高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.06.11					
範圍	3-1 弧度與面積	班級		姓名	
		座號			

一、多選題 (每題 10 分)

( ) 1.下列何者有意義? (1) $\cos 0$ (2) $\tan\frac{\pi}{2}$ (3) $\csc\pi$ (4) $\cot\frac{3\pi}{2}$ (5) $\sec 4\pi$.

解答 145

解析 (1)○： $\cos 0=1$ (2)╳ (3)╳ (4)○： $\cot\frac{3\pi}{2}=0$ (5)○： $\sec 4\pi=\sec 0=1$

( ) 2.選出正確者：

(1)存在某一銳角θ，使得$\sin\theta=\frac{5}{4}$， $\csc\theta=\frac{4}{5}$

(2)半徑 2 的圓上，弧長為 2 的弧所對的圓心角為 1 弧度

(3) $\sin\pi+\sin 2\pi+\sin 3\pi+\cdots+\sin 10\pi=0$

(4)若$\theta=-1000°$則$\sqrt{1+\tan^2\theta}=\sec\theta$

(5)設θ為銳角，則$\log\sin\theta+\log\csc\theta=0$.

解答 2345

解析 (1)╳： $|\sin\theta|\le 1$ (2)○ (3)○： $\sin\pi=\sin 2\pi=\cdots=\sin 10\pi=0$

(4)○： $\sec(-1000°)=\sec 1000°=\sec 280°>0$ $\therefore\sqrt{1+\tan^2\theta}=\sec\theta$

(5)○： $\log\sin\theta+\log\csc\theta=\log(\sin\theta\cdot\csc\theta)=\log 1=0$

( ) 3.下列各敘述何者為真?

(1) $2003°>2003$ 弧度 (2) $\sin 1>\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{2}>\cos\frac{5\pi}{6}$ (4) $\sec 1>1$.

解答 234

解析 (1)╳ (2)○： $\sin 1\fallingdotseq\sin 57°>\sin 30°=\frac{1}{2}$ (3)○： $\cos\frac{5\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}<-\frac{1}{2}$ (4)○

( ) 4.下列選項何者正確？ (1) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$ (2) $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$

(3) $\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=\tan\theta$ (4) $\sin\frac{3\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ (5) $\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$.

解答 24

解析 (1) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos(90°+\theta)=-\sin\theta$. (2) $\sin(\pi+\theta)=\sin(180°+\theta)=-\sin\theta$.

(3) $\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)=\tan(270°-\theta)=\cot\theta$. (4) $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\sin 135°=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$(5)\cos\left(-\dfrac{4\pi}{3}\right)=\cos\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)=\cos\left(\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\cos\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{1}{2}$.

二、填充題 （每 10 分 共 0 分）

1. 設圓的半徑為 r ，圓心角 θ 所對之弧長為 3π ，且其所張之扇形面積為 18π ，則 (1) $r=$______，(2) $\theta=$______ .

解答 (1) 12 ;(2) $\dfrac{\pi}{4}$

解析 $A=\dfrac{1}{2}rs\Rightarrow 18\pi=\dfrac{1}{2}r\times 3\pi\Rightarrow r=12$; $\theta=\dfrac{s}{r}=\dfrac{3\pi}{12}=\dfrac{\pi}{4}$.

2. 求下列各三角函數值：

(1) $\sin\dfrac{\pi}{4}=$______ (2) $\sin\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)=$______ (3) $\sin 10\pi=$______

(4) $\sin\dfrac{5\pi}{3}=$______ (5) $\sin\dfrac{7\pi}{12}=$______ (6) $\sin\dfrac{100\pi}{3}=$______ .

