

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.05.11				
範圍	2-3	班級		姓名
	簡易測量與查表	座號		

一、填充題 (每題 10 分)

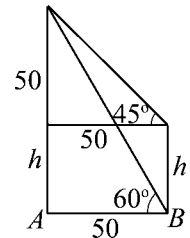
1. 已知 A 商業大樓與 B 立體停車場相距 50 公尺，今在商業大樓的樓頂處，分別測得停車場頂端和一樓底的俯角各為 45° 和 60° ，則此立體停車場的高度是_____公尺。

解答 $50(\sqrt{3}-1)$

解析

設停車場高度為 h 公尺，由圖 $\Rightarrow \frac{50+h}{50} = \frac{\sqrt{3}}{1}$ ，

$\therefore 50+h = 50\sqrt{3}$ ， $\therefore h = 50(\sqrt{3}-1)$ (公尺)。



2. 平面上有一個正三角形 ABC ，其內心為 P ，邊長為 100 公尺。今在 P 點直立一個旗桿，其頂點為 T ，已知由 A 點測得桿頂的仰角是 30° ，則：

- (1) \overline{AP} = _____ 公尺。(2) 旗桿高 = _____ 公尺。(3) \overline{AT} = _____ 公尺。

若在 \overline{AP} 上找一點 Q ，測得桿頂 T 的仰角為 60° ，則：

- (4) \overline{QT} = _____ 公尺。(5) $\overline{AQ} : \overline{QP}$ = _____。

解答 (1) $\frac{100\sqrt{3}}{3}$; (2) $\frac{100}{3}$; (3) $\frac{200}{3}$; (4) $\frac{200\sqrt{3}}{9}$; (5) 2:1

解析

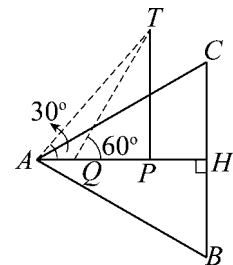
(1) $\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 100 = 50\sqrt{3}$ $\therefore \overline{AP} = \frac{2}{3}\overline{AH} = \frac{2}{3} \cdot 50\sqrt{3} = \frac{100\sqrt{3}}{3}$

(2) $\tan 30^\circ = \frac{\overline{PT}}{\overline{AP}} \Rightarrow$ 旗桿高 $\overline{PT} = \overline{AP} \cdot \tan 30^\circ = \frac{100}{3}$

(3) $\csc 30^\circ = \frac{\overline{AT}}{\overline{PT}} \Rightarrow \overline{AT} = \overline{PT} \cdot \csc 30^\circ = \frac{200}{3}$

(4) $\csc 60^\circ = \frac{\overline{QT}}{\overline{PT}} \Rightarrow \overline{QT} = \overline{PT} \cdot \csc 60^\circ = \frac{100}{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{200\sqrt{3}}{9}$

(5) $\overline{QP} = \frac{1}{2}\overline{QT} = \frac{100\sqrt{3}}{9}$ $\therefore \overline{AQ} : \overline{QP} = \left(\frac{100\sqrt{3}}{3} - \frac{100\sqrt{3}}{9} \right) : \frac{100\sqrt{3}}{9} = 2:1$ 。



3. 海中有一小島，某日中午，有一颱風（暴風半徑 350 公里）的中心位置在小島的東南方 1000 公里處，以每小時 25 公里的速度沿著北 $28^\circ 40'$ 西方向前進，若速度方向不變，利用下表函數值計算，則經過_____小時後，小島開始進入暴風圈。

角度	sin	cos
$16^\circ 20'$	0.28	0.96
$28^\circ 40'$	0.48	0.88
45°	0.71	0.71

解答 30

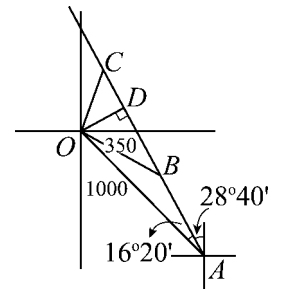
解析 由圖， $\because \overline{OA} = 1000$ ， $\angle OAD = 16^\circ 20'$

$$\cos 16^\circ 20' = \frac{\overline{AD}}{1000} \Rightarrow \overline{AD} = 1000 \cos 16^\circ 20' = 1000 \times 0.96 = 960$$

$$\sin 16^\circ 20' = \frac{\overline{OD}}{1000} \Rightarrow \overline{OD} = 1000 \sin 16^\circ 20' = 1000 \times 0.28 = 280$$

$$\text{由} \triangle OBD, \therefore \overline{BD} = \sqrt{350^2 - 280^2} = 210$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} - \overline{BD} = 960 - 210 = 750, \therefore \text{所求} = \frac{750}{25} = 30 \text{ (小時)} .$$



