<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學　高一數學平時測驗　　日期：98.12.15</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">2-6 一次方程組</td><td>班級</td><td></td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、填充題　(80 格 每格 0 分 共 0 分)

1. 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=3$，則 $\begin{vmatrix} 3a-2b & 4a \\ 3c-2d & 4c \end{vmatrix}=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答　24

解析　$\begin{vmatrix} 3a-2b & 4a \\ 3c-2d & 4c \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3a & 4a \\ 3c & 4c \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} -2b & 4a \\ -2d & 4c \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 4a & 2b \\ 4c & 2d \end{vmatrix}=8\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=8\cdot 3=24$ ．

2. 設 $A(1,0)$， $B(-1,2)$， $C(3,k)$，若△ABC 的面積為 5，則 $k=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答　-7 或 3

解析　$\overrightarrow{AB}=(-2,2)$， $\overrightarrow{AC}=(2,k)$

$\Rightarrow$△ABC 的面積$=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 2 & k \end{vmatrix}\right|=5\Rightarrow|-k-2|=5\Rightarrow k=-7$ 或 3 ．

3. 求下列各行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} 4 & -7 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}=$＿＿＿＿＿＿＿＿；　(2) $\begin{vmatrix} 2001 & 2002 \\ 2003 & 2004 \end{vmatrix}=$＿＿＿＿＿＿＿＿；　(3) $\begin{vmatrix} 31 & 58 \\ 63 & 117 \end{vmatrix}=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答　(1)53;(2) -2 ;(3) -27

解析　(1) $\begin{vmatrix} 4 & -7 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}=4\cdot 8-(-7)\cdot 3=53$ ．

(2) $\begin{vmatrix} 2001 & 2002 \\ 2003 & 2004 \end{vmatrix}\times(-1)=\begin{vmatrix} 2001 & 2002 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2001 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}=-2$ ．

$\times(-1)$

(3) $\begin{vmatrix} 31 & 58 \\ 63 & 117 \end{vmatrix}\times(-2)=\begin{vmatrix} 31 & 58 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=31-58=-27$ ．

4. 利用克拉瑪公式解 $\begin{cases} 2x-3y+4=0 \\ 3x+4y-5=0 \end{cases}$，得 $(x,y)=$＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答　$\left(-\frac{1}{17},\frac{22}{17}\right)$

解析　$\begin{cases} 2x-3y=-4 \\ 3x+4y=5 \end{cases}$

$\Delta=\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}=8+9=17$， $\Delta_x=\begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}=-16+15=-1$， $\Delta_y=\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}=10-(-12)=22$，

$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=-\frac{1}{17}$， $y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{22}{17}$， $\therefore(x,y)=\left(-\frac{1}{17},\frac{22}{17}\right)$ ．

5. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}=3$， $\begin{vmatrix} 2c & b \\ 2f & e \end{vmatrix}=5$， $\begin{vmatrix} a & d \\ 3c & 3f \end{vmatrix}=7$，求 $\begin{cases} ax+2by=3c \\ dx+2ey=3f \end{cases}$ 的解為＿＿＿＿＿＿＿＿．

解答　$\left(\frac{5}{2},\frac{7}{6}\right)$

解析　依題意 $\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}=3$， $\begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}=\frac{5}{2}$， $\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}=\frac{7}{3}$，

則$x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{\begin{vmatrix}3c & 2b\\ 3f & 2e\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a & 2b\\ d & 2e\end{vmatrix}}=\dfrac{3\cdot 2\begin{vmatrix}c & b\\ f & e\end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix}a & b\\ d & e\end{vmatrix}}=3\cdot\dfrac{\frac{5}{2}}{3}=\dfrac{5}{2}$,

$y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{\begin{vmatrix}a & 3c\\ d & 3f\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a & 2b\\ d & 2e\end{vmatrix}}=\dfrac{3\begin{vmatrix}a & c\\ d & f\end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix}a & b\\ d & e\end{vmatrix}}=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\frac{7}{3}}{3}=\dfrac{7}{6}$,　　　$\therefore (x,y)=\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{7}{6}\right)$.

6. 求$\begin{vmatrix}\sqrt{2}+2\sqrt{13}+\sqrt{15} & 2\sqrt{13}\\ \sqrt{2}+2\sqrt{13}-\sqrt{15} & \sqrt{2}-\sqrt{5}\end{vmatrix}=$__________ .