解答 (1) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;(2) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;(3) 0 ;(4) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;(5) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$;(6) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

解析 (1) $\sin\dfrac{\pi}{4}=\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $\sin\left(-\dfrac{3\pi}{4}\right)=-\sin\dfrac{3\pi}{4}=-\sin\left(\pi-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3) $\sin 10\pi=\sin 2\pi=0$

(4) $\sin\dfrac{5\pi}{3}=\sin\left(2\pi-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\sin\dfrac{7\pi}{12}=\sin(\pi-\dfrac{5\pi}{12})=\sin\dfrac{5\pi}{12}=\sin 75^\circ=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(6) $\sin\dfrac{100\pi}{3}=\sin\left(33\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{3}=-\sin 60^\circ=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

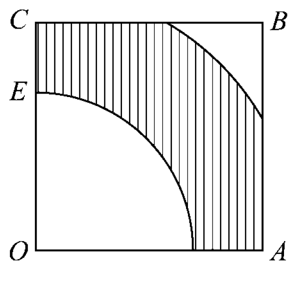
3. 已知△ ABC 的三內角度量成等差，其最小角與最大角分別以度度量與弧度量表出之值，其比數為 60 ： π ，求三內角為______ .

解答 $\dfrac{\pi}{6}$ ， $\dfrac{\pi}{3}$ ， $\dfrac{\pi}{2}$

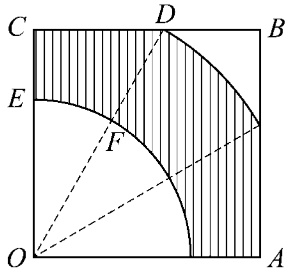
解析 設三內角之弳度量為 $a-d$ ， a ， $a+d$ （ $a>d>0$ ），則 $(a-d)+a+(a+d)=\pi\Rightarrow a=\dfrac{\pi}{3}$

由已知 $\dfrac{(a-d)\times\dfrac{180}{\pi}}{a+d}=\dfrac{60}{\pi}\Rightarrow(a-d)\times 3=a+d\ \therefore d=\dfrac{1}{2}a=\dfrac{\pi}{6}$ $\therefore$ 三內角為 $\dfrac{\pi}{6}$ ， $\dfrac{\pi}{3}$ ， $\dfrac{\pi}{2}$.

4. 如圖，以 O 為圓心，各作二個 $\dfrac{1}{4}$ 圓，半徑各為 5 公分、3 公分，正方形 $OABC$ 之邊長為 $\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$ 公分，則陰影部分之面積為______平方公分 .

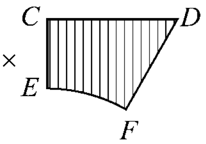


解答 $\dfrac{25\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\pi}{6}$

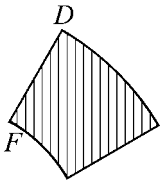


解析 $\overline{OD}=5$，$\overline{OC}=\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$

於△OCD 中，$\overline{CD}=\sqrt{5^2-\left(\dfrac{5}{2}\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{5}{2}$

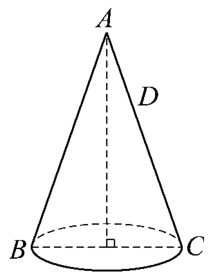
$2\times$  $=2($ △$OCD-$▽$OEF)$

$$=2\left(\frac{1}{2}\times\frac{5\sqrt{3}}{2}\times\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\times3^2\times\frac{\pi}{6}\right)=\frac{25\sqrt{3}}{4}-\frac{3\pi}{2}$$

 $=\dfrac{1}{2}\times5^2\times\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{1}{2}\times3^2\times\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{4\pi}{3}$

所求$=\dfrac{25\sqrt{3}}{4}-\dfrac{3\pi}{2}+\dfrac{4\pi}{3}=\dfrac{25\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\pi}{6}$.

5. 如圖為一直圓錐，$\overline{AB}=12$，$\overline{BC}=6$，$\overline{AD}=4$，C 處有一螞蟻沿錐面爬行，求：

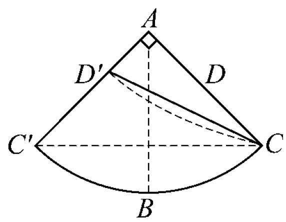


(1)繞一圈回到 C 處，最短路線長為____________，

(2)繞一圈回到 D 處，最短路線長為____________ .

