

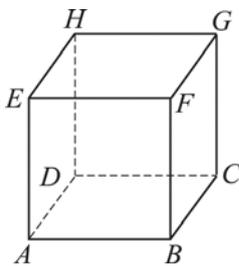
高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：99.043.27	
範圍	2-2 加法、乘法原理	班級		姓名		
		座號				

1. 求 420 的正因數個數。

解答 24

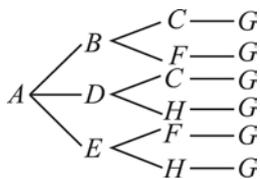
解析 將 420 作質因數分解，得 $420 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$ 。因為 420 的正因數必為 $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 形式，其中 $a \in \{0, 1, 2\}$ ， $b \in \{0, 1\}$ ， $c \in \{0, 1\}$ ， $d \in \{0, 1\}$ ，所以 a 有 3 種選擇， b 有 2 種選擇， c 有 2 種選擇， d 有 2 種選擇。利用乘法原理，得 420 的正因數個數有 $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$ 個。

2. 如圖，一隻螞蟻從 A 點出發，沿著正立方體 $ABCD - EFGH$ 的稜線走捷徑到達 G 點。共有幾種路徑？



解答)6

解析



由上述樹狀圖可以知道：從 A 點出發到達 G 點的走法共有 6 種。

3. 餐廳有主菜、湯及飲料等三樣餐點。其中主菜有牛排、豬排、雞排、羊排四種；湯則有海鮮湯與蔬菜湯二種；飲料則提供咖啡或紅茶。每位客人只能從主菜、湯及飲料種類中各任選一種，試問有多少種不同的點餐方式？

解答 16

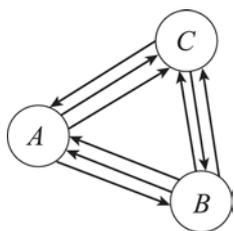
解析 選一種主菜有 4 種選法，選一種湯有 2 種選法，選一種飲料有 2 種選法，利用乘法原理，得點餐方式共有 $4 \times 2 \times 2 = 16$ 種。

4. 書架上有三種不同的中文書、五種不同的英文書和六種不同的法文書。小英想從書架上選中文、英文和法文書各一本，共有多少種選法？

解答 90

解析 將選書方式分成 3 個步驟，其中第 1 步驟選中文書有 $m_1 = 3$ 種選擇，第 2 步驟選英文書有 $m_2 = 5$ 種選擇，第 3 步驟選法文書有 $m_3 = 6$ 種選擇，用乘法原理，選書方式共有 $m_1 \times m_2 \times m_3 = 3 \times 5 \times 6 = 90$ 種。

5. 兒童樂園有 A , B , C 三區, 各區之間有紅、藍、綠三種顏色的單向電聯車供遊客搭乘, 如下圖所示. 某旅客想從 A 區前往 B 區及 C 區遊玩後再返回 A 區, 若該旅客手中只有三張單程車票, 試問共有多少種不同的乘車方式?



解答 6

解析 兒童樂園由 A 區經 B , C 兩區再返回 A 區的路線:

共有(1) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$, (2) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$,
兩種路線, 以下分別討論計算.

(1) 路線一: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$

因為 $A \rightarrow B$ 有一種方法, $B \rightarrow C$ 有二種方法, $C \rightarrow A$ 有一種方法,
所以由乘法原理得路線一共有 $1 \times 2 \times 1 = 2$ 種方法.

(2) 路線二: $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

因為 $A \rightarrow C$ 有二種方法, $C \rightarrow B$ 有一種方法, $B \rightarrow A$ 有二種方法,
所以由乘法原理得路線二共有 $2 \times 1 \times 2 = 4$ 種方法.

綜合上述二種情形, 由加法原理得, 共有 $2 + 4 = 6$ 種乘車路線

5. 大毛與二毛分別喊一個小於 10 的正整數, 並要求三毛算出這兩數的乘積. 試問大毛與二毛喊的數一共有幾種情形, 會讓三毛算出的乘積是偶數?

解答 56

解析 小於 10 的正整數中, 奇數有 5 個, 偶數有 4 個.

若兩數的乘積為偶數, 此二數有三種情形: 奇 \times 偶、偶 \times 奇及偶 \times 偶, 以下分別討論計算.

(1) 奇 \times 偶: 大毛喊奇數的方法有 5 種, 此時二毛喊出偶數的方法有 4 種.

因此奇 \times 偶的情形共有 $5 \times 4 = 20$ 種.

(2) 偶 \times 奇: 大毛喊偶數的方法有 4 種, 此時二毛喊出奇數的方法有 5 種.

因此偶 \times 奇的情形共有 $4 \times 5 = 20$ 種.

(3) 偶 \times 偶: 大毛喊出偶數的方法有 4 種, 此時二毛喊出偶數的方法亦有 4 種.

因此偶 \times 偶的情形共有 $4 \times 4 = 16$ 種.

綜合上述三種情形, 利用加法原理, 得共有 $20 + 20 + 16 = 56$ 種組合.

