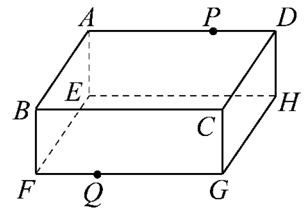
高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：98.11.03					
範圍	2-2 空間坐標	班級		姓名	
		座號			

一、單選題 （ 每題 5 分 ）

( ) 1. 長方體 $ABCD-EFGH$（如圖）中，$\overline{AB}=2$，$\overline{AE}=1$，$\overline{AD}=3$，$\overline{AP}=2$，$\overline{FQ}=1$，則 $\overline{PQ}$ 的長為

(1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) 2 (4) $\sqrt{5}$ (5) $\sqrt{6}$.



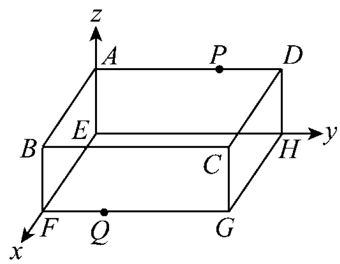
解答 5

解析

建立坐標系：

設 $E(0,0,0)$，則 $P(0,2,1)$，$Q(2,1,0)$，

$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{4+1+1}=\sqrt{6}$.



( ) 2. 空間中，設有三點 $A(4,6,8)$，$B(2,0,12)$，$C(8,10,-4)$，則 $\triangle ABC$ 之形狀為 (1)正三角形 (2)等腰三角形 (3)直角三角形 (4)銳角三角形 (5)鈍角三角形 .

解答 5

解析 $\overline{AB}=\sqrt{4+36+16}=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$，

$\overline{BC}=\sqrt{36+100+256}=\sqrt{392}=2\sqrt{98}$，

$\overline{CA}=\sqrt{16+16+144}=\sqrt{176}=2\sqrt{44}$，

$\therefore \overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$ 且 $\overline{AB}+\overline{AC}>\overline{BC}$，故為鈍角三角形 .

( ) 3. 空間三點 $A(3,0,0)$，$B(0,4,0)$，$C(0,0,5)$，則 $\triangle ABC$ 的形狀為

(1)正三角形 (2)等腰三角形 (3)直角三角形 (4)銳角三角形 (5)鈍角三角形 .

解答 4

解析 $\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=\sqrt{41}$，$\overline{CA}=\sqrt{34}$，

$\left(\sqrt{41}\right)^2<5^2+\left(\sqrt{34}\right)^2$，即 $\overline{BC}^2<\overline{AB}^2+\overline{CA}^2 \Rightarrow \angle A<90^\circ$，

同理 $\overline{BC}^2+\overline{CA}^2>\overline{AB}^2 \Rightarrow \angle C<90^\circ$，$\overline{BC}^2+\overline{AB}^2>\overline{CA}^2 \Rightarrow \angle B<90^\circ$，

$\therefore \triangle ABC$ 為銳角△ .

( ) 4. 設 P 點在第一卦限，而且與 x 軸，y 軸，z 軸的距離分別為 $\sqrt{52}$，$\sqrt{45}$，5，則 P 點的

坐標爲 (1)$(3,4,5)$ (2)$(3,4,6)$ (3)$(-3,-4,-6)$ (4)$(52,45,25)$ (5)$(\sqrt{52},\sqrt{45},5)$.

解答 2

解析 設$P(x,y,z)$且$x>0,\ y>0,\ z>0$，

$$\begin{cases} y^2+z^2=52\cdots① \\ z^2+x^2=45\cdots② \\ x^2+y^2=25\cdots③ \end{cases}$$

$\dfrac{①+②+③}{2}$: $x^2+y^2+z^2=61\cdots④$

$④-①\ x^2=9\Rightarrow x=\pm3$,

$④-②\ y^2=16\Rightarrow y=\pm4$,

$④-③\ z^2=36\Rightarrow z=\pm6$,

P點在第一卦限，$\therefore$取$(3,4,6)$.