解答　-65

解析

$$\begin{vmatrix}\sqrt{2}+2\sqrt{13}+\sqrt{15} & 2\sqrt{13}\\ \sqrt{2}+2\sqrt{13}-\sqrt{15} & \sqrt{2}-\sqrt{15}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\sqrt{2}+\sqrt{15} & 2\sqrt{13}\\ 2\sqrt{13} & \sqrt{2}-\sqrt{15}\end{vmatrix}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{15}\right)-\left(2\sqrt{13}\right)^2$$

$\times(-1)$

$=-13-52=-65$.

7. 設$\overrightarrow{u}=(3,-2)$，$\overrightarrow{v}=(-1,-3)$，試求$\overrightarrow{u}$與$\overrightarrow{v}$所決定的平行四邊形面積爲__________ .

解答　11

解析　所求$=\left|\begin{vmatrix}3 & -2\\ -1 & -3\end{vmatrix}\right|=|-9-2|=11$.

8. 解$\begin{cases}2ax-y=2a^3\\ x+ay=3a^2+1\end{cases}$，得$(x,y)=$__________ .

解答　$\left(a^2+1,2a\right)$

解析　$\Delta=\begin{vmatrix}2a & -1\\ 1 & a\end{vmatrix}=2a^2+1$，

$\Delta_x=\begin{vmatrix}2a^3 & -1\\ 3a^2+1 & a\end{vmatrix}=2a^4+3a^2+1=\left(2a^2+1\right)\left(a^2+1\right)$，

$\Delta_y=\begin{vmatrix}2a & 2a^3\\ 1 & 3a^2+1\end{vmatrix}=6a^3+2a-2a^3=4a^3+2a=2a\left(2a^2+1\right)$，

$x=\dfrac{\Delta_x}{\Delta}=\dfrac{\left(2a^2+1\right)\left(a^2+1\right)}{2a^2+1}=a^2+1$，$y=\dfrac{\Delta_y}{\Delta}=\dfrac{2a\left(2a^2+1\right)}{2a^2+1}=2a$，$\therefore (x,y)=\left(a^2+1,2a\right)$.

9. 小花使用矩陣列運算解一個三元一次聯立方程組如下：

$\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 4 & a & 2\\ 3 & 11 & -4 & b\\ 5 & c & 7 & 11\end{bmatrix}\rightarrow\cdots\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$，求$a=$__________ .

解答　-3

解析　解$(x,y,z)=(1,1,1)$代回$x+4y+az=2\Rightarrow 1+4+a=2$，$\therefore a=-3$.

10. 解$\begin{cases}2x-3y+4z=7\\ x+5y+z=8\\ 3x-2y+4z=9\end{cases}$，則$(x,y,z)=$__________ .

解答　$(1,1,2)$

解析　$\begin{cases}2x-3y+4z=7\cdots\cdots①\\x+5y+z=8\cdots\cdots②\\3x-2y+4z=9\cdots\cdots③\end{cases}$

$②\times4-①:2x+23y=25\cdots\cdots④$

$③-①:x+y=2\cdots\cdots⑤$

$⑤\times2-④:-21y=-21\Rightarrow y=1\Rightarrow(x,y,z)=(1,1,2)$.

11. 若$\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=5$，則$\begin{vmatrix}c&d\\a&b\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b+2a\\c&d+2c\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b\\3c+a&3d+b\end{vmatrix}=$________ .

解答　15

解析　原式$=\begin{vmatrix}c&d\\a&b\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&2a\\c&2c\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b\\3c&3d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b\\a&b\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}+0+3\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}+0=-5+5+3\cdot5=15$.

12. 設$xyz\neq0$，若$3x+6y-z=9x-2y+5z=x+8y-5z$，則$x:y:z=$________ .

解答　$(-5):(-3):1$

解析　$\begin{cases}3x+6y-z=9x-2y+5z\\3x+6y-z=x+8y-5z\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}6x-8y+6z=0\\2x-2y+4z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x-4y+3z=0\cdots\cdots①\\x-y+2z=0\cdots\cdots②\end{cases}$

$\therefore x:y:z=\begin{vmatrix}-4&3\\-1&2\end{vmatrix}:\begin{vmatrix}3&3\\2&1\end{vmatrix}:\begin{vmatrix}3&-4\\1&-1\end{vmatrix}=(-5):(-3):1$.