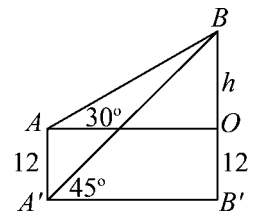
4. 阿龍家的對面新建一棟大樓，爲了估計它的高度，我們從他家的樓底測得對面大樓樓頂的仰角 45° ，又從他家的樓頂測得對面大樓樓頂的仰角 30° ，若阿龍家樓高 12 公尺，對面大樓的高度爲 $a + b\sqrt{3}$ 公尺 (a, b 皆爲整數)，則(1) $a =$ _____, (2) $b =$ _____ .

解答 (1)18;(2)6

解析 由圖 \Rightarrow 令 $\overline{OB} = h \Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{3}h = \overline{A'B'}$

$$\therefore \sqrt{3}h = h + 12 \Rightarrow (\sqrt{3} - 1)h = 12, \therefore h = 6(\sqrt{3} + 1)$$

$$\therefore \text{所求} = \overline{BB'} = 6\sqrt{3} + 6 + 12 = 18 + 6\sqrt{3}, \therefore a = 18, b = 6 .$$



5. 小華在某處測得立於山上之塔的頂點與基底的仰角各爲 45° 及 30° ，又向山走近 30 公尺後，再測得塔頂仰角爲 75° ，則山高 = _____ 公尺 .

解答 $5(3 + \sqrt{3})$

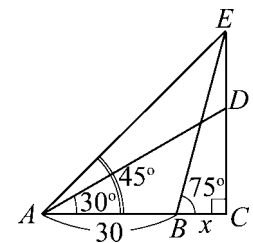
解析 (1) 設 $\overline{BC} = x$ ，則 $\triangle BCE$ 中，

$$\tan 75^\circ = \frac{\overline{CE}}{x} \Rightarrow \overline{CE} = x \tan 75^\circ = (2 + \sqrt{3})x$$

$$(2) \text{ 又 } \overline{AC} = \overline{CE} \Rightarrow 30 + x = (2 + \sqrt{3})x \Rightarrow x = \frac{30}{\sqrt{3} + 1} = 15(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{又 } \overline{AC} = 30 + x = 15(\sqrt{3} + 1) \therefore \text{山高 } \overline{CD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \overline{AC}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times 15(\sqrt{3} + 1) = 5(3 + \sqrt{3}) \text{ (公尺)} .$$

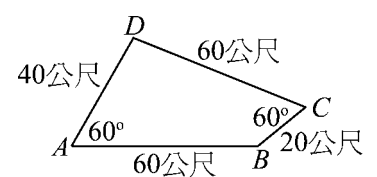


7. 某人有一塊如圖所示的四邊形空地，求此空地的面積爲 _____ 平方公尺 .

解答 $900\sqrt{3}$

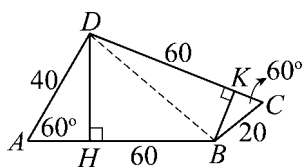
解析 連 \overline{BD} ，作 $\overline{DH} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{BK} \perp \overline{CD}$

$$\triangle ADH \text{ 中 } \sin 60^\circ = \frac{\overline{DH}}{\overline{AD}} \Rightarrow \overline{DH} = \overline{AD} \cdot \sin 60^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$



$$\triangle BCK \text{ 中, } \sin 60^\circ = \frac{BK}{BC} \Rightarrow \overline{BK} = \overline{BC} \cdot \sin 60^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

$$\text{面積公式: } ABCD \text{ 面積} = \triangle ABD + \triangle BCD = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 20\sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 10\sqrt{3} = 900\sqrt{3} .$$



