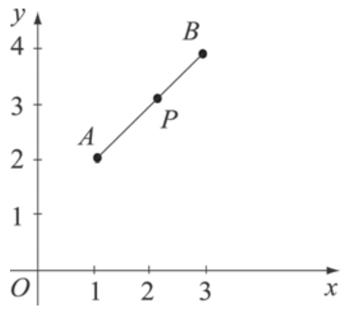
高雄市明誠中學 高三數學平時測驗 日期：98.09.18					
範圍	Book1 直線	班級	三年 班	姓名	
		座號			

一、單選題 (每題 5 分)

1、(A) 設 $P(x, y)$爲坐標平面上一點，且滿足

$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}$ ；那麼 P 點的位置在哪裡？

(A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限 (E)x 軸或 y 軸上



$\boxed{解析}$：令 $A(1, 2), B(3, 4), P(x, y)$, 則 $\overline{AP}=\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$

$\overline{BP}=\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}$; $\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}$

依題意 $\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AB}$

$\therefore$ P 必落在 $\overline{AB}$ 之間，因此，P 必在第一象限。

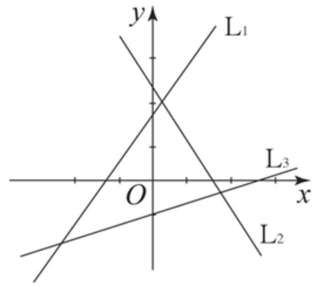
2、(A) 設 $ab>0,\ ac<0$ 則直線 $ax+by=c$ 不通過

(A)第一 (B)第二 (C)第三 (D)第四 象限

$\boxed{解析}$：

$ax+by=c$

x	$\frac{c}{a}$	0
y	0	$\frac{c}{b}$



$\because ab>0,\ ac<0\ \therefore \frac{c}{a}<0,\ \frac{c}{b}<0$ 不通過第一象限。

3、(D) 如圖三直線 $L_1: y=m_1x+b_1, L_2: y=m_2x+b_2, L_3: y=m_3x+b_3$，則下列各數值何者最大？ (A)$m_1$ (B)m_2 (C)m_3 (D)b_2 (E)b_3

$\boxed{解析}$：斜率 $2>m_1>m_2>0>m_3$ y 截距 $b_2>2>b_1>0>b_3\ \therefore b_2$ 最大

4、(D) 若 $a<0, b>0$，則下列何點必在第二象限？ (A) $(a, a-b)$ (B) $(ab, a+b)$

(C) $(a^2+b^2, a-b)$ (D) $(a-b, b-a)$ (E) (a^2-b^2, ab)

$\boxed{解析}$：(A)（╳）：$\because a<0, b>0$，$\therefore a-b<0$，$\therefore (a, a-b)\in$第三象限。

(B)（╳）：$\because a<0, b>0$，$\therefore ab<0$，$a+b$ 不確定，$\therefore (ab, a+b)$ 不確定。

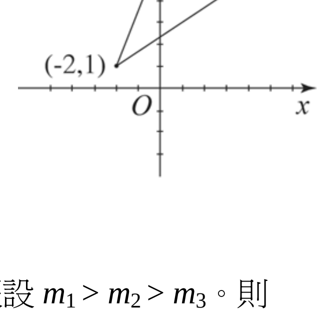
(C)（╳）：$(a^2+b^2, a-b)\in$第四象限。

(D)（○）：$\because a<0, b>0$，$\therefore a-b<0, b-a>0$，$\therefore (a-b, b-a)\in$第二象限。

(E)（╳）：$\because a<0, b>0$，$\therefore a^2-b^2$ 不確定，$\therefore (a^2-b^2, ab)$ 不確定。

5、(C) $\triangle ABC$ 中，$A(-2,1), B(4,5), C(0,6)$，則$\triangle ABC$ 的面積爲

(A)9 (B)10 (C)11 (D)12 (E)13



$\boxed{解析}$：$\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} -2 & 4 & 0 & -2 \\ 1 & 5 & 6 & 1 \end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}|-10-4+24-0+0+12|=11$