13. x，y，z皆爲實數，$xyz\neq0$，且$(2x-5y+7z)^2+(7x-y-3z)^2=0$

(1)試求$x:y:z=$________；　(2)$x\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-y\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right)+z\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$之值爲________ .

解答　(1) $2:5:3$;(2) -1

解析　(1) $\begin{cases}2x-5y+7z=0\\7x-y-3z=0\end{cases}\Rightarrow x:y:z=2:5:3$.

(2)由(1)令$x=2t$，$y=5t$，$z=3t$（$t\neq0$），

原式$=\frac{x}{y}+\frac{x}{z}-\frac{y}{x}-\frac{y}{z}+\frac{z}{x}+\frac{z}{y}=\frac{z-y}{x}+\frac{x+z}{y}+\frac{x-y}{z}=\frac{-2t}{2t}+\frac{5t}{5t}+\frac{-3t}{3t}=-1$.

14. 利用克拉瑪公式解$\begin{cases}x\cos\theta-y\sin\theta=a\\x\sin\theta+y\cos\theta=b\end{cases}$，得$(x,y)=$________ .

解答　$(a\cos\theta+b\sin\theta,-a\sin\theta+b\cos\theta)$

解析　$\Delta=\begin{vmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{vmatrix}=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$,

$\Delta_x=\begin{vmatrix}a&-\sin\theta\\b&\cos\theta\end{vmatrix}=a\cos\theta+b\sin\theta$,

$\Delta_y=\begin{vmatrix}\cos\theta&a\\\sin\theta&b\end{vmatrix}=b\cos\theta-a\sin\theta$,

$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=a\cos\theta+b\sin\theta$，$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=-a\sin\theta+b\cos\theta$,

$\therefore(x,y)=(a\cos\theta+b\sin\theta,-a\sin\theta+b\cos\theta)$.

15. 若二元一次聯立方程組$\begin{cases}\dfrac{6}{x}+\dfrac{2}{y}=-1\\ ax+by=4\end{cases}$與$\begin{cases}\dfrac{4}{x}-\dfrac{1}{y}=4\\ 3ax-4by=26\end{cases}$爲同義方程組，且恰有一解，求數對$(a,b)=$____________ .

解答 $(3,4)$

解析 由二方程組中選$\begin{cases}\dfrac{6}{x}+\dfrac{2}{y}=-1\cdots\cdots ①\\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{1}{y}=4\cdots\cdots ②\end{cases}$

$②\times 2+①:\dfrac{14}{x}=7\Rightarrow x=2$ 代入① $y=-\dfrac{1}{2}$，

代入$\begin{cases}ax+by=4\\ 3ax-4by=26\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2a-\dfrac{1}{2}b=4\\ 6a+2b=26\end{cases}\Rightarrow a=3$，$b=4$，$\therefore(a,b)=(3,4)$.

16. 求方程組$\begin{cases}\dfrac{xy}{3y-x}=1\\ \dfrac{xy}{2y+x}=\dfrac{1}{9}\end{cases}$的解$(x,y)=$____________ .

解答 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{5}\right)$

解析 $\begin{cases}\dfrac{3y-x}{xy}=1\\ \dfrac{2y+x}{xy}=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{y}=1\cdots\cdots ①\\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=9\cdots\cdots ②\end{cases}$

$①+②:\dfrac{5}{x}=10\Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$代回$②\Rightarrow 4+\dfrac{1}{y}=9$ $\therefore y=\dfrac{1}{5}$，故$(x,y)=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{5}\right)$.

17. 求方程組$\begin{cases}3x-2y=-4xy\\ x+4y=xy\end{cases}$的解$(x,y)=$____________ .

解答 $(2,-1)$或$(0,0)$

解析 (1) $x=0$，$y=0$代入原式成立，$\therefore(0,0)$爲一解，

(2) $x\neq 0$，$y\neq 0\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{3}{y}-\dfrac{2}{x}=-4\cdots\cdots ①\\ \dfrac{1}{y}+\dfrac{4}{x}=1\cdots\cdots ②\end{cases}$

$①\times 2+②:\dfrac{7}{y}=-7\Rightarrow y=-1$代入① $x=2$， $\therefore(x,y)=(2,-1)$或$(0,0)$.

18. 甲、乙兩人同解方程組$\begin{cases}2x-ay=3\\ bx+y=7\end{cases}$，若甲看錯$a$得解$(x,y)$爲$(2,-1)$，乙看錯$b$得解$(x,y)$爲$(1,-1)$，則：(1)數對$(a,b)=$____________； (2)正確解$(x,y)$爲____________ .