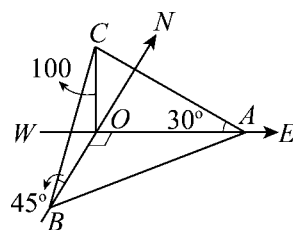
6. 有一塔高 100 公尺，已知有兩棵樹，樹 A 在塔的正東，樹 B 在塔的正南，今有一人由塔頂測得樹 A、B 根處之俯角分別為 30° 、 45° ，則 A、B 兩棵樹的距離為_____公尺。

解答 200

解析 由圖: $\overline{OA} = 100\sqrt{3}$, $\overline{OB} = 100$

$$\Rightarrow \overline{AB}^2 = (100\sqrt{3})^2 + (100)^2 = 100^2(3+1) = 100^2 \times 4$$

$$\therefore \overline{AB} = 200 \text{ (公尺)} .$$



8. 利用下表，求 $\cos 16^\circ 20' + \cot 73^\circ 20' =$ _____ . (2) $\cos 16^\circ 26' =$ _____ .

角度	sin	cos	tan	cot
$16^\circ 00'$.2756	.9613	.2867	3.487
10'	.2784	.9605	.2899	3.450
20'	.2812	.9596	.2931	3.412
30'	.2840	.9588	.2962	3.376
40'	.2868	.9580	.2994	3.340
50'	.2896	.9572	.3026	3.305

解答 (1)1.2590 (2)0.95912

解析 (1)原式 = $0.9596 + \tan 16^\circ 40' = 0.9596 + 0.2994 = 1.2590$.

$$(2) \cos 16^\circ 20' = 0.9596$$

$$\cos 16^\circ 26' = y$$

$$\cos 16^\circ 30' = 0.9588$$

$$\frac{6}{10} = \frac{y - 0.9596}{0.9588 - 0.9596} \Rightarrow y = 0.9596 + \frac{6}{10}(0.9588 - 0.9596) = 0.95912$$

9. 某人在操場 A 點測得旗桿頂仰角 60° ，朝旗桿後退走 10 公尺，到 B 點再測得旗桿頂仰角為 45° ，若要測得旗桿頂仰角為 30° ，問此時他還要再朝旗桿後退_____公尺。

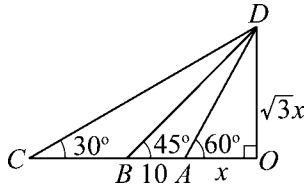
解答 $10\sqrt{3}$

解析 SOL 一：如圖，令 $\overline{OA} = x \Rightarrow \overline{OD} = \sqrt{3}x$

$$\therefore 10 + x = \sqrt{3}x \Rightarrow (\sqrt{3} - 1)x = 10 \therefore x = \frac{10}{\sqrt{3} - 1} = 5(\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{由 } \triangle COD \Rightarrow \overline{OC} = \sqrt{3}(\sqrt{3}x) = 3x$$

$$\therefore \overline{BC} = 3x - (10 + x) = 2x - 10 = 2(5\sqrt{3} + 5) - 10 = 10\sqrt{3} \quad \therefore \text{所求} = 10\sqrt{3} \text{ 公尺.}$$



SOL 二：

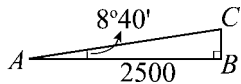
$$\text{高度公式：} \frac{\overline{BC}}{\cot 30^\circ - \cot 45^\circ} = \frac{10}{\cot 45^\circ - \cot 60^\circ} \Rightarrow \overline{BC} = \frac{10(\cot 30^\circ - \cot 45^\circ)}{\cot 45^\circ - \cot 60^\circ} = 10\sqrt{3}$$

10. 位於紐約市的帝國大廈 (Empire State Building) 是目前世界上高度較高的建築之一，每年慕名到樓上觀景的人數超過百萬，附近的哈得森河 (Hudson River) 河上風光旖旎，遊客絡繹不絕。一日，小猴坐在哈得森河的船上，在離帝國大廈最近的地方，測得帝國大廈頂端的仰角為 $8^\circ 40'$ ，根據紐約觀光局的資料哈得森河離帝國大廈地面上最近的距離大約為 2500 公尺，則帝國大廈的高度大約為_____公尺。