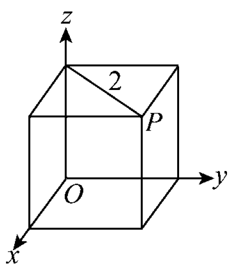
( ) 5. 設點P位於第一卦限，且與三坐標平面等距離，若P到z軸的距離是 2，則P與原點之距離爲 (1)2 (2)$\sqrt{8}$ (3)$\sqrt{6}$ (4)$\sqrt{10}$ (5)6 .

解答 3

解析

設$P(a,a,a)$， $a>0$， 則$\sqrt{a^2+a^2}=2\Rightarrow a=\sqrt{2}$ ，

$\therefore P(\sqrt{2},\sqrt{2},\sqrt{2})$， $\overline{OP}=\sqrt{2+2+2}=\sqrt{6}$.



二、多選題 (每題 10 分)

( ) 1. 已知$P(1,2,3)$是空間中的定點，下列敘述何者爲真?

(1) P到y軸的距離爲$\sqrt{14}$ (2) P關於yz平面的對稱點是$(1,-2,-3)$

(3) P在y軸的投影點是$(1,-2,3)$ (4) P到yz平面的距離爲 1

(5) P關於原點的對稱點是$(-1,-2,-3)$.

解答 45

解析 (1)╳: $d(P,y軸)=\sqrt{10}$. (2)╳: $P'(-1,2,3)$. (3)╳: $P'(0,2,0)$.

(4)○ . (5)○ .

( ) 2. 下列有關空間的敘述，何者正確?

(1)點$A(a,b,c)$對於x軸的射影坐標爲$(a,0,0)$

(2)點$A(a,b,c)$對於x軸的對稱點坐標爲$(a,-b,-c)$

(3)點$A(a,b,c)$對於xy平面的射影坐標爲$(a,0,0)$

(4)點 $A(a,b,c)$對於 xy 平面的對稱點坐標爲$(a,-b,-c)$

(5)點 $A(a,b,c)$對於原點的對稱點坐標爲$(-a,-b,-c)$.

解答　125

解析　(1)○ .　(2)○ .　(3)╳：爲$(a,b,0)$.　(4)╳：爲$(a,b,-c)$.　(5)○ .

(　　) 3. 已知點 P 的 x， y， z 坐標都相等；且 P 點與原點的距離爲$\sqrt{6}$，求 P 點的坐標可爲

(1)$(2,2,2)$　(2)$(\sqrt{6},\sqrt{6},\sqrt{6})$　(3)$(\sqrt{2},\sqrt{2},\sqrt{2})$

(4)$(-\sqrt{2},-\sqrt{2},-\sqrt{2})$　(5)$(-\sqrt{6},-\sqrt{6},-\sqrt{6})$.

解答　34

解析　設 $P(x,x,x)$， $x^2+x^2+x^2=6\Rightarrow 3x^2=6\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}$，

$\therefore P$ 點之坐標可爲$(\sqrt{2},\sqrt{2},\sqrt{2})$或$(-\sqrt{2},-\sqrt{2},-\sqrt{2})$.

(　　) 4. 設 $A(3,-1,2)$， $B(2,1,1)$，若點 P 在 xz 平面上使△ABP 爲正三角形，則 P 點坐標可爲

(1)$(0,0,0)$　(2)$(1,0,3)$　(3)$(4,0,0)$　(4)$(5,0,4)$　(5)$(0,0,3)$.

解答　23

解析　設 $P(x,0,z)$，由 $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{AB}$ 得

$$\begin{cases}(x-3)^2+1+(z-2)^2=6\\(x-2)^2+1+(z-1)^2=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+z^2-6x-4z=-8\cdots①\\x^2+z^2-4x-2z=0\cdots②\end{cases}$$

① − ②： $x+z=4\Rightarrow z=4-x$ 代入②，得 $x^2-5x+4=0\Rightarrow x=1,\ 4\Rightarrow z=3,\ 0$，

$\therefore P(1,0,3)$或$P(4,0,0)$，

(　　) 5. 在空間中有三個點 $A(0,6,-6)$， $B(6,-6,0)$， $C(-6,0,6)$，以△ABC 爲一面的正四面體 $ABCD$ 的另一頂點 D 之坐標可爲

(1)$(6,6,6)$　(2)$(6\sqrt{3},6\sqrt{3},6\sqrt{3})$　(3)$(-6\sqrt{3},-6\sqrt{3},-6\sqrt{3})$

(4)$(4\sqrt{3},4\sqrt{3},4\sqrt{3})$　(5)$(-4\sqrt{3},-4\sqrt{3},-4\sqrt{3})$.