解答 (1)$(1,4)$;(2)$\left(\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3}\right)$

解析 (1)$\begin{cases}2x-ay=3\cdots\cdots ①\\ bx+y=7\cdots\cdots ②\end{cases}$

$(2,-1)$代入②式： $2b-1=7\Rightarrow b=4$，

$(1,-1)$代入①式：$2+a=3\Rightarrow a=1$， $\therefore(a,b)=(1,4)$ ．

(2)解$\begin{cases}2x-y=3\\4x+y=7\end{cases}\Rightarrow x=\dfrac{5}{3}$， $y=\dfrac{1}{3}$， $\therefore$正確的解爲$\left(\dfrac{5}{3},\dfrac{1}{3}\right)$ ．

19. x，y之方程組$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$恰一組解$(x,y)=(2,-3)$，則$\begin{cases}3b_1x-2a_1y=6c_1\\3b_2x-2a_2y=6c_2\end{cases}$之解$(x,y)=$______．

解答 $(-6,-6)$

解析

$3b_1x-2a_1y=6c_1\Rightarrow a_1(-2y)+b_1(3x)=6c_1$， $a_1\left(\dfrac{-2y}{6}\right)+b_1\left(\dfrac{3x}{6}\right)=c_1$，

$-\dfrac{2y}{6}=2\Rightarrow y=-6$， $\dfrac{3x}{6}=-3\Rightarrow x=-6$， $\therefore(x,y)=(-6,-6)$ ．

20. 若$\begin{bmatrix}1&-3&-2&0\\2&1&2&1\\4&1&3&3\end{bmatrix}$經列運算得矩陣$\begin{bmatrix}1&0&0&a\\0&1&0&b\\0&0&1&c\end{bmatrix}$求序組$(a,b,c)=$____________ ．

解答 $(5,7,-8)$

解析

$$\begin{bmatrix}1&-3&-2&0\\2&1&2&1\\4&1&3&3\end{bmatrix}\begin{matrix}\times(-2)\\\times(-4)\\ \end{matrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1&-3&-2&0\\0&7&6&1\\0&13&11&3\end{bmatrix}\times(-2)$$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}1&-3&-2&0\\0&7&6&1\\0&-1&-1&1\end{bmatrix}\times6\rightarrow\begin{bmatrix}1&-3&-2&0\\0&1&0&7\\0&1&1&-1\end{bmatrix}\begin{matrix}\times3\\ \\\times(-1)\end{matrix}$$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}1&0&-2&21\\0&1&0&7\\0&0&1&-8\end{bmatrix}\times2\rightarrow\begin{bmatrix}1&0&0&5\\0&1&0&7\\0&0&1&-8\end{bmatrix}$$

$\therefore(a,b,c)=(5,7,-8)$ ．

21. 若a爲一常數，且二元一次聯立方程式$\begin{cases}(a^2+2)x+ay=a+4\\3ax+2y=a\end{cases}$恰有一組解，則可得其解$(x,y)=$

____________（以常數a表示）．

解答 $\left(\dfrac{a-4}{a-2},-\dfrac{a(a-5)}{a-2}\right)$

解析 $\Delta=\begin{vmatrix}a^2+2&a\\3a&2\end{vmatrix}=2a^2+4-3a^2=-(a+2)(a-2)$，

$\Delta_x=\begin{vmatrix}a+4&a\\a&2\end{vmatrix}=2a+8-a^2=-(a-4)(a+2)$，

$\Delta_y=\begin{vmatrix}a^2+2&a+4\\3a&a\end{vmatrix}=a^3+2a-3a^2-12a=a(a-5)(a+2)$，

當$a\neq2$或$a\neq-2$時，恰有一解$(x,y)=\left(\dfrac{\Delta_x}{\Delta},\dfrac{\Delta_y}{\Delta}\right)=\left(\dfrac{a-4}{a-2},-\dfrac{a(a-5)}{a-2}\right)$ ．

22. $\begin{cases} x-y+z=-2 \\ ax+y+z=4 \\ x+3y-2z=11 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} x+by-2z=6 \\ 2x-y+z=2 \\ 3x+2y+cz=5 \end{cases}$ 表 x，y，z 的三元一次方程組，若兩方程組爲同義方程組，且恰有一組解，則(1)此解爲__________；(2)序組 $(a,b,c)=$__________．

