<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二數學平時測驗　　日期：98.09.29</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">1-3 向量座標表示法</td><td>班級</td><td></td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、單選題　(每題 5 分)

(　　) 1. 設平行四邊形 $ABCD$ 的三個頂點為 $A(1,2)$， $B(5,-2)$， $C(4,1)$，則 D 之坐標為
(1) $(8,-3)$　(2) $(2,-1)$　(3) $(0,5)$　(4) $(-2,1)$.

【解答】 3

【解析】SOL 一：

設 D 點坐標為 (x,y)，$\overrightarrow{AD}=(x-1,y-2)$， $\overrightarrow{BC}=(-1,3)$

$\because$ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$　$\therefore$　$x=0$， $y=5$　$\Rightarrow$　即 $D(0,5)$

SOL 二：

平行四邊形對角線互相平分 $\Rightarrow \begin{cases}1+4=5+x\\ 2+1=-2+y\end{cases},(x,y)=(0,5)$

(　　) 2. 設 $\overrightarrow{a}=(2,-4)$， $\overrightarrow{b}=(-5,8)$，且 $3(5\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{v})-4(3\overrightarrow{v}-\overrightarrow{b})=\overrightarrow{0}$，則 $\overrightarrow{v}=$
(1) $(-\frac{5}{3},\frac{14}{3})$　(2) $(\frac{5}{3},-\frac{14}{3})$　(3) $(-\frac{5}{3},-\frac{14}{3})$　(4) $(\frac{5}{3},\frac{14}{3})$　(5) $(2,5)$.

【解答】 2

【解析】 $3(5\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{v})-4(3\overrightarrow{v}-\overrightarrow{b})=\overrightarrow{0}$　$\Rightarrow$　$15\overrightarrow{a}+6\overrightarrow{v}-12\overrightarrow{v}+4\overrightarrow{b}=0$

$\Rightarrow$　$6\overrightarrow{v}=15\overrightarrow{a}+4\overrightarrow{b}=15(2,-4)+4(-5,8)=(10,-28)\Rightarrow$　$\overrightarrow{v}=(\frac{5}{3},-\frac{14}{3})$

(　　) 3. 設兩向量 $\overrightarrow{a}=(1,3)$， $\overrightarrow{b}=(3,-1)$，則 $\left|\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}\right|=$
(1) $2\sqrt{5}$　(2)5　(3) $4\sqrt{3}$　(4) $5\sqrt{2}$　(5) $5\sqrt{3}$.

【解答】 4

【解析】 $\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}=(1,3)+2(3,-1)=(7,1)$，$\left|\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{7^2+1^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

(　　) 4. $A(-3,2)$， $B(1,-1)$， $C(7,-3)$，若 $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$，則 P 之坐標為
(1) $(-6,3)$　(2) $(-\frac{3}{2},\frac{3}{4})$　(3) $(\frac{3}{4},-\frac{3}{2})$　(4) $(\frac{3}{2},-\frac{3}{4})$　(5) $(6,-3)$.

【解答】 4

【解析】 設 $P(x,y)$， $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=(-3-x,2-y)+2(1-x,-1-y)+(7-x,-3-y)$

$=(6-4x,-3-4y)=(0,0)$，$(x,y)=(\frac{3}{2},-\frac{3}{4})$

(　　) 5. 設在平面上若 $\overrightarrow{OA}=(x,5)$， $\overrightarrow{OB}=(2,3)$， $\overrightarrow{OC}=(8,x)$（ $x<0$ ）且 A,B,C 三點共線，則 x 的值為　(1) -1　(2) -2　(3) -3　(4) -4　(5) -5 .

