總　　分
測驗時間：20分鐘

數學 4 分段測驗卷

第 2 回

命題範圍：1-3 橢 圓

（程度／中）

請 尊重著作權 勿擅自翻印

____年____班____號

姓名______________

一、填充題　(1~4 題 每格 9 分；5~7 題 每格 7 分 共 100 分)

1. 已知橢圓方程式$\frac{(x+2)^2}{9}+\frac{(y-3)^2}{16}=1$，則

   (1)焦點為____________．

   (2)長軸長為____________．

   (3)短軸方程式為____________．

   (4)正焦弦長為____________．

   (5)中心為____________．

2. 方程式$\frac{x^2}{9-k}+\frac{y^2}{k-3}=1$的圖形，表示橢圓其長軸在$x$軸上，則$k$的範圍為____________．

3. 有一橢圓其一焦點為$(-2,1)$，短軸的一端點為$(1,4)$，長軸平行y軸，則此橢圓的方程式為____________．

4. 設$A(1,0)$，$B(-1,0)$為平面兩定點，$P(x,y)$為動點，若$\triangle PAB$的周長為 8 且$\triangle PAB$的面積為 2，則$x^2+y^2=$____________．

5. 求方程式過點$(4,1)$且與$\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{4}=1$共焦點的橢圓方程式為____________．

6. 設橢圓$\Gamma:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$，則

   (1)若橢圓的內接矩形之一邊為正焦弦，此內接矩形面積為____________．

   (2)若橢圓的內接矩形之長邊平行長軸，且長與寬的比例為 3:1，此內接矩形的面積為____________．

7. 點A在y軸上移動，點B在x軸上移動，$\overline{AB}$長度為 10，P在$\overline{AB}$上且$\overline{AP}:\overline{PB}=2:3$，則$P$點的軌跡方程式為____________．

答　案

一、填充題　(1~4 題 每格 9 分；5~7 題 每格 7 分 共 100 分)

1. (1)$\left(-2,3\pm\sqrt{7}\right)$;(2)8;(3) $y=3$;(4)$\dfrac{9}{2}$;(5)$\left(-2,3\right)$　2. $3<k<6$　3. $\dfrac{\left(x+2\right)^2}{9}+\dfrac{\left(y-4\right)^2}{18}=1$　4. $\dfrac{17}{2}$

5. $\dfrac{\left(x-1\right)^2}{15}+\dfrac{\left(y+1\right)^2}{10}=1$　6. (1)$\dfrac{16\sqrt{5}}{3}$;(2)$\dfrac{48}{5}$　7. $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{36}=1$

解　析

一、填充題　(1~4 題 每格 9 分；5~7 題 每格 7 分 共 100 分)

1. (1)中心$\left(-2,3\right)$， $a=4$， $b=3$，上下型$\Rightarrow c=\sqrt{7}$，∴焦點$\left(-2,3\pm\sqrt{7}\right)$．

(2) $2a=8$ ．

(3) $y=3$ ．

(4) $\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2\times 9}{4}=\dfrac{9}{2}$ ．

(5)中心$\left(-2,3\right)$ ．

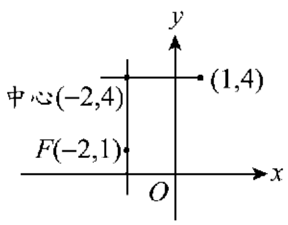
2. 左右型： $\begin{cases}9-k>0\\k-3>0\\9-k>k-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k<9\\k>3\\k<6\end{cases}$ ∴ $3<k<6$ ．

3.

中心$\left(-2,4\right)$，

$b=3$， $c=3\Rightarrow a^2=18$，

上下型，故方程式為$\dfrac{\left(x+2\right)^2}{9}+\dfrac{\left(y-4\right)^2}{18}=1$ ．

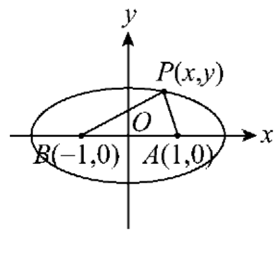


4.

△PAB 的周長為$2+\overline{PA}+\overline{PB}=8\Rightarrow\overline{PA}+\overline{PB}=6$，

∴ $a=\dfrac{6}{2}=3$， $c=\dfrac{\overline{AB}}{2}=1$， $b=\sqrt{8}$，

∴橢圓方程式為$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$ ．



∵△PAB 的面積為 2，∴$\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\left|y\right|=2\Rightarrow\dfrac{1}{2}\times 2\times\left|y\right|=2$，∴ $y=\pm 2$

代回$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1\Rightarrow\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{4}{8}=1$，∴ $x^2=\dfrac{9}{2}$，

故$x^2+y^2=\dfrac{9}{2}+4=\dfrac{17}{2}$ ．

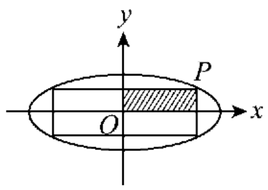
5. 設所求爲 $\frac{(x-1)^2}{9+k}+\frac{(y+1)^2}{4+k}=1$，

點 $(4,1)$ 代入 $\Rightarrow \frac{9}{9+k}+\frac{4}{4+k}=1 \Rightarrow 36+9k+36+4k=36+13k+k^2 \Rightarrow k^2=36$，$\therefore k=\pm 6$，

又 $9+k>0$，$4+k>0$，$\therefore$取 $k=6$，

故所求爲 $\frac{(x-1)^2}{15}+\frac{(y+1)^2}{10}=1$．

6.

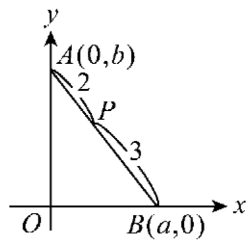


(1)矩形面積爲 $\overline{F_1F_2}\times$正焦弦長 $=2c\times\frac{2b^2}{a}=2\sqrt{5}\times\frac{8}{3}=\frac{16\sqrt{5}}{3}$．

(2)設 $P(3k,k)$ 代入 $\Gamma \Rightarrow \frac{9k^2}{9}+\frac{k^2}{4}=1 \Rightarrow k^2=\frac{4}{5}$，

$\therefore$矩形面積爲 $4(3k\times k)=12k^2=\frac{48}{5}$．

7.



設 $A(0,b)$，$B(a,0)$，

$$P:\begin{cases} x=\frac{3\times 0+2\times a}{5}=\frac{2}{5}a \\ y=\frac{3\times b+2\times 0}{5}=\frac{3}{5}b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{5}{2}x \\ b=\frac{5}{3}y \end{cases}$$

又 $\overline{AB}=10 \Rightarrow \overline{AB}^2=100 \Rightarrow a^2+b^2=100$

$\Rightarrow \left(\frac{5}{2}x\right)^2+\left(\frac{5}{3}y\right)^2=100 \Rightarrow \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=4$，

$\therefore \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$ 爲所求．