高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.04.20					
範圍	1-5 對數查表(2)	班級		姓名	
		座號			

一、多重選擇題 (每題 10 分)

1、(BD) 設 $a=2^{26}, b=3^{16}$，且 $\log a=7.8620, \log b=7.6336$，則下列敘述何者正確？

(A) a 爲 7 位數　(B) b 爲 8 位數　(C) ab 爲 15 位數
(D) a^2b 爲 24 位數　(E) ab 爲 50 位數

解析：(A)首數 $7 \Rightarrow 8$ 位數.

(B)首數 $7 \Rightarrow 8$ 位數.

(C) $\log ab=\log a+\log b=7.8620+7.6336=15.4956$，$\therefore$ 爲 16 位數.

(D) $\log a^2b=\log a^2+\log b=2\log a+\log b=15.724+7.6336=23.3576$，$\therefore$ 爲 24 位數.

2、(BCD) 下列何者恆真？

(A) $\log x=-3.216$，其首數爲 -3

(B) $\log x=2.314$，則 x 的整數部分爲三位數

(C) $\log 2=0.3010$，則 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{50}$ 爲 16 位數

(D) $\log x=2.8812, \log y=-1.1188$，則 x 爲 y 的 10000 倍

(E) $0<a<1, A>B>0$，則 $\log_a A>\log_a B$

解析：(A) $\log x=-3.216=-4+0.784$，$\therefore$ 首數爲 -4.

(B)首數爲 2，$\therefore$ 爲 3 位數.

(C) $S=\dfrac{1\cdot(2^{51}-1)}{2-1}=2^{51}-1$,

$\log S=\log(2^{51}-1)\doteqdot\log 2^{51}=51\log 2=51\times 0.3010=15.3510$，$\therefore$ 首數爲 15，爲 16 位數.

(D) $\log\dfrac{x}{y}=\log x-\log y=2.8812-(-1.1188)=4$，$\therefore \dfrac{x}{y}=10^4=10000$.

(E) $0<a<1 \Rightarrow \log_a A<\log_a B$.

3、(BCDE) 若 $\log 567=2.7536$，則下列敘述何者正確？

(A) $\log 56700=3.7536$　(B) $\log 0.000567=-3.2464$　(C) $10^{0.7536}=5.67$
(D)若 $\log x=1.7536$，則 $x=56.7$　(E)若 $\log y=-5.2464$，則 $y=0.00000567$

解析：(A) $\log 56700=4.7536$.

(B) $\log 0.000567=-4+0.7536=-3.2464$.

(C) $\log 5.67=0.7536 \Rightarrow 10^{0.7536}=5.67$.

(D) $\log 56.7=1.5736$.

(E) $\log 0.00000567=-6+0.7536=-5.2464$.

4、(全) 試依下列對數表，判斷何者爲真？

(A) $\log 2.5=0.3979$　(B) $\log 32.7=1.5145$　(C) $\log 2345=3.3701$
(D) $\log 0.14=-0.8539$　(E) $\log 0.002854=-2.5446$

解析：請自行依對數表判斷.

5、($\begin{matrix}\text{BC}\\\text{DE}\end{matrix}$) 試依下列對數表，判斷何者爲真？

(A)若 $\log x = 3.0492$，則 $x = 112$　(B)若 $\log x = 3.0492$，則 $x = 1120$

(C)若 $\log x = 4.3581$，則 $x = 22810$　(D)若 $\log x = -0.7447$，則 $x = 0.18$

(E)若 $\log x = -3.5709$，則 $x = 0.0002686$

解析：請自行依對數表判斷.　(A)應爲 1120.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	表尾差								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11

二、填充題 (每題 10 分)

1、 若 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$，則 3^{100} 是________位數；最高位數字爲________.

答案：48;5

解析：

$\because \log 3^{100} = 100\log 3 = 100 \times 0.4771 = 47.71$,　首數 $= 47 \Rightarrow 48$ 位數，尾數 $= 0.71$，

$\because \log 5 = 1 - \log 2 = 0.6990 \le 0.71 < 0.7781 = \log 6 = \log 2 + \log 3$, $\therefore$ 最高位數字爲 5.