【解答】 1

【解析】 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(2-x,-2)$， $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=(8-x,x-5)$

A,B,C 三點共線　$\Leftrightarrow$　$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{AC}$　$\Leftrightarrow$　$\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$

即 $\frac{2-x}{8-x}=\frac{-2}{x-5}$　$\Rightarrow$　$(2-x)(x-5)=-2(8-x)$　$\Rightarrow$　$x^2-5x-6=0$

$\Rightarrow$　$(x-6)(x+1)=0\Rightarrow$　$x=-1$，6（不合　$\because$　$x<0$ ）

二、填充題 （ 每題 10 分 ）

1. 平面上之向量 $\overrightarrow{a}=(2,-3)$， $\overrightarrow{b}=(-1,2)$，若 $5\overrightarrow{u}-3\overrightarrow{v}=-2\overrightarrow{a}$， $2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}=\overrightarrow{b}$，則 $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}=$______________ .

【解答】 $(4,-2)$

【解析】 $\begin{cases} 5\overrightarrow{u}-3\overrightarrow{v}=-2\overrightarrow{a} & \cdots\cdots ① \\ 2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}=\overrightarrow{b} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

$② \times 3-①$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{u}=3\overrightarrow{b}+2\overrightarrow{a}$

代入② $\Rightarrow$ $\overrightarrow{v}=4\overrightarrow{a}+5\overrightarrow{b}$

$\therefore$ $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}=6\overrightarrow{a}+8\overrightarrow{b}=(12,-18)+(-8,16)=(4,-2)$

2. $\triangle ABC$ 中， $A(0,3)$， $B(-1,-1)$， $C(-2,4)$，則 $\triangle ABC$ 之重心坐標為______________ .

【解答】 $(-1,2)$

【解析】 重心為 $(\frac{0+(-1)+(-2)}{3},\frac{3+(-1)+4}{3})=(-1,2)$

3. 設 $\overrightarrow{a}=(x+y-2,3x+y-1)$， $\overrightarrow{b}=(2x+3y,x-2y+1)$，若 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{b}$，則數對 $(x,y)=$______________ .

【解答】 $(10,-6)$

【解析】 $(x+y-2,3x+y-1)=(2x+3y,x-2y+1)$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} x+y-2=2x+3y \\ 3x+y-1=x-2y+1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x=10$， $y=-6$，$\therefore$ $(x,y)=(10,-6)$

4. 設 $\overrightarrow{a}=(1,-1)$， $\overrightarrow{b}=(-2,3)$ 且 $2(\overrightarrow{x}+3\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a})+3(\overrightarrow{x}+2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=4(3\overrightarrow{b}+2\overrightarrow{a})-5\overrightarrow{x}$，則 $\overrightarrow{x}=$______________ .

【解答】 $(-\frac{7}{5},\frac{23}{10})$

【解析】 $2(\overrightarrow{x}+3\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a})+3(\overrightarrow{x}+2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b})=4(3\overrightarrow{b}+2\overrightarrow{a})-5\overrightarrow{x}$

$\Rightarrow$ $2\overrightarrow{x}+6\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{a}+3\overrightarrow{x}+6\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}=12\overrightarrow{b}+8\overrightarrow{a}-5\overrightarrow{x}$

$\Rightarrow$ $10\overrightarrow{x}=9\overrightarrow{b}+4\overrightarrow{a}=9(-2,3)+4(1,-1)=(-14,23)$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{x}=(-\frac{7}{5},\frac{23}{10})$

5. 設 $\overrightarrow{a}=(1+3t,4+t)$， $\overrightarrow{b}=(5,-2)$，已知 $\overrightarrow{a}\,//\,\overrightarrow{b}$，求實數 $t=$______________ .

【解答】 -2

【解析】 $\overrightarrow{a}\,//\,\overrightarrow{b}$ $\Rightarrow$ $\frac{1+3t}{5}=-\frac{4+t}{2}$ $\Rightarrow$ $-2-6t=20+5t$

$\Rightarrow$ $-11t=22$ $\Rightarrow$ $t=-2$

6. 設 $\overrightarrow{a}=(4,\ \ 1)$， $\overrightarrow{b}=(3,\ \ 5)$， t 為實數，已知 $(\overrightarrow{a}-t\overrightarrow{b})\perp\overrightarrow{b}$，求 t 之值.