角度	sin	cos	tan	cot	sec	csc	
$8^\circ 00'$	0.1392	0.9903	0.1405	7.1154	1.0098	7.1853	$82^\circ 00'$
$10'$	0.1421	0.9899	0.1435	6.9682	1.0102	7.0396	$50'$
$20'$	0.1449	0.9894	0.1465	6.8269	1.0107	6.8998	$40'$
$30'$	0.1478	0.9890	0.1495	6.6912	1.0111	6.7655	$30'$
$40'$	0.1507	0.9886	0.1524	6.5606	1.0116	6.6363	$20'$
$50'$	0.1536	0.9881	0.1554	6.4348	1.0120	6.5121	$10'$
	cos	sin	cot	tan	csc	sec	角度

解答 381

解析 由圖， $\tan 8^\circ 40' = \frac{x}{2500}$ ， $\therefore x = 2500 \times \tan 8^\circ 40' = 2500 \times 0.1524 = 381$ (公尺)。



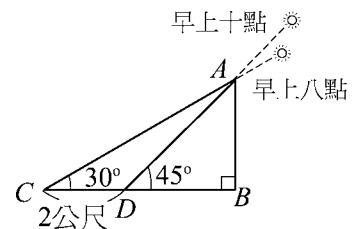
11. 如下圖，一竹竿 \overline{AB} 直立於地面上，早上八點在地面上的影子 \overline{BC} 比十點的影子 \overline{BD} 多 2 公尺，照射角度分別為 30° 、 45° ，問竹竿 \overline{AB} 長是_____公尺。

解答 $\sqrt{3} + 1$

解析 SOL 一

設竹竿 \overline{AB} 之長為 x

$$\triangle ABD \text{ 中, } \angle ADB = 45^\circ \quad \therefore \overline{BD} = x$$



$$\triangle ABC \text{ 中, } \tan 30^\circ = \frac{x}{x+2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \sqrt{3}x = x+2 \quad \therefore x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1 \text{ (公尺) .}$$

SOL 二

$$\text{高度公式: } \overline{AB} = \frac{2}{\cot 30^\circ - \cot 45^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \sqrt{3}+1$$

12. 一漁船在 A 點處測得與遠處山頂之燈塔的仰角為 17° ，朝燈塔行駛 10 哩至 B 點後，側得仰角為 20° ，求此時該漁船距離燈塔_____哩。

(四捨五入法取到小數第一位, $\tan 17^\circ = 0.306$, $\tan 20^\circ = 0.364$)

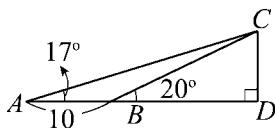
解答 52.8

解析 設漁船距離燈塔 $\overline{BD} = x$ 哩，並設 $\overline{CD} = h$ 哩

$$\triangle ACD \text{ 中 } \tan 17^\circ = \frac{h}{x+10} = 0.306 \Rightarrow h = 0.306(x+10) \cdots (1)$$

$$\triangle BCD \text{ 中 } \tan 20^\circ = \frac{h}{x} = 0.364 \Rightarrow h = 0.364x \cdots (2)$$

(2)代入(1)得 $0.364x = 0.306x + 3.06 \therefore x \doteq 52.8$ (哩) 故此時漁船距離燈塔 52.8 哩。



13. 如圖，甲、乙兩大樓相距 30 公尺，甲大樓高 40 公尺，自甲大樓樓頂看乙大樓樓頂之仰角為 22° ，則乙大樓之高度為_____公尺。

(整數位以下四捨五入, $\sin 22^\circ = 0.3746$, $\cos 22^\circ = 0.9272$, $\tan 22^\circ = 0.4040$)

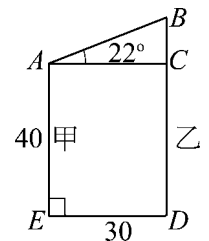
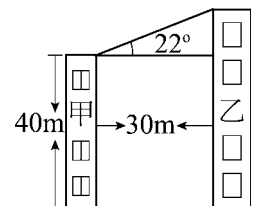
解答 52

解析 如圖，乙大樓之高度 $\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AE} = \overline{BC} + 40$

$$\triangle ABC \text{ 中 } \tan 22^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{30}$$

$$\therefore \overline{BC} = 30 \times \tan 22^\circ = 30 \times 0.4040 = 12.12$$