解答　(1) $(4,-5,-11)$；(2) $\left(5,4,\frac{-3}{11}\right)$

解析　(1) $\begin{cases} x-y+z=-2\cdots\cdots① \\ x+3y-2z=11\cdots\cdots② \\ 2x-y+z=2\cdots\cdots③ \end{cases}$

②－①：$4y-3z=13$，

③－①×2：$y-z=6$，

∴ $y=-5$，$z=-11$ 代回①，得 $x=4$，　故 $(x,y,z)=(4,-5,-11)$．

(2)解代回，得 $\begin{cases} 4a-5-11=4 \\ 4-5b+22=6 \\ 12-10-11c=5 \end{cases} \Rightarrow (a,b,c)=\left(5,4,\frac{-3}{11}\right)$．

23. 設方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 恰有一組解爲 $x=2$，$y=-3$，則方程組 $\begin{cases} (2a_1-3b_1)x+b_1y+2c_1=0 \\ (2a_2-3b_2)x+b_2y+2c_2=0 \end{cases}$ 之解爲__________．

解答　$(-2,0)$

解析　$\begin{cases} (2a_1-3b_1)x+b_1y+2c_1=0 \\ (2a_2-3b_2)x+b_2y+2c_2=0 \end{cases} \Rightarrow a_1(2x)+b_1(y-3x)=-2c_1 \Rightarrow a_1(-x)+b_1\left(\frac{y-3x}{-2}\right)=c_1$，

$-x=2 \Rightarrow x=-2$，$\frac{y-3x}{-2}=-3 \Rightarrow y=0$，　∴ $(x,y)=(-2,0)$．

24. 設 x，y，z 皆爲實數，且 $xyz\neq 0$，若 $\frac{3x+2z}{4}=\frac{3y+z}{5}=\frac{5x+y-z}{6}$，求 $(2x-y+z)^2+8(2x-y+z)-5$ 的最小值__________．

解答　-21

解析　$\begin{cases} \frac{3x+2z}{4}=\frac{3y+z}{5} \\ \frac{3x+2z}{4}=\frac{5x+y-z}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-4y+2z=0 \\ x+2y-8z=0 \end{cases} \Rightarrow x:y:z=2:3:1$，

令 $x=2t$，$y=3t$，$z=t$（$t\neq 0$），代入

$(2x-y+z)^2+8(2x-y+z)-5=4t^2+16t-5=4(t+2)^2-21$，最小值爲 -21．

25. 設 α，β 爲二次方程式 $\begin{vmatrix} x-\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & x-\cos\theta \end{vmatrix}=0$ 的二根，n 爲整數，則 $\alpha^n+\beta^n=$__________．

解答　$2\cos n\theta$

解析　$\begin{vmatrix} x-\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & x-\cos\theta \end{vmatrix}=(x-\cos\theta)^2+\sin^2\theta=0$

$\Rightarrow (x-\cos\theta)^2=-\sin^2\theta \Rightarrow x-\cos\theta=\pm i\sin\theta \Rightarrow x=\cos\theta\pm i\sin\theta$，

取 $\alpha=\cos\theta+i\sin\theta$，$\beta=\cos\theta-i\sin\theta$，

則 $\alpha^n+\beta^n=(\cos\theta+i\sin\theta)^n+(\cos\theta-i\sin\theta)^n$

$=(\cos n\theta+i\sin n\theta)+(\cos n\theta-i\sin n\theta)=2\cos n\theta$．

26. 若 a 爲實數，代表方程組之增廣矩陣爲 $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & a \\ 1 & 3 & -3 & 1+a \\ 1 & -1 & 2 & 1-a \end{bmatrix}$ 有解，則 $a=$______ .

解答 $\dfrac{3}{2}$

解析 原式 $\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1-a \\ 1 & 3 & -3 & 1+a \\ 3 & 1 & 1 & a \end{bmatrix} \begin{matrix} \times(-1) \\ \times(-3) \end{matrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1-a \\ 0 & 4 & -5 & 2a \\ 0 & 4 & -5 & -3+4a \end{bmatrix}$

若有解，即第二列，第三列成比例 $\Rightarrow \dfrac{4}{4}=\dfrac{-5}{-5}=\dfrac{2a}{-3+4a} \Rightarrow 2a=-3+4a \Rightarrow a=\dfrac{3}{2}$.