

總 分
測驗時間：20分鐘

數學 4 分段測驗卷

第 5 回

命題範圍：2-1 集合的基本概念

(程度 / 中)

請 尊重著作權
勿擅自翻印

____年____班____號

姓名_____

一、單選題 (4 題 每題 10 分 共 40 分)

- () 1. 下列何者為真?
 (1)若二集合 $A = \{x | x+1=1\}$, $B = \{x | x+1=x\}$, 則 $A=B$
 (2)若二集合 $A = \{6n+1 | n \text{ 為整數}\}$, $B = \{3n+1 | n \text{ 為整數}\}$, 則 $A \subset B$
 (3)若二集合 A 、 B 滿足 $A-B = \emptyset$, 則 $A=B$
 (4)若三集合 A 、 B 、 C 滿足 $A \subset (B \cup C)$, 則 $A \subset B$ 或 $A \subset C$.
- () 2. A 、 B 皆為有限集合, $n(A)=m$, $n(B)=n$, 若 $n(A \cup B)$ 的最大值為 p , 最小值為 q , $n(A \cap B)$ 的最大值為 r , 最小值為 s , 則 $p+q+r+s =$
 (1) $m+n$ (2) m^2+n^2 (3) mn (4) m^2n^2 (5) $2(m+n)$.
- () 3. $A = \{x | 100 \leq x \leq 300, x \text{ 為整數}, (x, 3) = (x, 7) = (x, 5) = 1\}$, 則 $n(A) =$
 (1)84 (2)92 (3)105 (4)120 (5)以上皆非 .
- () 4. 設 $A = \{(x, y) | x-2y=1\}$, $B = \{(a, b) | a+b=2\}$, $C = \{(m, n) | 5m-pn=2\}$,
 $D = \{(u, v) | u-qv=5\}$, 若 $A \cap B = C \cap D$, 則實數 $p+q$ 值 (1)1 (2)3 (3)5 (4)7 (5)9 .

二、多選題 (2 題 每題 20 分 共 40 分)

- () 1. 某次考試, 班上 50 人中, 數學不及格者為 30 人, 英文不及格者 23 人, 而二科均及格者 12 人, 設二科均不及格之人數 x , 數學及格且英文不及格之人數 y , 則
 (1) $x=15$ (2) $y=8$ (3) $x > y$ (4) $x=12$ (5) $y < 10$.
- () 2. 設 $A = \{x | x^2 - ax + b > 0\}$, $B = \{x | x^2 + bx - 4 \leq 0\}$, 若 $A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$, 則實數 a 、 b 為何?
 (1) $a=2$ (2) $a=-2$ (3) $a+b=0$ (4) $a-b=5$ (5) $b=3$.

三、填充題 (1 格 每格 20 分 共 20 分)

1. $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且 A 有 4 個元素, 則這種集合 A 有_____個 .

答案

一、單選題 (4 題 每題 10 分 共 40 分)

1. 2 2. 5 3. 5 4. 5

二、多選題 (2 題 每題 20 分 共 40 分)

1. 1235 2. 14

三、填充題 (1 格 每格 20 分 共 20 分)

1. 3

解析

一、單選題 (4 題 每題 10 分 共 40 分)

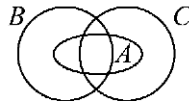
1.

(1) \times : $A = \{0\}$, $B = \emptyset$, $A \neq B$.

(2) \circ : $A = \{3(2n)+1 | n \text{ 爲整數}\} \subset B$.

(3) \times : $A - B = \emptyset$, $A \subset B$.

(4) \times : 如圖.



故選(2).

2. 由題意知, $s = 0$, $p = m + n$, $q = m + n - r$,

$\therefore p + q + r + s = (m + n) + (m + n - r) + r = 2(m + n)$, 故選(5).