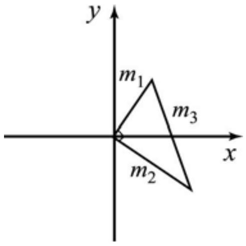
二、多重選擇題 (每題 10 分)

1、(CE) 平面上有一個直角三角形，其三邊的斜率爲實數 m_1, m_2, m_3，並假設 $m_1>m_2>m_3$。則

下列選項哪些必定爲真？

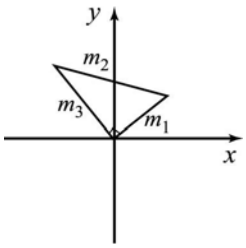
(A)$m_1m_2=-1$ (B)$m_1m_3=-1$ (C)$m_1>0$ (D)$m_2\le 0$ (E)$m_3<0$

$\boxed{\text{解析}}$：圖形爲圖一時, $m_1>0, m_2<0, m_3<0$ ， $m_1\cdot m_2=-1,$



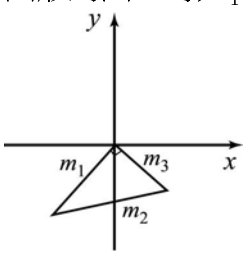
圖一

圖形爲圖二時, $m_1>0, m_2<0, m_3<0$ ， $m_1\cdot m_3=-1$



圖二

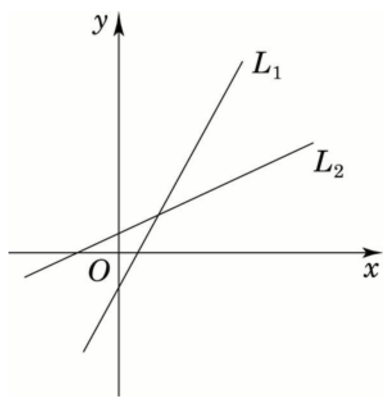
圖形爲圖三時, $m_1>0, m_2>0, m_3<0$ ， $m_1\cdot m_3=-1$



圖三

由以上討論可知, $m_1>0$且$m_3<0$,

2、(DE) 如圖，兩直線L_1, L_2之方程式分別爲L_1 ： $x+ay+b=0$ ， L_2 ： $x+cy+d=0$； 試問下列哪些選項是正確的？ (A) $a>0$ (B) $b>0$ (C) $c>0$ (D) $d>0$ (E) $a>c$



$\boxed{\text{解析}}$： L_1 ：$x+ay+b=0 \Rightarrow y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$ ，過$(-b,\ 0)$；

L_2 ：$x+cy+d=0 \Rightarrow y=-\frac{1}{c}x-\frac{d}{c}$ ，過$(-d,\ 0)$；

由圖形得知：

(A) L_1的斜率大於零，則$-\frac{1}{a}>0 \Rightarrow a<0$；

(B) L_1的x截距大於零，則$-b>0 \Rightarrow b<0$；

(C) L_2的斜率大於零，則$-\frac{1}{c}>0 \Rightarrow c<0$；

(D) L_2的x截距小於零，則$-d<0 \Rightarrow d>0$；

(E) L_1的斜率大於L_2的斜率，則$-\frac{1}{a}>-\frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{a}<\frac{1}{c}$

同乘ac（因爲$a<0$且$c<0$所以$ac>0$，即不等式不變號）$\Rightarrow a>c$ 。

三、填充題 (每題 10 分)

1、 設三直線 $L_1: 4x+3y=1, L_2: x-2y=3,\ L_3: y=ax+2$，

(1)若三直線交於一點時，$a=$______，(2)若三直線不能圍成三角形時，a 之值爲______。

答案：(1) -3　　(2) $-\frac{4}{3},\frac{1}{2},-3$

解析：(1) $\begin{cases}4x+3y=1\\ x-2y=3\end{cases}$ $x=1, y=-1$ 代入 $y=ax+2 \therefore a=-3$

