

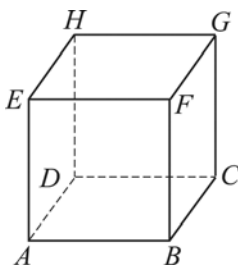
高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：99.043.27	
範圍	2-2 加法、乘法原理	班級		姓名		
		座號				

1. 求 420 的正因數個數。

解答 24

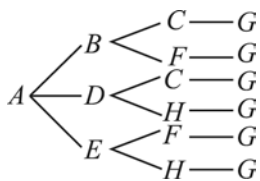
解析 將 420 作質因數分解，得  $420 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$ 。因為 420 的正因數必為  $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$  形式，其中  $a \in \{0, 1, 2\}$ ， $b \in \{0, 1\}$ ， $c \in \{0, 1\}$ ， $d \in \{0, 1\}$ ，所以  $a$  有 3 種選擇， $b$  有 2 種選擇， $c$  有 2 種選擇， $d$  有 2 種選擇。利用乘法原理，得 420 的正因數個數有  $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$  個。

2. 如圖，一隻螞蟻從 A 點出發，沿著正立方體  $ABCD - EFGH$  的稜線走捷徑到達 G 點。共有幾種路徑？



解答 )6

解析



由上述樹狀圖可以知道：從 A 點出發到達 G 點的走法共有 6 種。

3. 餐廳有主菜、湯及飲料等三樣餐點。其中主菜有牛排、豬排、雞排、羊排四種；湯則有海鮮湯與蔬菜湯二種；飲料則提供咖啡或紅茶。每位客人只能從主菜、湯及飲料種類中各任選一種，試問有多少種不同的點餐方式？

解答 16

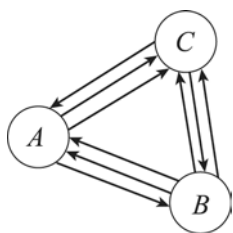
解析 選一種主菜有 4 種選法，選一種湯有 2 種選法，選一種飲料有 2 種選法，利用乘法原理，得點餐方式共有  $4 \times 2 \times 2 = 16$  種。

4. 書架上有三種不同的中文書、五種不同的英文書和六種不同的法文書。小英想從書架上選中文、英文和法文書各一本，共有多少種選法？

解答 90

解析 將選書方式分成 3 個步驟，其中第 1 步驟選中文書有  $m_1 = 3$  種選擇，第 2 步驟選英文書有  $m_2 = 5$  種選擇，第 3 步驟選法文書有  $m_3 = 6$  種選擇，用乘法原理，選書方式共有  $m_1 \times m_2 \times m_3 = 3 \times 5 \times 6 = 90$  種。

5. 兒童樂園有  $A$ ,  $B$ ,  $C$  三區, 各區之間有紅、藍、綠三種顏色的單向電聯車供遊客搭乘, 如下圖所示. 某旅客想從  $A$  區前往  $B$  區及  $C$  區遊玩後再返回  $A$  區, 若該旅客手中只有三張單程車票, 試問共有多少種不同的乘車方式?



**解答** 6

**解析** 兒童樂園由  $A$  區經  $B$ ,  $C$  兩區再返回  $A$  區的路線:

共有(1)  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ , (2)  $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ ,  
兩種路線, 以下分別討論計算.

(1) 路線一:  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$

因為  $A \rightarrow B$  有一種方法,  $B \rightarrow C$  有二種方法,  $C \rightarrow A$  有一種方法,  
所以由乘法原理得路線一共有  $1 \times 2 \times 1 = 2$  種方法.

(2) 路線二:  $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

因為  $A \rightarrow C$  有二種方法,  $C \rightarrow B$  有一種方法,  $B \rightarrow A$  有二種方法,  
所以由乘法原理得路線二共有  $2 \times 1 \times 2 = 4$  種方法.

綜合上述二種情形, 由加法原理得, 共有  $2 + 4 = 6$  種乘車路線

5. 大毛與二毛分別喊一個小於 10 的正整數, 並要求三毛算出這兩數的乘積. 試問大毛與二毛喊的數一共有幾種情形, 會讓三毛算出的乘積是偶數?

**解答** 56

**解析** 小於 10 的正整數中, 奇數有 5 個, 偶數有 4 個.

若兩數的乘積為偶數, 此二數有三種情形: 奇 $\times$ 偶、偶 $\times$ 奇及偶 $\times$ 偶, 以下分別討論計算.

(1) 奇 $\times$ 偶: 大毛喊奇數的方法有 5 種, 此時二毛喊出偶數的方法有 4 種.

因此奇 $\times$ 偶的情形共有  $5 \times 4 = 20$  種.

(2) 偶 $\times$ 奇: 大毛喊偶數的方法有 4 種, 此時二毛喊出奇數的方法有 5 種.

因此偶 $\times$ 奇的情形共有  $4 \times 5 = 20$  種.

(3) 偶 $\times$ 偶: 大毛喊出偶數的方法有 4 種, 此時二毛喊出偶數的方法亦有 4 種.

因此偶 $\times$ 偶的情形共有  $4 \times 4 = 16$  種.

綜合上述三種情形, 利用加法原理, 得共有  $20 + 20 + 16 = 56$  種組合.