【解答】 $t=\frac{1}{2}$

【解析】 $\overrightarrow{a}-t\overrightarrow{b}=(4-3t,\ \ 1-5t)$，

$(\overrightarrow{a}-t\overrightarrow{b})\cdot\overrightarrow{b}=3(4-3t)+5(1-5t)=0$ 時，$t=\dfrac{1}{2}$.

7. 設 $O(0,0)$， $A(2,1)$， $B(-1,-2)$， $C(-1,0)$， $x\in\boldsymbol{R}$，若 $(x^2-3x+2)\overrightarrow{OA}+(x-1)\overrightarrow{OB}+(x^2-2x+1)\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{0}$，則 x 之值爲__________．（有兩解）

【解答】 1 或 4

【解析】 $\overrightarrow{OA}=(2,1)$， $\overrightarrow{OB}=(-1,-2)$， $\overrightarrow{OC}=(-1,0)$

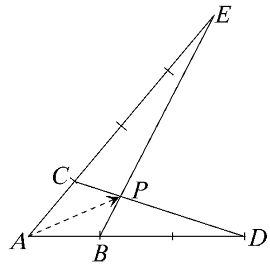
$(x^2-3x+2)\overrightarrow{OA}+(x-1)\overrightarrow{OB}+(x^2-2x+1)\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{0}$

$\Rightarrow\quad (2x^2-6x+4-x+1-x^2+2x-1,x^2-3x+2-2x+2+0)=\overrightarrow{0}$

$\Rightarrow\quad (x^2-5x+4,x^2-5x+4)=(0,0)$

$\therefore\quad x^2-5x+4=0\quad\Rightarrow\quad(x-1)(x-4)=0\quad\Rightarrow\quad x=1$ 或 4

8. 於△ ABC 中，延長 $\overrightarrow{AB}$ 使 $\overline{AD}=3\overline{AB}$，延長 $\overrightarrow{AC}$ 使 $\overline{AE}=4\overline{AC}$， $\overline{CD}$ 與 $\overline{BE}$ 相交於 P，若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，則 $(x,y)=$__________．



【解答】 $(\dfrac{9}{11},\dfrac{8}{11})$

【解析】 坐標化， $A(0,0)$， $B(1,0)$， $C(0,1)\quad\Rightarrow\quad D(3,0)$， $E(0,4)$

$\overleftrightarrow{CD}:\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}=1\quad\Rightarrow\quad x+3y=3$

$\overleftrightarrow{BE}:\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{4}=1\quad\Rightarrow\quad 4x+y=4$

解之得 $x=\dfrac{9}{11}$， $y=\dfrac{8}{11}$，即 $\overrightarrow{AP}=(\dfrac{9}{11},\dfrac{8}{11})=\dfrac{9}{11}(1,0)+\dfrac{8}{11}(0,1)=\dfrac{9}{11}\overrightarrow{AB}+\dfrac{8}{11}\overrightarrow{AC}$

9. 在△ DEF 中， $D(\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{3})$， $E(\dfrac{11}{3},\dfrac{4}{3})$，重心 $G(3,3)$，則 F 之坐標爲__________．

【解答】 $(5,7)$

【解析】 $D(\dfrac{1}{3},\dfrac{2}{3})$， $E(\dfrac{11}{3},\dfrac{4}{3})$，設 $F(x,y)$，重心 $G(3,3)$

$\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{11}{3}+x}{3}=3$ 且 $\dfrac{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}+y}{3}=3\Rightarrow\quad F(x,y)=(5,7)$

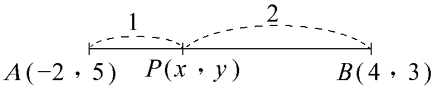
10. 設 $A(-2,5)$， $B(4,3)$， P 在直線 AB 上且 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:2$，則 P 之坐標爲__________．（兩解）