解答　45

解析　設 $D(x,y,z)$，則 $\overline{DA}=\overline{DB}=\overline{DC}=\overline{AB}=6\sqrt{6}$，

$$x^2+(y-6)^2+(z+6)^2=216\cdots①$$

$$(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=216\cdots②$$

$(x+6)^2+y^2+(z-6)^2=216\cdots③$

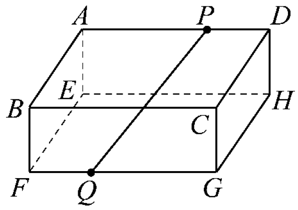
①－②： $12x-24y+12z=0\Rightarrow x-2y+z=0\cdots④$

②－③： $-24x+12y+12z=0\Rightarrow 2x-y-z=0\cdots⑤$

④＋⑤： $x=y$ 代入④ $x=y=z$ 代入①

$\Rightarrow x^2=48\Rightarrow x=\pm4\sqrt{3}\Rightarrow y=z=\pm4\sqrt{3}$，$\therefore D\left(4\sqrt{3},4\sqrt{3},4\sqrt{3}\right)$或 $D\left(-4\sqrt{3},-4\sqrt{3},-4\sqrt{3}\right)$.

三、填充題 （每題10分）



1. 設長方體 $ABCD-EFGH$（如圖）中，$E(0,0,0)$，$C(1,3,2)$，$G(1,3,0)$，若 $\overline{AP}=2$ 且 $\overline{FQ}=1$，則 $\overline{PQ}$ 的長為＿＿＿＿＿＿ .

解答　$\sqrt{6}$

解析　$P(0,2,2)$，$Q(1,1,0)$，$\overline{PQ}=\sqrt{1+1+4}=\sqrt{6}$.

2. 設 $P(1,-2,3)$，P 點對於 y 軸的對稱點 Q，P 點對於 xz 平面的投影點 R，$\overline{RQ}=$＿＿＿＿＿＿ .

解答　$2\sqrt{11}$

解析　$Q(-1,-2,-3)$，$R(1,0,3)$，$\overline{RQ}=\sqrt{2^2+2^2+6^2}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$.

3. 設 $A(1,0,1)$，$B(-3,-1,2)$，若 P 為 y 軸上的點而使得 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$ 有最小值，則此最小值為＿＿＿＿ .

解答　$\dfrac{31}{2}$

解析　設 $P(0,y,0)$，則 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2=1^2+y^2+1^2+3^2+(y+1)^2+2^2$

$$=2y^2+2y+16=2\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{31}{2}，\therefore 所求最小值=\frac{31}{2}\ .$$

4. 空間坐標系中，點 $P(2,-3,4)$ 到三坐標軸的距離和＝＿＿＿＿＿＿ .

解答　$5+2\sqrt{5}+\sqrt{13}$

解析　P 到 x 軸的距離 $=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$，

P 到 y 軸的距離 $=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

P 到 z 軸的距離 $=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$，

$\therefore$所求 $=5+2\sqrt{5}+\sqrt{13}$.

5. 設點 P 在第一卦限內，P 到 x 軸，y 軸距離分別為 7，4，P 到 xy 平面距離為 3，則點 P 的坐標

爲____________.

解答　$P\left(\sqrt{7},2\sqrt{10},3\right)$

解析　設 $P(x,y,z)$,　$x>0$,　$y>0$,　$z>0$

$$\begin{cases}\sqrt{y^2+z^2}=7\\ \sqrt{x^2+z^2}=4\Rightarrow y^2=40,\ x^2=7,\quad \therefore P\left(\sqrt{7},2\sqrt{10},3\right)\\ z=3\end{cases}.$$

6. 點 $P(-3,2,-4)$，則

(1) P 在 y 軸上正射影的坐標爲____________；(2) P 與 z 軸的距離爲____________；

(3) P 在 yz 平面上正射影的坐標爲____________.

