總　　分
測驗時間：20分鐘

數學 4 分段測驗卷

第 3 回

命題範圍：1-4 雙曲線

（程度／中）

請 尊重著作權 勿擅自翻印

____年____班____號

姓名______________

一、單選題　(2 題 每題 5 分 共 10 分)

(　　　) 1. 坐標平面上有一雙曲線，已知其兩焦點為 $(-10,-2)$ 與 $(10,-2)$，一漸近線的斜率為 $-\frac{3}{4}$，問此雙曲線的貫軸長度為何？　(1)3　(2)4　(3)6　(4)8　(5)16．

(　　　) 2. 下列何者正確？

(1)方程式 $\sqrt{(x-5)^2+y^2}-\sqrt{(x+5)^2+y^2}=6$ 的圖形為雙曲線

(2)方程式 $\left|\sqrt{(x-5)^2+y^2}+\sqrt{(x+5)^2+y^2}\right|=10$ 的圖形為兩條射線

(3)方程式 $\left|\sqrt{(x-5)^2+y^2}-\sqrt{(x+5)^2+y^2}\right|=12$ 的圖形為雙曲線

(4)方程式 $\left|\sqrt{(x-5)^2+y^2}-\sqrt{(x+5)^2+y^2}\right|=8$ 的圖形為雙曲線

(5)方程式 $\left|\sqrt{(x-5)^2+y^2}+\sqrt{(x+5)^2+y^2}\right|=14$ 的圖形為無圖形．

二、多選題　(2 題 每題 10 分 共 20 分)

(　　　) 1. 設雙曲線方程式 $\left|\sqrt{(x-4)^2+(y+1)^2}-\sqrt{(x+6)^2+(y+1)^2}\right|=8$，下列哪些正確？

(1)兩焦 點為 $(4,-1)$ 和 $(-6,-1)$　(2)中心為 $(-1,-1)$　(3)兩頂點為 $(3,-1)$ 和 $(-5,-1)$

(4)正焦弦長為 $\frac{9}{2}$　(5)兩漸近線的斜率為 $\frac{3}{4}$ 和 $-\frac{3}{4}$．

(　　　) 2. 下列各方程式中，哪些圖形的焦點相同？　(1) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{2}=1$　(2) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{9}=1$

(3) $3x^2-8y^2=24$　(4) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　(5) $\frac{x^2}{14}+\frac{y^2}{3}=1$．

三、填充題　(7 格 每格 10 分 共 70 分)

1. 試求中心在原點，貫軸在 y 軸上且通過點 $(2,3)$ 和 $\left(4,-3\sqrt{2}\right)$ 的雙曲線標準式為____________．

2. 已知雙曲線方程式為 $4x^2-y^2+8x+4y+4=0$，則
(1)頂點坐標為____________．(2)焦點坐標為____________．(3)正焦弦長為____________．
(4)漸近線方程式為____________．(5)共軛軸方程式為____________．

3. 等軸雙曲線 Γ 有一條漸近線為 $x-y=0$，中心坐標為 $(1,1)$ 且 Γ 通過點 $(3,0)$，則雙曲線 Γ 的方程式為____________．

答　案

一、單選題　(2 題 每題 5 分 共 10 分)

1. 5　2. 4

二、多選題　(3 題 每題 10 分 共 30 分)

1. 12345　2. 1235

三、填充題　(7 格 每格 10 分 共 70 分)

1. $\dfrac{y^2}{6}-\dfrac{x^2}{8}=1$　2. (1) $(-1,4)$與$(-1,0)$;(2) $\left(-1,2\pm\sqrt{5}\right)$;(3)1;(4) $2x-y=-4$與$2x+y=0$;(5) $y=2$

3. $\dfrac{(x-1)^2}{3}-\dfrac{(y-1)^2}{3}=1$

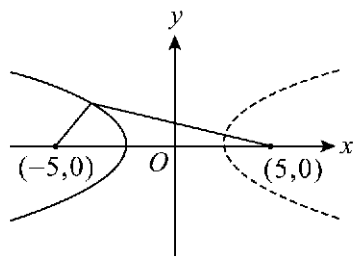
解　析

一、單選題　(2 題 每題 5 分 共 10 分)

1. 由題意知，雙曲線爲左右型，中心$(0,-2)$，$c=10$，且可設$a=4k$，$b=3k$

$\Rightarrow (4k)^2+(3k)^2=10^2 \Rightarrow k=2 \Rightarrow a=8$，$\therefore 2a=2\times 8=16$，故選(5)．