6. 大毛與二毛分別喊一個小於 10 的正整數, 並要求三毛算出這兩數的乘積. 試問大毛與二毛喊的數一共有幾種情形, 會讓三毛算出的乘積是奇數?

解答 25

解析 小於 10 的正整數中, 奇數有 5 個, 偶數有 4 個.

若兩數的乘積為奇數, 此二數只有奇 \times 奇的情形.

因此大毛與二毛喊的皆是奇數的方法各有 5 種. 因此共有 $5 \times 5 = 25$ 種組合.

7. 某校羽球校隊是由三位高一學生、四位高二學生及六位高三學生所組成。現在教練要從校隊中每年級各選一人參加比賽。問共有多少種選法？

解答 72

解析 將選拔羽球校隊方式分成 3 個步驟，其中第 1 步驟選高一代表有 $m_1 = 3$ 種選擇，第 2 步驟選高二代表有 $m_2 = 4$ 種選擇，第 3 步驟選高三代表有 $m_3 = 6$ 種選擇，利用乘法原理，得選法共有 $m_1 \times m_2 \times m_3 = 3 \times 4 \times 6 = 72$ 種。

8. 某座山有四條登山路線，甲乙兩人相約由不同的路線登山，待山頂會合後，再分別選擇不同的路線下山。若規定每人不可由同一路線上山與下山，求兩人上山與下山共有幾種不同的路線。

解答 84

解析 (1) 上山：甲乙上山共有 $4 \times 3 = 12$ 種路線。

(2) 下山：

① 若甲從乙上山的路下山，則乙可從其他 3 條路下山，因此有 $1 \times 3 = 3$ 種路線。

② 若甲不從乙上山的路下山，則甲有 2 條路下山，乙也有 2 條路下山，

因此有 $2 \times 2 = 4$ 種路線。

利用加法原理，得共有 $3 + 4 = 7$ 種路線。

由(1)，(2)與乘法原理，得兩人上山與下山共有 $12 \times 7 = 84$ 種路線。

9. 大毛與二毛分別喊一個小於 10 的正整數，並要求三毛算出這兩數的和。試問大毛與二毛喊的數一共有幾種情形，會讓三毛算出的和是偶數？

解答 41

解析 小於 10 的正整數中，奇數有 5 個，偶數有 4 個。

若兩數的和為偶數，此二數有兩種情形：奇 + 奇和偶 + 偶。以下分別討論計算。

(1) 奇 + 奇：大毛喊奇數的方法有 5 種，此時二毛喊出奇數的方法亦有 5 種。

因此奇 + 奇的情形共有 $5 \times 5 = 25$ 種。

(2) 偶 + 偶：大毛喊偶數的方法有 4 種，此時二毛喊出偶數的方法亦有 4 種。

因此偶 + 偶的情形共有 $4 \times 4 = 16$ 種。

綜合上述兩種情形，利用加法原理，得共有 $25 + 16 = 41$ 種組合。

10. 試問滿足三邊長皆為正整數，且周長為 20 的三角形有幾個？

解答 8

解析 設三邊長為正整數 a, b, c ，且 $a \geq b \geq c$ 。

因為三角形兩邊之和大於第三邊，所以最大邊長的長度最大值為 9，即 $a \leq 9$ 。

(1) 當 $a = 9$ 時，邊長序對 $(a, b, c) = (9, 9, 2), (9, 8, 3), (9, 7, 4), (9, 6, 5)$ 有 4 種可能。

(2) 當 $a = 8$ 時，邊長序對 $(a, b, c) = (8, 8, 4), (8, 7, 5), (8, 6, 6)$ 有 3 種可能。

(3) 當 $a = 7$ 時，邊長序對 $(a, b, c) = (7, 7, 6)$ 有 1 種可能。

(4) 當 $a \leq 6$ 時，三角形不存在。

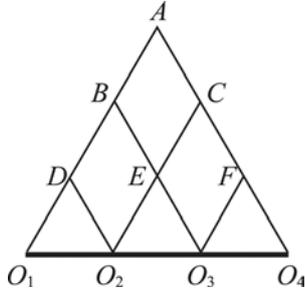
由加法原理得知，共有 $4 + 3 + 1 = 8$ 個不同的三角形。

11. (x, y) 是坐標平面上的點。若 x, y 皆是不大於 100 的正整數，則 xy 是偶數的點有幾個？

解答 7500

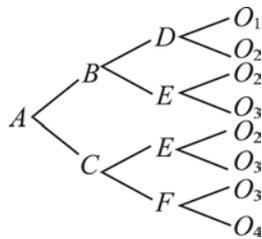
解析 所求 = (全部) - (xy 是奇數) = $100 \times 100 - 50 \times 50 = 7500$ (個)。

12. 下圖是每邊邊長為 1 單位的球路分布圖，若有一球從最高點 A 點滾下，經過 3 單位長到達底部，則共有幾種路徑？



解答 8

解析) 樹狀圖描述球從 A 點出發，經過 3 單位長，到達底部 (O_1, O_2, O_3, O_4) 的所有情形。



球從 A 點出發，經過 3 單位長，到達底部 (O_1, O_2, O_3, O_4) 的路徑共有 8 種。