(2)三直線不能圍成三角形時，包括三線相交於一點與其中至少有任二線平行，

①若 $L_1 // L_3$，則 $a=-\frac{4}{3}$

②若 $L_2 // L_3$，則 $a=\frac{1}{2}$

③又 L_1, L_2 不平行，故 $a=-\frac{4}{3}$ 或 $\frac{1}{2}$ 或 -3

2、 設直線 L 過點 $(3, 4)$ 且在第一象限與兩坐標軸所圍成之三角形面積爲 24，求 L 之方程式爲________________。

答案：$8x+6y-48=0$

解析：$L:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1, a>0, b>0$ 三角形面積 $=\frac{1}{2}ab=24 \Rightarrow ab=48\cdots\cdots$ ①

又 L 過點 $(3, 4)$，$\therefore \frac{3}{a}+\frac{4}{b}=1 \Rightarrow 4a+3b=ab\cdots\cdots$ ②

①代入②, $4a+3b=48 \Rightarrow b=\frac{48-4a}{3}\cdots\cdots$ ③

③代入①, $a(48-4a)=48\times 3$

$a^2-12a+36=0 \Rightarrow (a-6)^2=0$，$\therefore a=6 \Rightarrow b=8 \Rightarrow L:\frac{x}{6}+\frac{y}{8}=1$，故得 $8x+6y-48=0$。

3、 在坐標平面上，一光線通過點 $A(1, 3)$，經 x 軸反射後會通過點 $B(6, 2)$，試問

(1)反射後之光線其方程式爲________。(2)此光線在 x 軸上之反射點坐標爲__________。

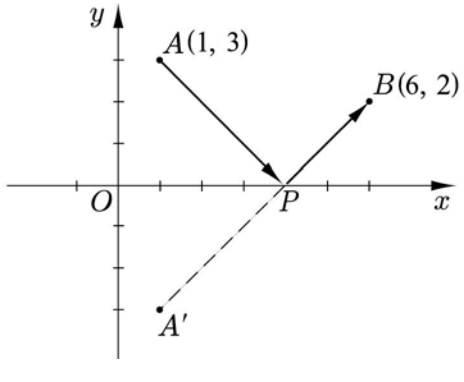
答案：(1) $x-y-4=0$　　(2)$(4, 0)$

解析：(1)A 關於 x 軸之對稱點 A' 坐標爲$(1, -3)$，

$m_{\overline{A'B}}=\frac{2-(-3)}{6-1}=\frac{5}{5}=1$，$y+3=1\cdot(x-1) \Rightarrow x-y-4=0$

(2)設此光線在 x 軸上之反射點爲 P，$\because x-y-4=0$

$\therefore$令 $y=0 \Rightarrow x=4$，$\therefore P(4, 0)$。



4、 設$P(2,-4), L: 2x-3y+5=0$，則

(1)過 P 且平行 L 之直線方程式爲______，(2)過 P，且垂直 L 之直線方程式爲______。

答案：(1) $y=\frac{2}{3}x-\frac{16}{3}$　　(2) $y=-\frac{3}{2}x-1$

解析：$m_L=\frac{2}{3}$

(1)$y+4=\frac{2}{3}(x-2) \therefore y=\frac{2}{3}x-\frac{16}{3}$，　　(2)$y+4=-\frac{3}{2}(x-2) \therefore y=-\frac{3}{2}x-1$

5、 $\triangle ABC$ 中，$A(1,2), B(3,-2), C(a,a)$，若$\triangle ABC$ 爲直角△，

(1)若$\angle A$ 爲直角時，$a=$______，(2)若$\angle C$ 爲直角時，$a=$______。

答案：(1) 3　　(2) $\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

解析：(1) $m_{AB}\cdot m_{AC}=-1$，$\frac{-2-2}{3-1}\cdot\frac{(a-2)}{(a-1)}=-1, \therefore a=3$

(2) $m_{BC}\cdot m_{AC}=-1$，$\frac{(a+2)}{(a-3)}\cdot\frac{(a-2)}{(a-1)}=-1, \therefore 2a^2-4a-1=0$，$\therefore a=\frac{4\pm\sqrt{16+8}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