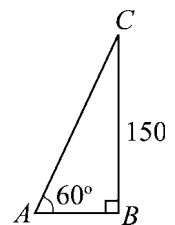
$$\therefore \overline{BD} = 12.12 + 40 \doteq 52 \text{ (公尺) .}$$



14. 某人放風箏，已知風箏的高度為 150 公尺，線與地面成 60° 角，則放出的線長為_____公尺。

解答 $100\sqrt{3}$

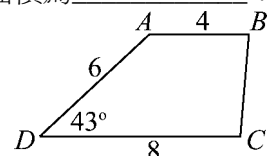
解析 $\sin 60^\circ = \frac{150}{AC} \Rightarrow AC = \frac{150}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 100\sqrt{3}$ (公尺)。



15. 如圖梯形 $ABCD$ ， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{AD} = 6$ ，則梯形 $ABCD$ 的面積為_____。
($\cos 47^\circ = 0.6820$ ， $\sin 47^\circ = 0.7314$)

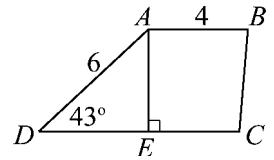
解答 24.6

解析 如圖，作 $\overline{AE} \perp \overline{CD}$ ，則



$$\sin 43^\circ = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \Rightarrow \overline{AE} = \overline{AD} \cdot \sin 43^\circ = 6 \times \cos 47^\circ$$

$$\text{梯形 } ABCD \text{ 面積} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2}(4 + 8) \times 6 \times \cos 47^\circ \approx 24.6 .$$

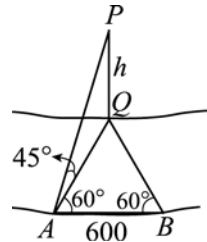


16. 某人隔河測一山高，在 A 點觀測山時，山的方位為東偏北 60° ，山頂的仰角為 45° ，某人自 A 點向東行 600 公尺到達 B 點，山的方位變成在西偏北 60° ，則山有多高？答：_____公尺。

解答 600

解析

$$\begin{aligned} \text{令 } \overline{PQ} = h, \text{ 則 } \overline{AQ} = h \\ \triangle ABQ \text{ 為正三角形,} \\ \overline{AQ} = \overline{QB} = \overline{AB}, \therefore h = 600 . \end{aligned}$$



17. 長為 5 公尺之竹竿，斜靠在垂直地面而高為 3 公尺的牆頭，有部分伸出牆外。假設竹竿與地面夾角為 θ ，竹竿伸出牆外部分（牆的厚度不計）於日正當中時，在地面的影長為 $a \cot \theta + b \cos \theta$ ，其中 a 、 b 為常數，則 $a =$ _____， $b =$ _____。

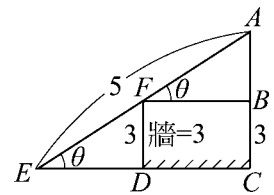
解答 $a = -3$ ， $b = 5$

解析 所求 = $\overline{DC} = \overline{FB}$

$$\triangle AEC \text{ 中, } \sin \theta = \frac{\overline{AC}}{5} \Rightarrow \overline{AC} = 5 \sin \theta, \overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 5 \sin \theta - 3$$

$$\triangle AFB \text{ 中, } \frac{\overline{FB}}{\overline{AB}} = \cot \theta$$

$$\therefore \overline{FB} = \overline{AB} \cot \theta = (5 \sin \theta - 3) \cot \theta = 5 \cos \theta - 3 \cot \theta = \overline{DC}, \therefore a = -3, b = 5 .$$



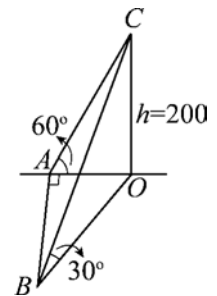
18. 在塔的正西 A 點，測得塔頂的仰角是 60° ，在 A 的正南 B 點，測得塔頂的仰角是 30° ，若塔高 200 公尺，則 A 與 B 的距離為_____。