解答　(1) $(0,2,0)$;(2) $\sqrt{13}$;(3) $(0,2,-4)$

解析　(1) $(0,2,0)$.　　(2) $\sqrt{(-3)^2+2^2}=\sqrt{13}$.　　(3) $(0,2,-4)$.

7. 設平行四邊形 $ABCD$ 其中三頂點坐標爲 $A(1,-7,3)$，$B(-3,-18,-4)$，$C(1,-7,-9)$，則 D 點的坐標 $=$____________.

解答　$(5,4,-2)$

解析　$\overline{AC}$ 中點即爲 $\overline{BD}$ 中點，設 $D(x,y,z)$，

$$\left(\frac{1+1}{2},\frac{-7-7}{2},\frac{-9+3}{2}\right)=\left(\frac{x-3}{2},\frac{y-18}{2},\frac{z-4}{2}\right)\Rightarrow x=5,\ y=4,\ z=-2,\quad \therefore D(5,4,-2).$$

8. 空間中 $A(2,-1,3)$，$B(1,1,0)$，則 A,B 二點之距離爲____________.

解答　$\sqrt{14}$

解析　$\overline{AB}=\sqrt{(2-1)^2+(-1-1)^2+(3-0)^2}=\sqrt{14}$.

9. 空間中二點 $A(1,2,1)$, $B(2,-1,3)$，在 x 軸上一點 P 使 $\overline{PA}=\overline{PB}$，則 P 的坐標爲____________.

解答　$(4,0,0)$

解析　設 $P(x,0,0)$，　$\overline{PA}=\overline{PB}\Rightarrow\sqrt{(x-1)^2+(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{(x-2)^2+1^2+(-3)^2}$

$$\Rightarrow x^2-2x+1+5=x^2-4x+4+10\quad\Rightarrow 2x=8\Rightarrow x=4,\ \therefore P(4,0,0).$$

10. 點 A 對 yz 平面的對稱點爲 A'，A' 對 y 軸的對稱點爲 A''，已知 A'' 之坐標爲 $(2,1,-3)$，求 A 之坐標爲____________.

解答　$(2,1,3)$

解析　設 A 之坐標爲 (a,b,c)，則 $A'(-a,b,c)$，$\Rightarrow A''(a,b,-c)=(2,1,-3)$，

$$\therefore a=2,\ b=1,\ -c=-3\Rightarrow a=2,\ b=1,\ c=3,\ \therefore A(2,1,3).$$

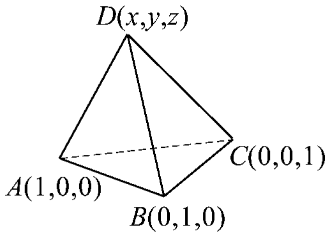
11. 設 $A(1,0,0)$，$B(0,1,0)$，$C(0,0,1)$ 及 D 爲一正四面體之四個頂點，求 D 點坐標爲____________.

解答　$(1,1,1)$ 或 $\left(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$

解析

設 $D(x,y,z)$，

則 $\overline{DA}=\overline{DB}=\overline{DC}=\overline{AB}=\sqrt{2}$



$\Rightarrow (x-1)^2+y^2+z^2=2 \cdots\cdots\cdots$①

$x^2+(y-1)^2+z^2=2 \cdots\cdots$②

$x^2+y^2+(z-1)^2=2 \cdots\cdots\cdots$③

①-②： $-2x+2y=0 \Rightarrow x=y$ 代入②，③

$y^2+(y-1)^2+z^2=2 \cdots$④

$2y^2+(z-1)^2=2 \cdots\cdots$⑤

④ $-$ ⑤： $-2y+2z=0 \Rightarrow y=z$ ， $\therefore x=y=z$ ，

代入① $(x-1)^2+x^2+x^2=2$

$\Rightarrow 3x^2-2x-1=0 \Rightarrow (x-1)(3x+1)=0$

$\Rightarrow x=1$ 或 $-\frac{1}{3}$,

$\therefore D(1,1,1)$ 或 $\left(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$.