2. (1)╳：以$(5,0)$、$(-5,0)$爲焦點的雙曲線的左半支，如圖．



(2)╳：$2c=10$，$2a=10 \Rightarrow 2a=2c$，$\therefore$爲線段．

(3)╳：$2c=10$，$2a=12 \Rightarrow 2a>2c$，$\therefore$無圖形，

$\because$△兩邊差<第三邊．

(4)○：$2c=10$，$2a=8 \Rightarrow 2a<2c$．

(5)╳：原式$\Rightarrow \sqrt{(x-5)^2+y^2}+\sqrt{(x+5)^2+y^2}=14$，

$2c=10$，$2a=14 \Rightarrow 2a>2c$，$\therefore$爲橢圓．

故選(4)．

二、多選題　(3 題 每題 10 分 共 30 分)

1. $\because$滿足$\left|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}\right|=2a<2c$，

(1)○：兩焦點$F_1(4,-1)$，$F_2(-6,-1)$．

(2)○：$\overline{F_1F_2}$的中點$(-1,-1)$即爲中心．

(3)○：$2a=8 \Rightarrow a=4$，雙曲線爲左右型，兩頂點爲$(-1\pm 4,-1) \Rightarrow (3,-1)$和$(-5,-1)$．

(4)○：$2c=\overline{F_1F_2}=10 \Rightarrow c=5$，

又$a=4$，$\because c^2=a^2+b^2 \Rightarrow b=3$，$\therefore$正焦弦長爲$\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\times 3^2}{4}=\dfrac{9}{2}$．

(5)○：$m=\pm\dfrac{b}{a}=\pm\dfrac{3}{4}$．

故選(1)(2)(3)(4)(5)．

2. (1)中心$(0,0)$，雙曲線$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{9+2}=\sqrt{11}$，左右型，∴焦點$\left(\pm\sqrt{11},0\right)$．

(2)中心$(0,0)$，雙曲線$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2+9}=\sqrt{11}$，左右型，∴焦點$\left(\pm\sqrt{11},0\right)$．

(3)$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{3}=1$，雙曲線$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{8+3}=\sqrt{11}\Rightarrow$焦點$\left(\pm\sqrt{11},0\right)$．

(4) 左右型橢圓且中心$(0,0)$，$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{4-3}=1\Rightarrow$焦點$(\pm1,0)$．

(5) 左右型橢圓且中心$(0,0)$，$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{14-3}=\sqrt{11}\Rightarrow$焦點$\left(\pm\sqrt{11},0\right)$．

故選(1)(2)(3)(5)．

三、填充題 (7 格 每格 10 分 共 70 分)

1. ∵貫軸在y軸，∴上下型$\Rightarrow -\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$，

∵過$(2,3)$、$\left(4,-3\sqrt{2}\right)$，∴$\begin{cases}-\frac{4}{b^2}+\frac{9}{a^2}=1\\-\frac{16}{b^2}+\frac{18}{a^2}=1\end{cases}\Rightarrow b^2=8$，$a^2=6$， 所求方程式為$\frac{y^2}{6}-\frac{x^2}{8}=1$．

2. 配方$4(x+1)^2-(y-2)^2=-4\Rightarrow -\frac{(x+1)^2}{1}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$，

∴中心$(-1,2)$，$a=2$，$b=1$，上下型，

(1)頂點$(-1,2\pm2)\Rightarrow(-1,4)$與$(-1,0)$．

(2) $c=\sqrt{5}$，∴焦點$\left(-1,2\pm\sqrt{5}\right)$．

(3) $\frac{2b^2}{a}=\frac{2\times1}{2}=1$．

(4) $m_{漸}=\pm\frac{a}{b}=\pm2$，∴漸近線： $y-2=\pm2(x+1)\Rightarrow 2x-y=-4$與$2x+y=0$．

(5) $y=2$．

3. 等軸雙曲線$a=b$且漸近線互相垂直相交於中心

設另一漸近線為$x+y+k=0$，$(1,1)$代入得$k=-2$，∴$x+y-2=0$，

設所求雙曲線為$(x-y)(x+y-2)=t$，$(3,0)$代入得$t=3$，

方程式為$(x-y)(x+y-2)=3\Rightarrow x^2-2x-y^2+2y=3$

$\Rightarrow(x-1)^2-(y-1)^2=3+1-1=3\Rightarrow\frac{(x-1)^2}{3}-\frac{(y-1)^2}{3}=1$．