解答 $\frac{400\sqrt{6}}{3}$

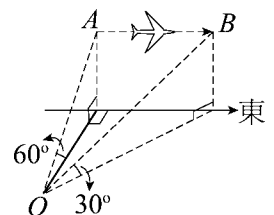
解析 $\triangle AOC$ 中, $\overline{AO} = \frac{200}{\sqrt{3}}$

$$\triangle BOC \text{ 中, } \overline{BO} = 200\sqrt{3}$$

$$\triangle AOB \text{ 中, } \overline{AB} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{OA}^2} = 200\sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{400\sqrt{6}}{3} \text{ (公尺) .}$$



19. 站在瞭望臺 O 點處發現正北方，仰角 60° 的 A 點處有一架飛機保持 $500\sqrt{3}$ 公尺高度，等速朝東飛行，5 秒後測得該飛機 B 點處的仰角為 30° 。試問該飛機的速度為_____公尺/秒。



解答 $200\sqrt{2}$

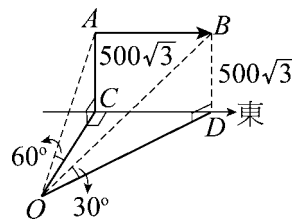
解析 $\triangle OCA$ 中, $\overline{AC} = 500\sqrt{3} \Rightarrow \overline{OC} = 500$

$\triangle ODB$ 中, $\overline{BD} = 500\sqrt{3} \Rightarrow \overline{OD} = 1500$

\therefore 在 $\triangle OCD$ 中, $\overline{OD}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CD}^2$

$\Rightarrow 1500^2 = 500^2 + \overline{CD}^2 \Rightarrow \overline{CD} = 1000\sqrt{2}$

即 5 秒中的飛行距離 $\overline{AB} = 1000\sqrt{2}$ 公尺, 故速度 $= \frac{1000\sqrt{2}}{5} = 200\sqrt{2}$ (公尺/秒) .



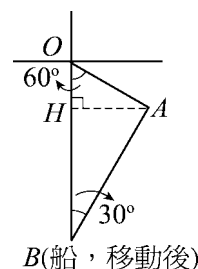
20. 一船向南航行, 在東 30° 南的方位發現一燈塔後, 繼續向南前進 10 浬, 此時燈塔的方向在北 30° 東, 則此船航線與燈塔的最短距離為 _____ 浬 .

解答 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

解析 SOL 一

如圖, $\because \overline{OB} = 10$, $\overline{OA} = 5$,

最短距離 = A 至 \overline{OB} 之高 = $\overline{AH} = \overline{OA} \cdot \sin 60^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ (浬) .



SOL 二

$$\text{高度公式: } \overline{AH} = \frac{10}{\cot 60^\circ + \cot 30^\circ} = \frac{10}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{10\sqrt{3}}{3+1} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

21. 自一樓窗遠望一塔頂之仰角為 30° , 塔底的俯角為 15° , 若窗與塔的水平距離為 200 公尺, 則 (1) 窗高為 _____ 公尺, (2) 塔高為 _____ 公尺 .

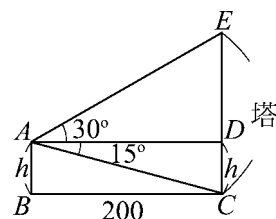
解答 (1) 窗高 $200(2-\sqrt{3})$; (2) 塔高 $\frac{400(3-\sqrt{3})}{3}$

解析 SOL 一

設窗高 $\overline{AB} = h$

$\triangle ACD$ 中, (1) $\tan 15^\circ = \frac{h}{200} \Rightarrow h = 200 \tan 15^\circ = 200(2-\sqrt{3})$ (公尺)

(2) 塔高 $= h + \frac{200}{\sqrt{3}} = 200(2-\sqrt{3}) + \frac{200}{\sqrt{3}} = \frac{400(3-\sqrt{3})}{3}$ (公尺) .



SOL 二

$$(2) \text{高度公式: } 200 = \frac{\overline{CE}}{\cot 60^\circ + \cot 75^\circ} \Rightarrow \overline{CE} = 200(\cot 60^\circ + \cot 75^\circ) = 200\left[\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}\right]$$

$$= 200\left[\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2-\sqrt{3}}{4-3}\right] = 200\left[\frac{\sqrt{3}+6-3\sqrt{3}}{3}\right] = \frac{400(3-\sqrt{3})}{3}$$