解答 (1)$12\sqrt{2}$;(2) $4\sqrt{10}$

解析 今沿斜高 $\overline{AC}$ 將此圓錐剪開展成一扇形，如下圖



(1)以 C 、C' 之連線段為最短，而錐底之圓周長＝扇形之弧長

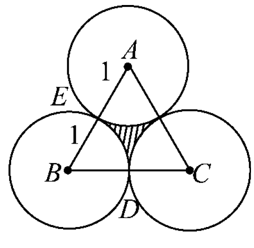
$\therefore 6\pi=12\theta\Rightarrow\ \theta=\dfrac{\pi}{2}$（扇形之圓心角）

△ ACC' 為直角三角形 $\overline{CC'}^2=\overline{AC}^2+\overline{AC'}^2=12^2+12^2$ $\therefore\overline{CC'}=12\sqrt{2}$.

(2)以 C 、D' 之連線段為最短

$\therefore\overline{CD'}^2=\overline{AD'}^2+\overline{AC}^2=4^2+12^2=160$ $\therefore\overline{CD'}=4\sqrt{10}$.

6. 如圖，設半徑為 1 的三個圓互相外切，則



(1)此三個圓間所圍區域的面積為____________，(2)周長為____________ .

解答 (1) $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{2}$;(2) π

解析　半徑爲 1 的三個圓圓心所連成的三角形 ABC 是正三角形，每邊長爲 2

$\triangle ABC$ 的面積爲 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2=\sqrt{3}$ ，圓心 $\angle ABC$ 爲 $\dfrac{\pi}{3}$ ，扇形 BDE 的面積 $\dfrac{1}{2}\times(1)^2\times\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{6}$

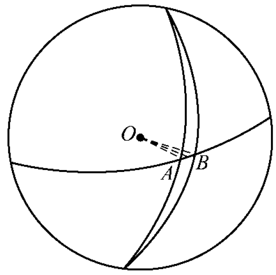
所求斜線區域的面積爲 $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{6}\times 3=\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{2}$

所求斜線區域的周長爲 $3\left(1\times\dfrac{\pi}{3}\right)=\pi$ ．

7. 設地球半徑爲月球之 4 倍，若地球赤道上相距 110 公里之二點與地心連線的夾角爲1°，則：

(1)地球半徑=____________公里．

(2)問月球赤道上相距 220 公里之二點與月心連線的夾角爲若干弧度？______．

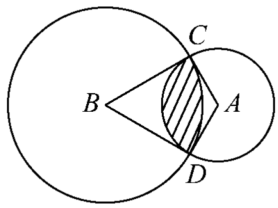


解答　(1) $\dfrac{19800}{\pi}$； (2) $\dfrac{2\pi}{45}$

解析　(1)設地球之半徑爲 R ，因 $S=R\theta\Rightarrow R=\dfrac{110}{1\times\dfrac{\pi}{180}}=\dfrac{19800}{\pi}$（公里）．

(2)月球半徑 $R'=\dfrac{R}{4}=\dfrac{19800}{4\pi}\Rightarrow\theta'=\dfrac{S'}{R'}=\dfrac{220}{\dfrac{19800}{4\pi}}=\dfrac{2\pi}{45}$ ．

8. 如圖，點 A 與點 B 爲兩圓之圓心，若圓 A 之半徑爲 1 公分， $\angle CAD=120^\circ$ ， $\angle CBD=60^\circ$ ，則斜線區域之面積爲____________平方公分．

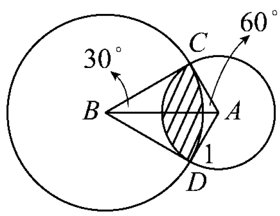


解答　$\dfrac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$

解析　由右圖 $\because\angle CAB=60^\circ$ ， $\angle CBA=30^\circ$ 　$\therefore\angle BCA=\angle BDA=90^\circ$