6、 兩條直線L_1: $(11-3m)x+(m-1)y=1, L_2$: $(2m-1)x+5y=9$

(1)若$L_1 // L_2$則$m=$______，(2)若$L_1 \perp L_2$則$m=$______。

答案：(1) $3,-9$　　(2) $\frac{15\pm\sqrt{129}}{6}$

解析：(1) $\frac{11-3m}{2m-1}=\frac{m-1}{5} \therefore m^2+6m-27=0$，$(m+9)(m-3)=0, m=3$或$-9$

(2) $\because L_1 \perp L_2 \therefore (11-3m)(2m-1)+5(m-1)=0$，$3m^2-15m+8=0, m=\frac{15\pm\sqrt{129}}{6}$

7、 $A(-1,3), B(4,7)$，若$\overline{AP}:\overline{BP}=2:3$，則 P 的坐標爲______或______。

答案：$(1,\frac{23}{5}), (-11,-5)$

解析：P爲 內分點 $(\frac{3\times(-1)+2\times4}{3+2}, \frac{3\times3+2\times7}{3+2})=(1,\frac{23}{5})$

或 P 爲 外分點 $(\frac{3\times(-1)+(-2)\times4}{3-2}, \frac{3\times3+(-2)\times7}{3-2})=(-11,-5)$

8、 設一直線經過$(2,-3)$且在兩軸上之截距乘積爲 3，則其直線方程式爲______。(答案有二個)

答案：$x+\frac{y}{3}=1,\ -\frac{x}{2}-\frac{2y}{3}=1$

解析：設L : $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1,\ \frac{2}{a}+\frac{-3}{b}=1$，又$ab=3$，$\begin{cases}\frac{2}{a}+\frac{-3}{b}=1\\ ab=3\end{cases}$ 得 $(a,b)=(1,3)$ 或 $(-2,-\frac{3}{2})$

$\therefore L$ 爲$\frac{x}{1}+\frac{y}{3}=1$或$\frac{x}{-2}+\frac{-2y}{3}=1$

9、設△ABC 的三頂點爲 $A(2,1),B(-1,-3),C(2,-2)$，而 $\angle A$ 的平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，則 D 點的坐標爲 ______。

$\boxed{\text{答案}}$：$(\frac{7}{8},-\frac{19}{8})$

$\boxed{\text{解析}}$：內分比 $\overline{AB}=5,\overline{AC}=3$ $\therefore$ $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=5:3$，

$$(\frac{3\times(-1)+5\times 2}{3+5},\frac{3\times(-3)+5\times(-2)}{3+5})=(\frac{7}{8},\frac{-19}{8})$$

10、求過 $L_1:3x-y+1=0,L_2:x+y+3=0$ 之交點，又過 $(1,1)$ 之直線方程式爲______。

$\boxed{\text{答案}}$：$3x-2y-1=0$

$\boxed{\text{解析}}$：依直線系設直線爲 $(3x-y+1)+k(x+y+3)=0$

$(1,1)$代入得 $k=-\frac{3}{5}$ $\therefore$直線方程式爲 $3x-2y-1=0$

11、若 $A(2,\ 11),B(5,\ 2),C(a,\ -1)$ 若 A,B,C 三點共線則 $a=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：6

$\boxed{\text{解析}}$：三點共線 $\therefore m_{AB}=m_{BC}$ $\therefore\frac{9}{-3}=\frac{-3}{a-5}$ $\therefore a=6$

12、一直線平行 $4x+3y=6$ 且與兩坐標軸截出之線段長爲 10，則此直線方程式爲______。

$\boxed{\text{答案}}$：$4x+3y=\pm 24$

$\boxed{\text{解析}}$：L ： $4x+3y=k$ 與 $4x+3y=6$ 平行，與兩坐標軸交於 $(\frac{k}{4},0),(0,\frac{k}{3})$

$\sqrt{(\frac{k}{4})^2+(\frac{k}{3})^2}=10$ $\therefore\frac{5}{12}|k|=10$ $\therefore k=\pm 24$，$L:4x+3y=\pm 24$

13、小明玩戰爭網路遊戲，在螢幕上有一坐標平面，飛機 P 以等速直線前進，在坐標 $(-12,4)$ 的位置被發現，經過1秒後到達坐標 $(-10,4)$，再經1秒後，小明從原點選一方向發射一飛彈 R，假設 R 也以直線前進且速率跟 P 相同，而且 R 剛好擊中 P。試求 R 擊中 P 時的坐標 (a,b) 爲 ______。