2、 若$\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$，試求$(\frac{1}{3})^{100}$小數點後第________位起始出現不爲0的數字；

又此數字爲________.

$\boxed{\text{答案}}$：48;1

$\boxed{\text{解析}}$：

$\because \log(\frac{1}{3})^{100} = -100\log 3 = -100\times 0.4771 = -47.71 = -47-0.71 = (-47-1)+(1-0.71)$

$= -48+0.29$,小數點後第 48 位起始出現不爲 0 的數字，尾數$=0.29$，

又$\log 1 = 0 \le 0.29 < 0.3010 = \log 2$, $\therefore$第一個出現不爲 0 的數字爲 1.

3、若$\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$，則$\log_3 2$小數點後第一個出現不爲 0 的數字爲________.

$\boxed{\text{答案}}$：6

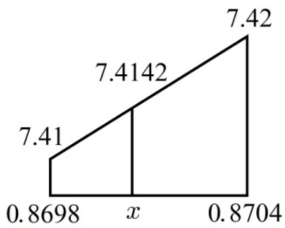
$\boxed{\text{解析}}$：

$\log_3 2 = \frac{\log 2}{\log 3} = \frac{0.3010}{0.4771} = 0.6309$, $\therefore$第一個出現不爲 0 的數字爲 6.

4、 若$\log 7.41 = 0.8698$, $\log 7420 = 3.8704$，則$\log 0.74142$之近似值爲________.

$\boxed{\text{答案}}$：-0.1299

$\boxed{\text{解析}}$：



$\log 7.42 = 0.8704$, 令$x = \log 7.4142$，

$\therefore \frac{x-0.8698}{0.8704-0.8698} = \frac{7.4142-7.41}{7.42-7.41} \Rightarrow x = 0.8698+\frac{0.0042}{0.01}\times 0.0006 \doteqdot 0.8701$,

故$\log 0.74142 = -1+0.8701 = -0.1299$.

5、 $3.06 = 10^{0.4857}$, $30.7 = 10^{1.4871}$, $10^x = 3066$，則$x =$________.

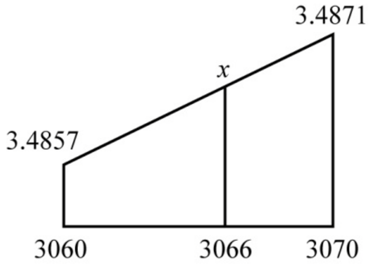
$\boxed{\text{答案}}$：3.4865

$\boxed{\text{解析}}$：

$\log 3.06 = 0.4857 \Rightarrow \log 3060 = 3.4857$,

$\log 30.7 = 1.4871 \Rightarrow \log 3070 = 3.4871$,

令$\log 3066 = x$，



$\therefore \dfrac{x-3.4857}{3.4871-3.4857}=\dfrac{3066-3060}{3070-3060} \Rightarrow x=3.4857+\dfrac{6}{10}\times 0.0014 \doteqdot 3.4865$.

6、 若 n 爲正整數，且 $(1.35)^n$ 之整數部分爲 5 位數，則 n 之值共有________個.

$\boxed{答案}$：8

$\boxed{解析}$：

$(1.35)^n$ 整數部分爲 5 位數 $\Rightarrow \log(1.35)^n$ 的首數爲 4.

$\Rightarrow 4 \le \log(1.35)^n < 5 \Rightarrow 4 \le n\log 1.35 < 5 \Rightarrow 4 \le n\log\dfrac{135}{100} < 5$

$\Rightarrow 4 \le n[\log(3^3\times 5)-\log 100] < 5$

$\Rightarrow 4 \le n[3\log 3+(1-\log 2)-2] < 5$

$\Rightarrow 4 \le n(3\times 0.4771+0.6990-2) < 5$

$\Rightarrow 4 \le 0.1303n < 5 \Rightarrow \dfrac{4}{0.1303} \le n < \dfrac{5}{0.1303} \Rightarrow 30.7 \le n < 38.4, \therefore n = 31, 32, \cdots, 38,$ 共 8 個.