又 $\overline{AC}=1$ 　$\therefore\overline{BC}=\sqrt{3}$

所求 $=\dfrac{1}{2}\times\left(\sqrt{3}\right)^2\times\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{1}{2}\times 1^2\times\dfrac{2\pi}{3}-2\times\dfrac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}=\dfrac{5\pi}{6}-\sqrt{3}$ ．



9. 求下列各式之值：

(1) $\dfrac{\sin(\pi-\theta)}{\sin(\theta-2\pi)}+\dfrac{\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)}{\cot(\pi+\theta)}-\dfrac{\sin\left(\theta-\dfrac{3\pi}{2}\right)}{\cos(\pi-\theta)}=$ ____________．

(2) $\dfrac{\sin(\pi-\theta)\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\cos(2\pi-\theta)}{\tan(\pi+\theta)\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\sin^2\theta}=$ ____________．

(3) $\cos\dfrac{3\pi}{4}\tan\dfrac{\pi}{6}+\tan\dfrac{2\pi}{3}\cot\dfrac{21\pi}{4}=$____________．

解答　(1)3; (2)1; (3) $-\dfrac{\sqrt{6}}{6}-\sqrt{3}$

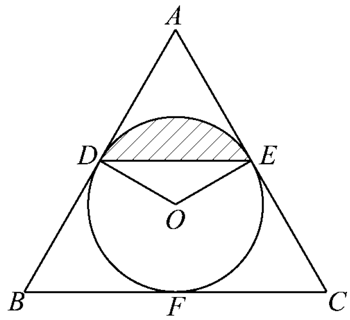
解析 (1)原式$=\dfrac{\sin(\pi-\theta)}{-\sin(2\pi-\theta)}+\dfrac{\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{\cot(\pi+\theta)}-\dfrac{-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)}{\cos(\pi-\theta)}$

$=\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta}+\dfrac{\cot\theta}{\cot\theta}-\dfrac{\cos\theta}{-\cos\theta}=1+1+1=3$.

(2)原式$=\dfrac{\sin\theta\cdot\tan\theta\cdot\cos\theta}{\tan\theta\cdot\cot\theta\cdot\sin^2\theta}=\tan\theta\cdot\cot\theta=1$.

(3)原式$=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)\cdot\tan\frac{\pi}{6}+\tan\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\cdot\cot\left(5\pi+\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}\cdot\tan\frac{\pi}{6}+\left(-\tan\frac{\pi}{3}\right)\cdot\cot\frac{\pi}{4}$

$=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\left(-\sqrt{3}\right)\times1=-\dfrac{\sqrt{6}}{6}-\sqrt{3}$.

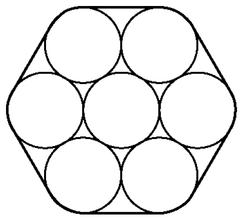


10.如圖△ABC爲一正三角形，其邊長爲 4，圓O爲其內切圓，D，E，F爲其切點，則(1)$\overline{OD}=$__________，(2)又斜線部分的面積爲__________ .

解答 (1)$\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$;(2)$\dfrac{4\pi}{9}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

解析 $\because 3\triangle ABO=\triangle ABC\Rightarrow 4\times\overline{OD}\times\dfrac{1}{2}\times3=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(4)^2\Rightarrow\overline{OD}=\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$

$\therefore$斜線面積$=\left(\dfrac{2}{3}\sqrt{3}\right)^2\pi\times\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{2}{3}\sqrt{3}\right)^2\times\sin120^\circ=\dfrac{4}{9}\pi-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

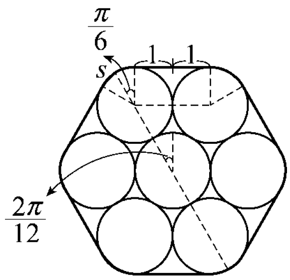


11.包裝七根半徑皆爲 1 的圓柱，其截面如圖所示．試問外圍粗黑線條的長度爲__________ .

