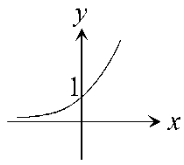
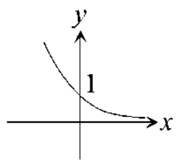
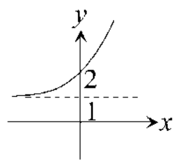
高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.03.30					
範圍	1-2,4 指數、對數不等式(2)	班級		姓名	
		座號			

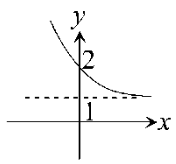
一、單選題(每題 5 分)

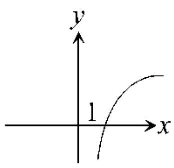
1. 下列何者為 $y = 1 + (\frac{3}{5})^x$ 的部分圖形？

(A) 

(B) 

(C) 

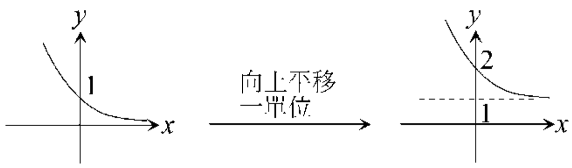
(D) 

(E) 

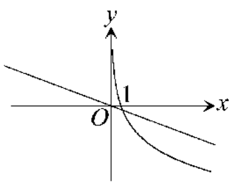
【解答】(D)

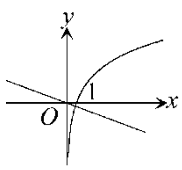
【詳解】$y = 1 + (\frac{3}{5})^x \Rightarrow y - 1 = (\frac{3}{5})^x$

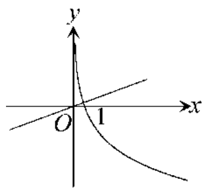
先作出 $y = (\frac{3}{5})^x$ 的圖形平移$(0,1)$，即將此圖形向上平移一單位，即為 $y = 1 + (\frac{3}{5})^x$ 的圖形

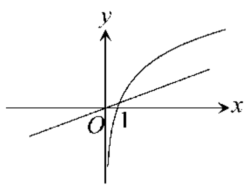


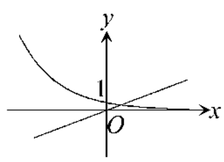
2. 設 $0 < a < 1$，則下列哪一個選項，表示函數 $y = \log_a x$ 與 $y = (1 - a)x$ 的圖形？

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

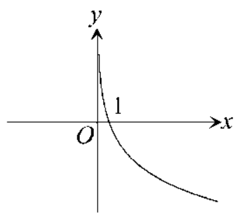
【解答】(C)

【詳解】

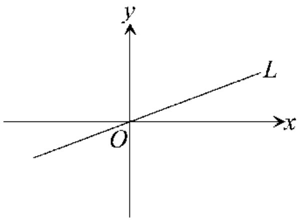
(1) $0 < a < 1$ 時，$y = \log_a x$ 圖形如圖(一)

(2)$\because$ $0 < a < 1 \Rightarrow 0 > -a > -1 \Rightarrow 1 > 1 - a > 0$

$\therefore$ $y = (1 - a)x$ 表過原點且斜率為 $1 - a$ 之直線 L，如圖(二)



圖(一)

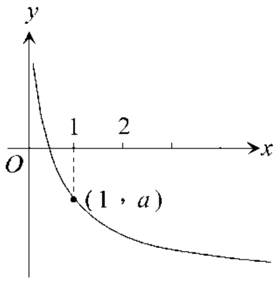


圖(二)

3. 右圖為函數 $y = a + \log_b x$ 之部分圖形，其中 a，b 為常數，則下列何者為真？

(A) $a < 0$，$b < 1$　　(B) $a > 0$，$b > 1$　　(C) $a = 0$，$b > 1$

(D) $a > 0$，$0 < b < 1$　　(E) $a < 0$，$0 < b < 1$



【解答】(E)

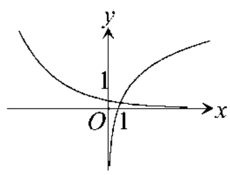
【詳解】

圖形由左而右下降　∴底　$0 < b < 1$

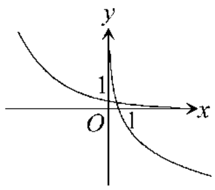
$x = 1$ 時，$y = a + \log_{10} 1 = a$，$(1，a)$ 在 x 軸下方　∴　$a < 0$

4. 設 $a > 1$，則下列哪一個選項，表示函數 $y = \log_a x$ 與 $y = a^{-x}$ 的圖形？

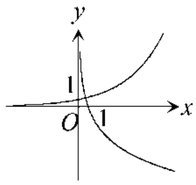
(A)



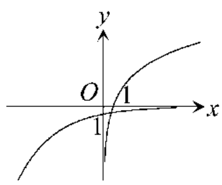
(B)



