

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.04.03				
範圍	第 5 回	班級		姓名
	1-4 對數函數(I)	座號		

一、計算題 (每題 25 分)

1、(1) 試比較 $a = \log_3 \frac{1}{2}$, $b = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, $c = \log_2 \frac{1}{3}$, $d = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{3}$ 之大小。

(2) 試比較 $a = \log_3 10$, $b = \log_{\frac{1}{2}} 3$, $c = \log_{\frac{1}{3}} 2$, $d = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}$, $e = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ 之大小。

答案：(1) $c < a < d < b$ (2) $b < c < e < d < a$

解析：

$$(1) a = \log_3 \frac{1}{2} = -\log_3 2 = -0. \dots ,$$

$$b = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} = \frac{-1}{-1} \log_2 3 = 1. \dots ,$$

$$c = \log_2 \frac{1}{3} = -\log_2 3 = -1. \dots ,$$

$$d = \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{3} = \frac{-1}{-1} \log_4 3 = 0. \dots$$

$$\Rightarrow c < a < d < b$$

$$(2) a = \log_3 10 = 2. \dots ,$$

$$b = \log_{\frac{1}{2}} 3 = -\log_2 3 = -1. \dots ,$$

$$c = \log_{\frac{1}{3}} 2 = -\log_3 2 = -0. \dots ,$$

$$d = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5} = \frac{-1}{-1} \log_3 5 = 1. \dots$$

$$e = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2} = \frac{-1}{-1} \log_3 2 = 0. \dots$$

$$\Rightarrow b < c < e < d < a$$

2、(1) 解方程式 $\log(x-7) + \log_{0.1}(11-x) = 1$ 。

(2) 解方程式 $\log_5(x-6) = 1 - \log_5(x-2)$ 。

答案：(1) $\frac{117}{11}$ (2) 7

解析：

$$(1) \log(x-7) + \log_{\frac{1}{10}}(11-x) = \log 10$$

$$\log(x-7) - \log(11-x) = \log 10$$

$$\log \frac{x-7}{11-x} = \log 10 \Rightarrow \frac{x-7}{11-x} = 10$$

$$x-7 = 110-10x \Rightarrow x = \frac{117}{11}$$

$$(2) \log_5(x-6) = \log_5 5 - \log_5(x-2) \Rightarrow \log_5(x-6) = \log_5 \frac{5}{x-2}$$

$$x-6 = \frac{5}{x-2} \Rightarrow (x-6)(x-2) = 5$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow (x-7)(x-1) = 0$$

$$x = 1, 7 \text{ 但真數大於 } 0 \Rightarrow x = 7$$

3、設 $0 < a < 1$ ，若 $0 < x_1 < x_2$ ，試比較大小

$$(1) \log_a x_1 \text{ ______ } \log_a x_2 \quad (2) \log_a \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ ______ } \frac{1}{2}(\log_a x_1 + \log_a x_2)$$

答案：(1) $>$ (2) $<$

解析：

(1) 底比 1 小， $x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$ (底比 1 小真數越大對數值越小)

(2) 底比 1 小， $x_1 < x_2 \Rightarrow \log_a \frac{x_1 + x_2}{2} < \frac{1}{2}(\log_a x_1 + \log_a x_2)$

(兩數平均值之對數值小於此兩數之兩對數平均值)