解答 $2\pi+12$

解析 $s=r\theta=1\times\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{6}$

$\therefore$黑線條長度$=6\left(\dfrac{\pi}{6}\times2+2\right)=2\pi+12$.



12.長 20 公分之單擺下端在 5 公分長之圓弧上擺動，問：

(1)此圓弧所對中心角的弳度量爲__________

(2)此單擺所經區域的面積爲__________平方公分 .

解答 (1)$\dfrac{1}{4}$;(2)50

解析 (1)$\theta=\dfrac{s}{r}=\dfrac{5}{20}=\dfrac{1}{4}$ (2)$A=\dfrac{1}{2}20^2\times\dfrac{1}{4}=50$平方公分 .

13.設θ與-55（弧度）爲同界角，且$0\le\theta<2\pi$，求$\theta=$__________弧度 .

解答 $-55+18\pi$

解析 $3.14\times18=56.52\Rightarrow -55=(-3.14)\times18+1.52$，$\therefore\theta=-55+18\pi$.

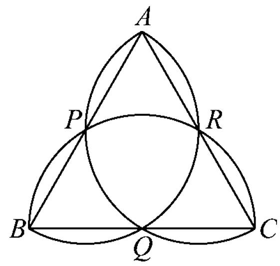
14.下表是度與弧度的換算，請完成下表．

度	0°	30°	45°		90°		135°	150°			360°
弧度	0		$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$		$\dfrac{2\pi}{3}$			π	$\dfrac{3\pi}{2}$	

解答

度	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
弧度	0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{3\pi}{4}$	$\dfrac{5\pi}{6}$	π	$\dfrac{3\pi}{2}$	2π

15.如圖：$\triangle ABC$ 是邊長 20 的正三角形，弧 AB、BC、CA 各以 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{CA}$ 爲直徑的半圓，則

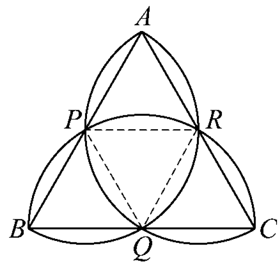


(1)區域 PQR 的面積爲____________．

(2)區域 $APBQCR$ 所圍的面積爲____________．

解答 (1) $50\left(\pi-\sqrt{3}\right)$;(2) $100\pi-50\sqrt{3}$

解析 設弓形面積 x



(1)半圓 $\overset{\frown}{APQC}$ 之面積 $=3$ 弓形 $+3\triangle APR$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\pi\times 10^2\right)=3\left(x+\frac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2\right)\ \Rightarrow x=25\left(\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}\right)$$

區域 PQR 面積 $=3$ $+\triangle PQR=3\times x+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2=50\left(\pi-\sqrt{3}\right)$．

(2)區域 $APBQCR$ 之面積 $=6$ $+\triangle ABC=6\times 25\left(\dfrac{2\pi}{3}-\sqrt{3}\right)+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 20^2=100\pi-50\sqrt{3}$．

16.設一扇形之面積爲 $\dfrac{15}{4\pi}$，其周長爲 $\dfrac{5}{2}+\dfrac{6}{\pi}$，若中心角 θ（$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$），半徑 r，則

(1) $\theta=$____________，(2) $r=$____________．

解答 (1) $\theta=\dfrac{24}{5\pi}$;(2) $\dfrac{5}{4}$ 或 $\dfrac{3}{\pi}$

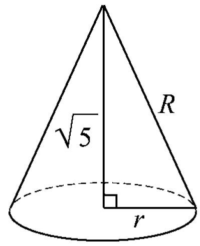
解析 由題意知 $\begin{cases}\dfrac{1}{2}rs=\dfrac{15}{4\pi}\cdots ① \\ 2r+s=\dfrac{5}{2}+\dfrac{6}{\pi}\cdots ②\end{cases}$

由② $s=\dfrac{5}{2}+\dfrac{6}{\pi}-2r$ 代入① $\Rightarrow 2r^2-\left(\dfrac{5}{2}+\dfrac{6}{\pi}\right)r+\dfrac{15}{2\pi}=0\Rightarrow\left(2r-\dfrac{5}{2}\right)\left(r-\dfrac{3}{\pi}\right)=0$