7、設 $10^{2.9460}=883, 10^{0.9465}=8.84$ ，則 $\log\sqrt[6]{8836}=$________.

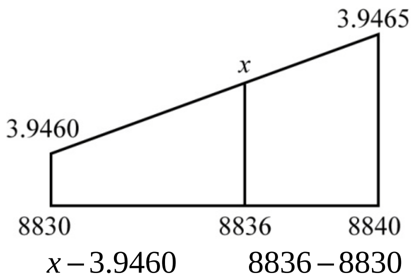
$\boxed{答案}$：0.6577

$\boxed{解析}$：

$\log 883 = 2.9460 \Rightarrow \log 8830 = 3.9460$,

$\log 8.84 = 0.9465 \Rightarrow \log 8840 = 3.9465$,

設 $x=\log 8836$ ，



$\dfrac{x-3.9460}{3.9465-3.9460}=\dfrac{8836-8830}{8840-8830}$, 得 $x=3.946+\dfrac{6}{10}\times 0.0005=3.946+0.0003=3.9463$,

$\therefore \log\sqrt[6]{8836}=\log(8836)^{\frac{1}{6}}=\dfrac{1}{6}\log 8836=\dfrac{1}{6}\times 3.9463 \doteqdot 0.6577$.

8、設 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$.已知有一正整數 n，使得 n^{50} 爲 62 位數，則 $n=$________.

$\boxed{答案}$：17

$\boxed{解析}$：

$\because 61 \le \log n^{50} < 62 \Rightarrow 61 \le 50\log n < 62 \Rightarrow 1.22 \le \log n < 1.24$,

又 $\log 18 = 2\log 3 + \log 2 = 2\times 0.4771 + 0.3010 = 1.2542$,

$\log 16 = \log 2^4 = 4\log 2 = 4\times 0.3010 = 1.2040$, $\therefore n = 17$.

9、比較 48^{100} 及 49^{99} 的大小.($\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 7 = 0.8451$)

答案：

$\log 48^{100} = 100\log 48 = 100\log(2^4\times 3) = 100[4\log 2 + \log 3] = 100[4\times 0.3010 + 0.4771] = 168.11$,

$\log 49^{99} = 99\log 49 = 99\log 7^2 = 198\log 7 = 198\times 0.8451 = 167.3298$,

$\therefore 48^{100} > 49^{99}$.

10、若 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$，且無窮等比數列 $1-\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\cdots+(-\frac{2}{3})^{n-1}+\cdots$ 之和爲 S，前 n 項和爲 S_n，則 $S=$________，欲使 $\left|S-S_n\right|<\frac{1}{10000}$ 的最小自然數 $n=$________.

答案：$\frac{3}{5}; 22$

解析：

$$S=\frac{1}{1-(-\frac{2}{3})}=\frac{3}{5}, \qquad S_n=\frac{1\cdot[1-(-\frac{2}{3})^n]}{1-(-\frac{2}{3})}=\frac{3}{5}[1-(-\frac{2}{3})^n]=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}(-\frac{2}{3})^n,$$

$$\therefore \left|S-S_n\right|=\left|\frac{3}{5}(-\frac{2}{3})^n\right|<\frac{1}{10000}\Rightarrow\left|(\frac{-2}{3})^n\right|<\frac{1}{6000}\Rightarrow(\frac{2}{3})^n<\frac{1}{6000}$$

$$\Rightarrow \log(\frac{2}{3})^n<\log\frac{1}{6000}\Rightarrow n\log\frac{2}{3}<\log(2\times 3\times 1000)^{-1}$$

$$\Rightarrow n(\log 2-\log 3)<-(\log 2+\log 3+\log 1000)$$

$$\Rightarrow n(0.3010-0.4771)<-0.3010-0.4771-4\Rightarrow n>\frac{3.7781}{0.1761}\doteqdot 21.5, \therefore n=22.$$