【解答】 $(0,\dfrac{13}{3})$ 或 $(-8,7)$

【解析】

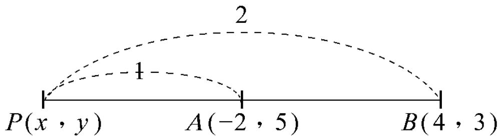
設 $P(x,y)$

①若 P 爲內分點， $\overline{AP}:\overline{PB}=1:2$，則 $\begin{cases}x=\dfrac{1\times4+2\times(-2)}{3}=0\\ y=\dfrac{1\times3+2\times5}{3}=\dfrac{13}{3}\end{cases}$



②若 P 爲外分點，$\overline{AP}:\overline{PB}=1:2$ 則 $\overline{AP}:\overline{AB}=1:1$

$$\therefore \begin{cases} -2=\dfrac{1\times 4+1\times x}{2} \\ 5=\dfrac{1\times 3+1\times y}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-8 \\ y=7 \end{cases}$$



$\therefore$ P 點坐標爲 $(0,\dfrac{13}{3})$ 或 $(-8,7)$

11. 設 $\overrightarrow{a}=(1,1)$，$\overrightarrow{b}=(2,3)$，$\overrightarrow{c}=(-4,-7)$，存在實數 r，s 使得 $\overrightarrow{c}=r\overrightarrow{a}+s\overrightarrow{b}$，則數對 $(r,s)=$____________．

【解答】 $(2,-3)$

【解析】 $\overrightarrow{c}=r\overrightarrow{a}+s\overrightarrow{b} \Rightarrow (-4,-7)=r(1,1)+s(2,3)=(r+2s,r+3s)$

$$\begin{cases} r+2s=-4 \\ r+3s=-7 \end{cases} \therefore \begin{cases} r=2 \\ s=-3 \end{cases}$$

13. 若 $A(3,2)$，$B(5,-1)$，$C(-1,4)$，已知 $2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，則 D 坐標爲____________．

【解答】 $(3,-2)$

【解析】 設 $D(x,y)$，則 $2\overrightarrow{AB}=2(2,-3)=(4,-6)$，$\overrightarrow{CD}=(x+1,y-4)$

$2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD} \Rightarrow (4,-6)=(x+1,y-4)$

$\begin{cases} x+1=4 \\ y-4=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$，即 D 坐標爲 $(3,-2)$

14. 若 $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}=(2,3)$ 且 $3\overrightarrow{u}+2\overrightarrow{v}=(-1,-2)$，求 $\overrightarrow{u}=$___________．與 $\overrightarrow{v}=$___________．

【解答】 $\overrightarrow{u}=(-5,-8)$，$\overrightarrow{v}=(7,11)$

【解析】 $\begin{cases} \overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}=(2,3) & \cdots\cdots ① \\ 3\overrightarrow{u}+2\overrightarrow{v}=(-1,-2) & \cdots\cdots ② \end{cases}$，由② − ①×2 得 $\overrightarrow{u}=(-5,-8)$，代入①得 $\overrightarrow{v}=(7,11)$

15. 坐標平面上，A，B，C，D 爲某平行四邊形的頂點，已知 $A(2,\ -7)$，$B(-3,\ 0)$，$C(-4,\ 3)$，求 D 點的坐標. _________________________．（三解）

【解答】 (1) $D(1,\ -4)$；(2) $D(3,\ -10)$；(3) $D(-9,\ 10)$

【解析】

A，B，C 三點固定時，點 D 有三個可能位置使 A，B，C，D 形成平行四邊形.

(1) 平行四邊形 $ABCD$ 時，$D(1,\ -4)$.

(2) 平行四邊形 $ACBD$ 時，$D(3,\ -10)$.

(3) 平行四邊形 $ABDC$ 時，$D(-9,\ 10)$