$\Rightarrow r=\dfrac{5}{4}$ 或 $r=\dfrac{3}{\pi}$，$\theta=\dfrac{15}{2\pi r^2}\Rightarrow\theta=\dfrac{24}{5\pi}$ 或 $\theta=\dfrac{5\pi}{6}$（不合）．

17.一圓錐之高為 $\sqrt{5}$，體積為 $\dfrac{4\sqrt{5}\pi}{3}$，若將此圓錐體剪開成一扇形，求此扇形之

(1)半徑 $R=$__________，(2)弧長=__________，(3)面積=__________．（錐體體積 $=\dfrac{1}{3}\times$ 底面積 $\times$ 高）



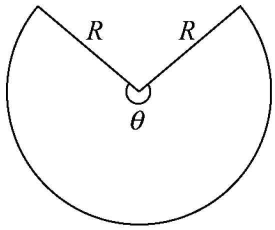
解答 (1)3;(2) $\dfrac{4\pi}{3}$;(3) 6π

解析 令圓錐底之半徑為 r，$\dfrac{4\sqrt{5}\pi}{3}=\dfrac{\pi}{3}r^2\times\sqrt{5}\Rightarrow r^2=4\Rightarrow r=2$

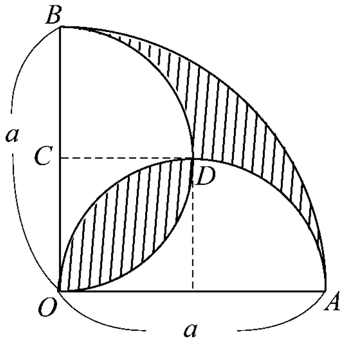
$$R=\sqrt{2^2+\left(\sqrt{5}\right)^2}=3$$

$$S=2\pi\times 2=4\pi，\ \theta=\frac{S}{R}=\frac{4\pi}{3}$$

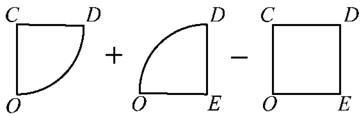
$$A=\frac{1}{2}R^2\theta=\frac{1}{2}\times 3^2\times\frac{4\pi}{3}=6\pi\ .$$



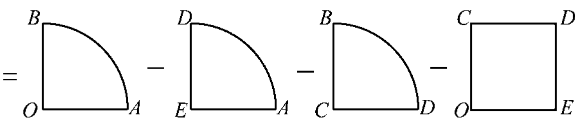
18.如圖，以 $\overline{OA}=\overline{OB}=a$ 為直徑在 $\dfrac{1}{4}$ 圓 OAB 內部各作半圓，求斜線部分之面積為____________．



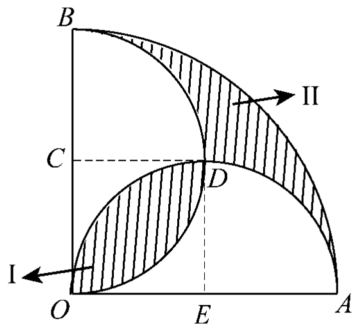
解答 $\left(\dfrac{\pi-2}{4}\right)a^2$

解析 I = 

$$=2\times\frac{1}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{(\pi-2)a^2}{8}$$

II = 

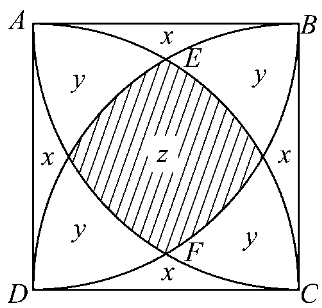
$$=\frac{1}{4}a^2\pi-2\times\frac{1}{4}\left(\frac{a}{2}\right)^2\pi-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{(\pi-2)a^2}{8}$$



