

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.04.13				
範圍	1-5 對數查表(1)	班級		姓名
		座號		

一、計算題(每題 25 分)

1. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ，則滿足不等式 $(\frac{5}{4})^n > 10^7$ 的最小正整數 n 之值為_____。

【解答】 73

【詳解】

$$\log\left(\frac{5}{4}\right)^n > \log 10^7 \Rightarrow n \log \frac{10}{8} > 7 \Rightarrow n(\log 10 - \log 8) > 7 \Rightarrow n(1 - 3\log 2) > 7$$

$$\Rightarrow n \times 0.097 > 7 \Rightarrow n > \frac{7}{0.097} = 72.265 \dots, \text{ 最小正整數 } n = 73$$

2. 已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ， $\log 7 = 0.8451$ ，若 7^{60} 為 m 位數且最高位數字為 n ，則數對 $(m, n) =$ _____。

【解答】 (51, 5)

【詳解】

$$\log 7^{60} = 60 \log 7 = 60 \times 0.8451 = 50 + 0.706, \text{ 首數} = 50 \therefore 7^{60} \text{ 為 } 51 \text{ 位數, } m = 51$$

$$(\log 5 = 0.6990) < (\text{尾數} = 0.706) < (0.7781 = \log 6) \therefore \text{ 最高位數字 } n = 5$$

3. 利用下列對數表，求 $y = \frac{(6.38)^3 \cdot (8.43)^2}{\sqrt[3]{(0.635)^5}}$ 之近似值_____ (小數點後四捨五入)。

x	3.92	3.93	3.94	6.35	6.38	8.43
$\log x$	0.5933	0.5944	0.5955	0.8028	0.8048	0.9258

【解答】 39327

【詳解】

$$(1) \log y = 3\log 6.38 + 2\log 8.43 - \frac{5}{3}\log 0.635 = 3 \times 0.8048 + 2 \times 0.9258 - \frac{5}{3}(-1 + 0.8028)$$

$$= 4.5947 = 4 + 0.5947$$

(2)

x	$\log x$
3.93	0.5944
x	0.5947
3.94	0.5955

$$\therefore \frac{x - 3.93}{3.94 - 3.93} = \frac{0.5947 - 0.5944}{0.5955 - 0.5944} \Rightarrow x = 3.93 + 0.01 \times \frac{0.0003}{0.0011} = 3.93272727 \dots$$

$$(3) \therefore \log y \doteq \log 10^4 + \log 3.93272727 \dots \therefore y \doteq 39327$$

4. 等比級數 $S_{100} = 1 + 2 + 4 + \dots + 2^{99}$ ，

(1) S_{100} 為幾位數？_____

(2) S_{100} 之首位數字 (最左邊的一位數字) 為何？_____

(3) S_{100} 之個位之數字為何？_____

【解答】(1) 31 (2) 1 (3) 5

【詳解】

$$S_{100} = 1 + 2 + 4 + \cdots + 2^{99} = \frac{1 \cdot (2^{100} - 1)}{2 - 1} = 2^{100} - 1$$

2^n 之個位數字依 2, 4, 8, 6 四次一循環, 故 $2^{100} - 1$ 之個位數字為 $6 - 1 = 5$

$2^{100} - 1$ 與 2^{100} 之位數相同, $\log 2^{100} = 100 \log 2 = 30.1 = 30 + 0.1$, 首數為 30, 故為 31 位數

又 $(\log 1 = 0) < (\text{尾數} = 0.1) < (0.3010 = \log 2)$

\therefore 最高位數字為 1