11、<u>小明</u>參加郵局辦理的「零存整付儲蓄存款」，辦法如下：每月存入 1000 元，月利率 1%，每個月複利一次，試利用下列之對數值，問兩年期滿共可領回本利和______________元.
($\log 1.01 = 0.0043, \log 1.268 = 0.1032$)

答案：27068

解析：

$$S=1000(1+1\%)^{24}+1000(1+1\%)^{23}+\cdots+1000(1+1\%)=1000[1.01+1.01^2+\cdots+1.01^{24}]$$

$$=1000\cdot\frac{1.01(1.01^{24}-1)}{1.01-1}=101000(1.01^{24}-1),$$

設 $x=1.01^{24}$，則 $\log x=\log 1.01^{24}=24\log 1.01=24\times 0.0043=0.1032\Rightarrow x=1.268$,

$S=101000\times(1.268-1)=27068$.

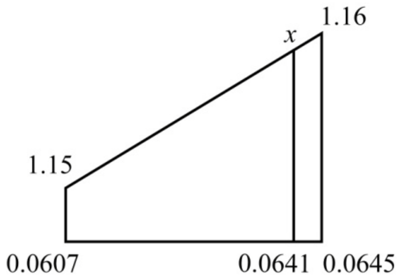
12、試利用下列對數表，求 $\sqrt[10]{4.378}=$______.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9

答案：1.1589

解析：

設 $x=\sqrt[10]{4.378} \Rightarrow \log x=\log\sqrt[10]{4.378}=\log 4.378^{\frac{1}{10}}=\frac{1}{10}\log 4.378=\frac{1}{10}\times 0.6413 \doteqdot 0.0641$



又 $\log 1.15=0.0607, \log 1.16=0.0645.$

$\frac{x-1.15}{1.16-1.15}=\frac{0.0641-0.0607}{0.0645-0.0607}$ $x=1.15+0.01\times\frac{34}{38}=1.15+0.0089=1.1589,$

$\therefore \sqrt[10]{4.378}=1.1589.$

13、若 7^{100} 為 85 位數，11^{100} 為 105 位數，則 77^{10} 為________位數.

答案：19

解析：

$\because 84\le\log 7^{100}<85 \Rightarrow 84\le 100\log 7<85 \Rightarrow 8.4\le 10\log 7<8.5\cdots\cdots$①,

又 $104\le\log 11^{100}<105 \Rightarrow 104\le 100\log 11<105 \Rightarrow 10.4\le 10\log 11<10.5\cdots\cdots$②,

①+② $18.8\le 10(\log 7+\log 11)<19 \Rightarrow 18.8\le 10\log 77<19 \Rightarrow 18.8\le\log 77^{10}<19$,

$\therefore 77^{10}$ 之首數為 $18 \Rightarrow 19$ 位數.

14、設年利率為 12.5%，依複利計算，每年一期，則至少需________年(取整數)，本利和才會超過本金的 3 倍.($\log 2=0.3010, \log 3=0.4771$)

答案：10

解析：

設本金為 P，n 年後本利和超過本金的 3 倍，則 $P(1+0.125)^n>3P$

$\Rightarrow (\frac{9}{8})^n>3 \Rightarrow \log(\frac{9}{8})^n>\log 3$

$\Rightarrow n\log\frac{9}{8}>\log 3 \Rightarrow n(\log 9-\log 8)>\log 3 \Rightarrow n(\log 3^2-\log 2^3)>\log 3$

$\Rightarrow n(2\log 3-3\log 2)>\log 3 \Rightarrow n(2\times 0.4771-3\times 0.3010)>0.4771$

$\Rightarrow n(0.9542-0.9030)>0.4771 \Rightarrow 0.0512n>0.4771 \Rightarrow n>9.31$, $\therefore n=10$,故至少 10 年.