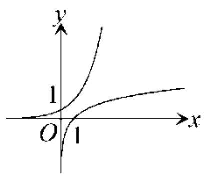
(C)



(D)



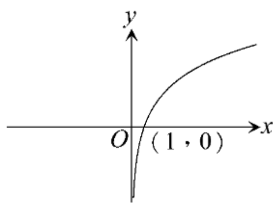
(E)



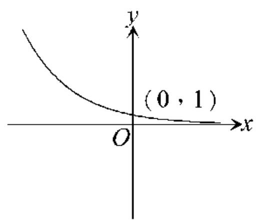
【解答】(A)

【詳解】

(1) $a > 1$ 時，$y = \log_a x$ 圖形如右上圖



(2) $a > 1$ 時，$y = a^{-x} = (\frac{1}{a})^x$ 圖形如右下



二、多重選擇題(每題 10 分)

5. 下列敘述何者正確？

(A) $y = 2^x$ 與 $y = (\frac{1}{2})^x$ 的圖形對稱於 y 軸

(B) $y = 2^x$ 與 $y = -2^x$ 的圖形對稱於 x 軸

(C) $y = 2^x$ 與 $y = -(\frac{1}{2})^x$ 的圖形對稱於原點

(D) $\forall a \in R$，$a > 0$，$a \neq 1$，則 $y = a^x$ 的圖形都是凹口向上

(E) $\forall a \in R$，$a > 0$，$a \neq 1$，則 $y = a^x$ 的圖形恆過一個定點

【解答】(A)(B)(C)(D)(E)

【詳解】

(A)點$(x，y)$在 $y = 2^x$ 上　$\Leftrightarrow$ 點$(-x，y)$在 $y = (\frac{1}{2})^x = 2^{-x}$ 上　∴兩圖形對稱於 y 軸

(*B*)點$(x，y)$在 $y = 2^x$ 上 $\Leftrightarrow$ 點$(x，-y)$在 $y = -2^x$ 上 $\therefore$ 兩圖形對稱於 x 軸

(C)點$(x，y)$在 $y = 2^x$ 上 $\Leftrightarrow$ 點$(-x，-y)$在 $y = -(\frac{1}{2})^x$ 上 $\therefore$兩圖形對稱於原點

(D)指數函數圖形都是凹口向上

(E)指數函數圖形恆過定點(0，1)

6. 設 $y = 2^x$ 的圖形為 F，$y = 0.5^x$ 的圖形為 G，下列何者正確？

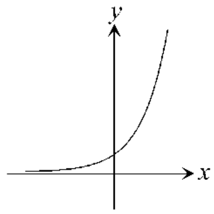
(A) F 為由左往右逐漸升高 (*B*) G 為由左往右逐漸升高 (C) F 與 G 均以 x 軸為漸近線

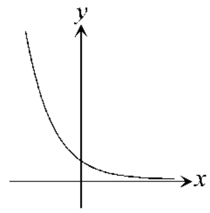
(D) G 與 $y = 2^{-x}$ 之圖形一致 (E) G 與 $y = \pi$ 恰交於一點

【解答】(A)(C)(D)(E)

【詳解】

F：$y = 2^x$ G：$y = 0.5^x = (\frac{1}{2})^x = 2^{-x}$





7.設 $0 < a < 1$，則下列何者對於指數函數 $y = f(x) = a^x$ 為正確的敘述？__________。

(A)為一嚴格遞減函數

(B)函數圖形不通過三、四象限

(C)函數圖形的漸近線方程式是 $y = 0$

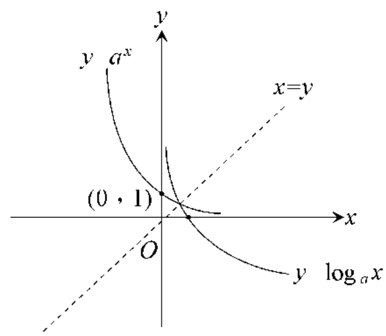
(D)與任一水平線必有一交點

(E)與對數函數 $y = g(x) = \log_a x$ 對於直線 $y = x$ 成對稱，其中 $0 < a < 1$

【解答】(A)(B)(C)(E)

【詳解】

右圖，$y = f(x) = a^x$（$0 < a < 1$）為一嚴格遞減函數，圖形在 x 軸上方，故不通過三、四象限且以 x 軸（即 $y = 0$）為漸近線在 x 軸或其下方不與水平線相交其圖形與 $y = g(x) = \log_a x$（$0 < a < 1$）對於直線 $y = x$ 成對稱



8.直線 $y = k$ 與 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 圖形交於點 P，與 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 圖形交於點 Q，則

(A) P，Q 重合時，$k = 0$ (B) P 在 Q 右方時，$k > 0$ (C) P 在 Q 左方時，$k < 0$

(D) P 在 Q 右方時，$k < 0$ (E) P 在 Q 左方時，$k > 0$

【解答】(A)(B)(C)