6. 大毛與二毛分別喊一個小於 10 的正整數, 並要求三毛算出這兩數的乘積. 試問大毛與二毛喊的數一共有幾種情形, 會讓三毛算出的乘積是奇數?

**解答** 25

**解析** 小於 10 的正整數中, 奇數有 5 個, 偶數有 4 個.

若兩數的乘積為奇數, 此二數只有奇 $\times$ 奇的情形.

因此大毛與二毛喊的皆是奇數的方法各有 5 種. 因此共有  $5 \times 5 = 25$  種組合.

7. 某校羽球校隊是由三位高一學生、四位高二學生及六位高三學生所組成。現在教練要從校隊中每年級各選一人參加比賽。問共有多少種選法？

解答 72

解析 將選拔羽球校隊方式分成 3 個步驟，其中第 1 步驟選高一代表有  $m_1 = 3$  種選擇，第 2 步驟選高二代表有  $m_2 = 4$  種選擇，第 3 步驟選高三代表有  $m_3 = 6$  種選擇，利用乘法原理，得選法共有  $m_1 \times m_2 \times m_3 = 3 \times 4 \times 6 = 72$  種。

8. 某座山有四條登山路線，甲乙兩人相約由不同的路線登山，待山頂會合後，再分別選擇不同的路線下山。若規定每人不可由同一路線上山與下山，求兩人上山與下山共有幾種不同的路線。

解答 84

解析 (1) 上山：甲乙上山共有  $4 \times 3 = 12$  種路線。

(2) 下山：

① 若甲從乙上山的路下山，則乙可從其他 3 條路下山，因此有  $1 \times 3 = 3$  種路線。

② 若甲不從乙上山的路下山，則甲有 2 條路下山，乙也有 2 條路下山，

因此有  $2 \times 2 = 4$  種路線。

利用加法原理，得共有  $3 + 4 = 7$  種路線。

由(1)，(2)與乘法原理，得兩人上山與下山共有  $12 \times 7 = 84$  種路線。

9. 大毛與二毛分別喊一個小於 10 的正整數，並要求三毛算出這兩數的和。試問大毛與二毛喊的數一共有幾種情形，會讓三毛算出的和是偶數？

解答 41

解析 小於 10 的正整數中，奇數有 5 個，偶數有 4 個。

若兩數的和為偶數，此二數有兩種情形：奇 + 奇和偶 + 偶。以下分別討論計算。

(1) 奇 + 奇：大毛喊奇數的方法有 5 種，此時二毛喊出奇數的方法亦有 5 種。

因此奇 + 奇的情形共有  $5 \times 5 = 25$  種。

(2) 偶 + 偶：大毛喊偶數的方法有 4 種，此時二毛喊出偶數的方法亦有 4 種。

因此偶 + 偶的情形共有  $4 \times 4 = 16$  種。

綜合上述兩種情形，利用加法原理，得共有  $25 + 16 = 41$  種組合。

10. 試問滿足三邊長皆為正整數，且周長為 20 的三角形有幾個？

解答 8

解析 設三邊長為正整數  $a, b, c$ ，且  $a \geq b \geq c$ 。

因為三角形兩邊之和大於第三邊，所以最大邊長的長度最大值為 9，即  $a \leq 9$ 。

(1) 當  $a = 9$  時，邊長序對  $(a, b, c) = (9, 9, 2), (9, 8, 3), (9, 7, 4), (9, 6, 5)$  有 4 種可能。

(2) 當  $a = 8$  時，邊長序對  $(a, b, c) = (8, 8, 4), (8, 7, 5), (8, 6, 6)$  有 3 種可能。

(3) 當  $a = 7$  時，邊長序對  $(a, b, c) = (7, 7, 6)$  有 1 種可能。

(4) 當  $a \leq 6$  時，三角形不存在。

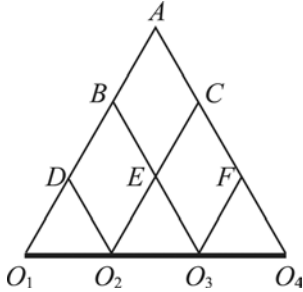
由加法原理得知，共有  $4 + 3 + 1 = 8$  個不同的三角形。

11.  $(x, y)$  是坐標平面上的點。若  $x, y$  皆是不大於 100 的正整數，則  $xy$  是偶數的點有幾個？

**解答** 7500

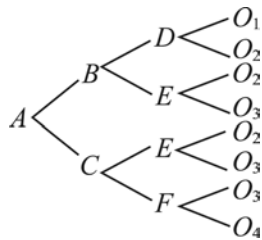
**解析** 所求 = (全部) - ( $xy$  是奇數) =  $100 \times 100 - 50 \times 50 = 7500$  (個)。

12. 下圖是每邊邊長為 1 單位的球路分布圖，若有一球從最高點  $A$  點滾下，經過 3 單位長到達底部，則共有幾種路徑？



**解答** 8

**解析** ) 樹狀圖描述球從  $A$  點出發，經過 3 單位長，到達底部  $(O_1, O_2, O_3, O_4)$  的所有情形。



球從  $A$  點出發，經過 3 單位長，到達底部  $(O_1, O_2, O_3, O_4)$  的路徑共有 8 種。