$\boxed{\text{答案}}$：$(-3,4)$

$\boxed{\text{解析}}$：由已知每秒(+2)單位，設 t 秒後，R 擊中 P，則此時 P 點的坐標爲 $(-8+2t,4)$

因爲 R 與 P 之速率相同，故 $2t=\sqrt{(-8+2t)^2+4^2}\Rightarrow t=\frac{5}{2}$, 即 $P=(-3,4)$

14、不論 k 爲任意實數，直線 $(3k+7)x+(7k+3)y=12k+8$ 恆是一定點，則此定點爲__________。

$\boxed{\text{答案}}$：$(\frac{1}{2},\frac{3}{2})$

$\boxed{\text{解析}}$：$(3k+7)x+(7k+3)y=12k+8$

$$\therefore k(3x+7y-12)+(7x+3y-8)=0\Rightarrow\begin{cases}3x+7y-12=0\\7x+3y-8=0\end{cases}\quad\therefore x=\frac{1}{2},y=\frac{3}{2}$$

15、在△ABC中，$A(-1,-2),B(4,7),C(6,1)$，M 爲 $\overline{BC}$ 之中點且 $\overline{AH}$ ⊥直線 BC 於 H，則

(1)中線 $\overline{AM}$ 的方程式爲________________，

(2)高 $\overline{AH}$ 的方程式爲________________。

答案：(1) $y = x - 1$　　(2) $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

解析：M 爲 $\overline{BC}$ 中點　∴$M(5,4)$中線 $\overline{AM}$ 爲 $\frac{y+2}{x+1} = \frac{-2-4}{-1-5} \Rightarrow \therefore y = x-1$

$m_{BC} = \frac{6}{-2} = -3$　∴高 $\overline{AH}$ 的方程式爲 $\frac{y+2}{x+1} = \frac{1}{3}$　$\therefore y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

16、若三直線 $L_1: 2x+3y=6$，$L_2: 3x-y+13=0$，$L_3: kx-y+10=0$ 不能圍成一個三角形，求 $k=$__________。

答案：2 或 3 或 $-\frac{2}{3}$

解析：L_1,L_2,L_3 不能圍成三角形，即 $L_1 // L_3$ 或 $L_2 // L_3$ 或三直線交於一點，$m_{L_1} = \frac{-2}{3}, m_{L_2} = 3, m_{L_3} = k$

(1)若 $L_1 // L_3$ 時，$k = -\frac{2}{3}$

(2)若 $L_2 // L_3$ 時，$k = 3$

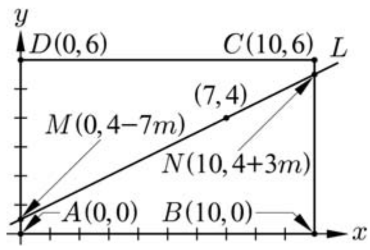
(3)若三直線交於一點時，$\begin{cases} 2x+3y=6 \\ 3x-y=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=4 \end{cases}$，$\therefore -3k-4+10=0, \therefore k=2$

故 $k=2$ 或 3 或 $-\frac{2}{3}$。

17、設 $A(0,0), B(10,0), C(10,6), D(0,6)$ 爲坐標平面上的四個點。如果直線 $y=m(x-7)+4$ 將四邊形 $ABCD$ 分成面積相等的兩塊，那麼 $m=$______。

答案：$\frac{1}{2}$

解析：



① $L: y=m(x-7)+4 \Rightarrow y-4=m(x-7)$，

L 表過點(7, 4)，斜率爲 m 之直線

② L 與 $x=0$ (y 軸)之交點 M 坐標爲 $(0, 4-7m)$

L 與 $x=10$ 之交點 N 坐標爲 $(10, 4+3m)$

$\because L$ 平分矩形 $ABCD$ 之面積，$\therefore \overline{AM} = \overline{NC} \Rightarrow 4-7m = 6-(4+3m) \Rightarrow 2 = 4m$，故 $m = \frac{1}{2}$