$\therefore$ 斜線部分之面積為 $\left(\dfrac{\pi-2}{8}\right)a^2+\left(\dfrac{\pi-2}{8}\right)a^2=\left(\dfrac{\pi-2}{4}\right)a^2$ ．

19.邊長為 a 之正方形，以各頂點為圓心，邊長為半徑，各向圓內部作一圓弧（如下圖），則：(1)此圓弧圍成之圖形之面積為____________．

(2) $\overline{EF}$ 長度為____________．



解答 (1) $\left(1-\sqrt{3}+\dfrac{\pi}{3}\right)a^2$;(2) $\left(\sqrt{3}-1\right)a$

解析 (1) $4x+4y+z=a^2\cdots①$

$$2x+3y+z=\frac{1}{4}\times\pi\times a^2=\frac{\pi}{4}a^2\cdots②$$

$$x+2y+z=\frac{1}{6}\text{圓面積}\times2-\text{三角形面積}(\triangle CDE)=\frac{1}{6}\times\pi\times a^2\times2-\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\cdots③$$

解①②③得 $z=\left(1-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)a^2$

(2) $\overline{EF}=\left(E\text{ 到 }\overline{DC}\text{ 之距離}\right)+\left(F\text{ 到 }\overline{AB}\text{ 之距離}\right)-\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}a+\frac{\sqrt{3}}{2}a-a=\left(\sqrt{3}-1\right)a$.

20.設一扇形的中心角爲 $\frac{\pi}{3}$，若此扇形之面積爲 A，內切圓之面積爲 B，則 $A:B=$____________ .

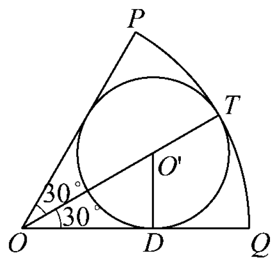
解答 $3:2$

解析 作圖如下，則△$OO'D$ 爲 $30-60-90$，$\therefore\overline{OO'}=2\overline{O'D}$

設 $\overline{OT}=R$，$\overline{O'T}=r$，

於△$OO'D$ 中，$\because\overline{OO'}:\overline{O'D}=2:1\Rightarrow R-r:r=2:1\Rightarrow R=3r$

$\therefore A:B=\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{3}R^2:\pi r^2=\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{3}(3r)^2:\pi r^2=3:2$.



21.已知一扇形之周長爲 40 公分，今欲得最大之扇形面積，則
(1)其半徑爲__________公分, (2)此時其面積爲__________平方公分, (3)又中心角爲__________弧度.

解答 (1)10;(2)100;(3)2

解析 由題意得 $2r+\theta r=40$，由算數平均 ≥ 幾何平均，得 $\frac{2r+\theta r}{2}\geq\sqrt{2\theta r^2}$

$400\geq2\theta r^2\Rightarrow100\geq\frac{1}{2}\theta r^2$，$\therefore$最大面積爲 100，此時 $2r=\theta r=20\Rightarrow r=10$，$\theta=2$

$\therefore$半徑爲 10 公分，面積最大爲100 平方公分，中心角爲 2 弧度 .

22.設一扇形的面積爲一定值 k，當其圓心角 $\theta=\alpha$，半徑 $r=r_0$ 時，扇形的周長爲最小，其值爲 l，試求
(1) $\alpha=$____________，(2) $r_0=$____________，(3) $l=$____________ .

解答 (1)2;(2) $\sqrt{k}$;(3) $4\sqrt{k}$

解析 由題意得 $\frac{1}{2}r^2\theta=k\cdots①$

扇形的周長 $=2r+r\theta\geq2\sqrt{2r\times r\theta}=2\sqrt{4k}=4\sqrt{k}$

等號“$=$”成立 $\Leftrightarrow 2r=r\theta$，$\therefore\theta=2$ 代入①得 $r^2=k$

$\therefore r=\sqrt{k}$ 即 $l=4\sqrt{k}$，$\alpha=2$，$r_0=\sqrt{k}$.