（ y ）之資料，結果算出

$\sum_{i=1}^{10} x_i = 450$ ，$\sum_{i=1}^{10} y_i = 1300$ ，$\sum_{i=1}^{10} {x_i}^2 = 21250$ ，$\sum_{i=1}^{10} {y_i}^2 = 171250$ ，$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 59100$

(1)則血壓對年齡的迴歸式爲。(2)若該校一位老師年齡爲 50 歲，預測此教師的血壓爲

________。

【解答】：(1) $y = 103 + 0.6x$ (2)133

【解析】： y 對 x 之迴歸式爲 $y = \overline{Y} + r \cdot \dfrac{S_y}{S_x}(x - \overline{x})$ ，$\overline{X} = \dfrac{450}{10} = 45$ ，$\overline{Y} = \dfrac{1300}{10} = 130$

$\sum_{i=1}^{10}(x_i - \overline{x}) = \sum_{i=1}^{10} {x_i}^2 - 10(\overline{x})^2 = 21250 - 10 \cdot 45^2 = 1000$ $\sum_{i=1}^{10}(x_i - \overline{X})(y_i - \overline{Y}) = \sum_{i=1}^{10} x_i y_i - 10\overline{X}\,\overline{Y}$

$= 59100 - 10 \cdot 45 \cdot 130 = 600$

$b = \dfrac{600}{100} = 0.6$

(1)迴歸直線過 $(\overline{x}, \overline{y}) = (45, 130)$ ，$\therefore y = 103 + 0.6x$ 即爲所求

(2) $x = 50$ 時， $y = 103 + 0.6 \cdot 50 = 133$