3. 此題表求 100 至 300 減去 3 的倍數、減去 5 的倍數、減去 7 的倍數之元素個數,

\therefore 所求爲:

$$\text{全部} = 300 - 100 + 1 = 201$$

$$A_3 = \{102, 105, 108, \dots, 297, 300\} \Rightarrow n(A_3) = \frac{300 - 102}{3} + 1 = 67$$

$$A_5 = \{100, 105, 110, \dots, 295, 300\} \Rightarrow n(A_5) = \frac{300 - 100}{5} + 1 = 41$$

$$A_7 = \{105, 108, \dots, 294\} \Rightarrow n(A_7) = \frac{294 - 105}{7} + 1 = 28$$

$$A_3 \cap A_5 = A_{15} = \{105, 120, 135, \dots, 285, 300\} \Rightarrow n(A_3 \cap A_5) = \frac{300 - 105}{15} + 1 = 14$$

$$A_5 \cap A_7 = A_{35} = \{105, 140, 135, \dots, 265, 280\} \Rightarrow n(A_5 \cap A_7) = \frac{280 - 105}{35} + 1 = 6$$

$$A_7 \cap A_3 = A_{21} = \{105, 126, 147, \dots, 273, 294\} \Rightarrow n(A_7 \cap A_3) = \frac{294 - 105}{21} + 1 = 10$$

$$A_3 \cap A_5 \cap A_7 = A_{105} = \{105, 210\} \Rightarrow n(A_3 \cap A_5 \cap A_7) = 2$$

$$\text{全部} - [n(A_3 \cup A_5 \cup A_7)]$$

$$\begin{aligned}
&= 201 - n(A_3 \cup A_5 \cup A_7) \\
&= 201 - [n(A_3) + n(A_5) + n(A_7) - n(A_3 \cap A_5) - n(A_5 \cap A_7) - n(A_3 \cap A_7) + n(A_3 \cap A_5 \cap A_7)] \\
&= 201 - (67 + 41 + 28 - 14 - 6 - 10 + 2) = 201 - 108 = 93, \text{ 故選(5)}.
\end{aligned}$$

4. $\because A = \{(x, y) | x - 2y = 1\}, B = \{(a, b) | a + b = 2\} = \{(x, y) | x + y = 2\},$

$$A \cap B \Rightarrow \text{解} \begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$\therefore C = \{(m, n) | 5m - pn = 2\} = \{(x, y) | 5x - py = 2\}, D = \{(u, v) | u - qv = 5\} = \{(x, y) | x - qy = 5\},$

$$A \cap B = C \cap D \Rightarrow x = \frac{5}{3}, y = \frac{1}{3} \text{ 滿足方程組 } \begin{cases} 5x - py = 2 \\ x - qy = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \times \frac{5}{3} - p \times \frac{1}{3} = 2 \\ \frac{5}{3} - q \times \frac{1}{3} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 19 \\ q = -10 \end{cases} \text{ 爲所求,}$$

$\therefore p + q = 19 + (-10) = 9, \text{ 故選(5)}.$

二、多選題 (2 題 每題 20 分 共 40 分)

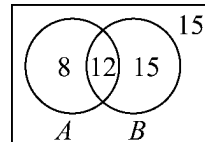
1. ①設 A 、 B 各表數學及格、英文及格者之集合,

$$\therefore n(A) = 20, n(B) = 27, n(A \cap B) = 12,$$

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 27 - 12 = 35,$$

故所求二科均不及格之人數爲

$$x = n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = 50 - n(A \cup B) = 50 - 35 = 15.$$



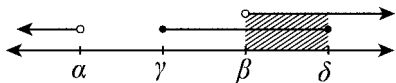
②由①知所求之人數爲

$$y = n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 20 - 12 = 8.$$

由①②可知, $x > y$, 故選(1)(2)(3)(5).

2. ①設 $x^2 - ax + b = 0$ 之二根爲 α 、 β 且 $\alpha < \beta$, $\therefore A = \{x | x < \alpha \text{ 或 } x > \beta\},$

②設 $x^2 + bx - 4 = 0$ 之二根爲 γ 、 δ 且 $\gamma < \delta$, $\therefore B = \{x | \gamma \leq x \leq \delta\},$



由圖可知, $3 < x \leq 4$ 與 $\beta < x \leq \delta$ 同義, $\therefore \beta = 3, \delta = 4,$

$\beta = 3, \delta = 4$ 代入①②得 $9 - 3a + b = 0$ 且 $16 + 4b - 4 = 0 \Rightarrow a = 2, b = -3, \text{ 故選(1)(4)}.$

三、填充題 (1 格 每格 20 分 共 20 分)

1. $\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\},$ 共 3 個.