15、某公司為了響應節能減碳政策，決定在五年後將公司該年二氧化碳排放量降為目前排

放量的 75%。公司希望每年依固定的比率(當年和前一年排放量的比)逐年減少二氧化碳的排放量。若要達到這項目標，則該公司每年至少要比前一年減少 ________% 的二氧化碳的排放量。(計算到小數點後第一位，以下四捨五入。)

答案：5.6

解析：

假設該公司每年至少要比前一年減少 r 的二氧化碳的排放量,

$(1-r)^5 \le 75\% = \frac{3}{4} \Rightarrow 5\log(1-r) \le \log 3 - \log 4$,

$\log(1-r) \le \frac{\log 3 - \log 4}{5} = -0.02498 = -1 + 0.97502 = \log(0.9444)$

$\Rightarrow 1 - r \le 0.9444 \Rightarrow 0.0556 \le r \Rightarrow r \ge 5.6\%$.

16、經測驗結果顯示，光線經過一片特殊玻璃後，其強度會減低 10%，爲使光線減弱爲原來的一半以下，至少需要________片相同的玻璃重疊.($\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$)

答案：7

解析：

設需 n 片玻璃，則 $(1-10\%)^n < \frac{1}{2} \Rightarrow \log 0.9^n < \log\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow n\log\frac{9}{10} < -\log 2$$

$$\Rightarrow n(2\log 3 - 1) < -\log 2$$

$$\Rightarrow n(2\times 0.4771 - 1) < -0.3010$$

$$\Rightarrow n(-0.0458) < -0.3010 \Rightarrow n > \frac{0.3010}{0.0458} = 6.57$$

$\therefore$需要 7 片.

17、有一張厚度爲 0.5 mm 的大紙張，每次對裁後將之疊在一起，請問至少要裁幾次，疊起來的高度才會超過 30 cm？

答案：10

解析：

設對裁 n 次後的高度爲 0.5×2^n ，依題意得 $0.5\times 2^n > 300$ ， $2^n > 600$,

取對數 $\Rightarrow \log 2^n > \log 600$,則 $n\log 2 > 2 + \log 6$,整理 $n > \frac{2+\log 6}{\log 2} = \frac{2+0.7782}{0.3010}$,

即 $n > 9.230$,需要對裁 10 次.

18、已知芮氏地震強度刻度 R 級所釋出能量 E 爾格之間的關係式爲 $\log E = 1.5R + 11.4$ ，若釋出能量改爲 6 級地震的 20 倍與 50 倍之間，試求這地震強度的範圍.

答案：$6.87 < R < 7.13$

解析：

$\log E' = 6\times 1.5 + 11.4 = 20.4$,

$\therefore 20E' < E < 50E' \Rightarrow \log(20E') < \log E < \log(50E')$

$\Rightarrow \log 20+\log E'<\log E<\log 50+\log E'$

$\Rightarrow \log 20+20.4<1.5R+11.4<\log 50+20.4$

$\Rightarrow \log 2+\log 10+9<1.5R<2-\log 2+9$

$\Rightarrow \dfrac{1.3010+9}{1.5}<R<\dfrac{11-0.3010}{1.5} \Rightarrow 6.867<R<7.132$, $\therefore 6.87<R<7.13$.

19、假設在一個社區裡有一個謠言在傳播，下面的數學模式可以表現這個謠言的傳播速度：$N=P(1-10^{-0.1d})$，其中 P 表此社區的總人口，N 表示謠言開始流傳後第 d 天以內已經聽到這個謠言的人口數，假設某一社區有 2000 人，則一個謠言從開始流傳最少要多少天，才會有 1200 人以上聽到這個謠言？

答案：4

解析：

$2000(1-10^{-0.1d})\ge 1200 \Rightarrow 1-10^{-0.1d}\ge 0.6 \Rightarrow 10^{-0.1d}\le 0.4$

取 log $\Rightarrow -0.1d\le \log 0.4=2\log 2-1$

$\Rightarrow d\ge 10-20\log 2=10-20\times 0.3010=3.98$, $\quad \therefore d=4$.