【詳解】作 $y = (\frac{1}{2})^x, y = (\frac{1}{3})^x$ 及水平線 $y = k$ 於同一坐標平面，由圖形即可知

三、填充題(每題 10 分)

1. 不等式 $2^{\frac{1}{2}+x}+2^{\frac{1}{2}-x}>3$ 的解爲__________。

【解答】$x>\frac{1}{2}$ 或 $x<-\frac{1}{2}$

【詳解】

$2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{x}+2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{-x}>3 \Rightarrow \sqrt{2}\cdot 2^{x}+\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2^{x}}>3 \Rightarrow \sqrt{2}\cdot(2^{x})^{2}-3(2^{x})+\sqrt{2}>0$

設 $t=2^{x} \Rightarrow \sqrt{2}t^{2}-3t+\sqrt{2}>0 \Rightarrow (\sqrt{2}\cdot t-1)(t-\sqrt{2})>0 \quad t>\sqrt{2}, t<\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow 2^{x}>\sqrt{2}$ 或 $2^{x}<\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\therefore$ $x>\frac{1}{2}$ 或 $x<-\frac{1}{2}$

2. 不等式 $2^{1+2x}+2^{1-2x}-7(2^{x}+2^{-x})+9<0$，則 $2^{x}+2^{-x}$ 的範圍爲__________。

【解答】$2\le 2^{x}+2^{-x}<\frac{5}{2}$

【詳解】

令 $t=2^{x}+2^{-x}$ $\because$ $2^{x}+2^{-x}\ge 2\sqrt{2^{x}\cdot 2^{-x}}$ (算幾不等式) $\Rightarrow t\ge 2$……①

又 $t^{2}=2^{2x}+2\cdot 2^{x}\cdot 2^{-x}+2^{-2x} \Rightarrow 2^{2x}+2^{-2x}=t^{2}-2$

原式 $2^{1+2x}+2^{1-2x}-7(2^{x}+2^{-x})+9<0$ 可化爲 $2(2^{2x}+2^{-2x})-7(2^{x}+2^{-x})+9<0$

$\Rightarrow 2(t^{2}-2)-7t+9<0$

$\Rightarrow 2t^{2}-7t+5<0 \Rightarrow (2t-5)(t-1)<0$ $\therefore$ $1<t<\frac{5}{2}$……②

由①②知，$2\le t\le\frac{5}{2}$，即 $2\le 2^{x}+2^{-x}<\frac{5}{2}$

3. 若 x，y，z 均爲正數，且 $2^{x}=3^{y}=5^{z}$，則 $2x$，$3y$，$5z$ 的大小關係爲____________________。

【解答】$5z>2x>3y$

【詳解】

$\because$ $2^{x}=3^{y} \Rightarrow (2^{x})^{6}=(3^{y})^{6} \Rightarrow (2^{3})^{2x}=(3^{2})^{3y} \Rightarrow 8^{2x}=9^{3y}$ $\because$ $8<9 \Rightarrow 2x>3y$

同理，$2^{x}=5^{z} \Rightarrow (2^{x})^{10}=(5^{z})^{10} \Rightarrow (2^{5})^{2x}=(5^{2})^{5z} \Rightarrow 32^{2x}=25^{5z}$ $\because 32>25 \Rightarrow 2x<5z$

$\therefore$ $5z>2x>3y$

4. 若 $-1\le x\le 0$，$f(x)=2^{x+2}-3\cdot 4^{x}-1$，當 $x=x_0$ 時，$f(x)$ 有最小值 y_0，則 $(x_0, y_0)=$ __________。

【解答】$(0，0)$

【詳解】

令 $t=2^{x}$，$f(x)=4t-3t^{2}-1=-3(t-\frac{2}{3})^{2}+\frac{4}{3}-1=-3(t-\frac{2}{3})^{2}+\frac{1}{3}$

$\because$ $-1\le x\le 0 \Rightarrow 2^{-1}\le 2^{x}\le 2^{0} \Rightarrow \frac{1}{2}\le t\le 1$

$\therefore$ 當 $t=1$，即 $x=0$ 時，$f(x)$ 有最小值$=f(0)=0$

5. 設 $P(x_1，y_1)$，$Q(x_2，y_2)$ 都是 $y=(\frac{3}{2})^{x}$ 圖形上之點，

(1)若 $x_2 = x_1 + 2$，則 y_2 為 y_1 的__________倍。

(2)若 y_2 為 y_1 的 $\frac{3}{2}$ 倍時，則 x_2 比 x_1 大__________。

【解答】(1) $\frac{9}{4}$ (2) 1

【詳解】

(1)$\because$ $P(x_1，y_1)$，$Q(x_2，y_2)$都在 $y = (\frac{3}{2})^x$ 上 $\therefore$ $y_1 = (\frac{3}{2})^{x_1}$，$y_2 = (\frac{3}{2})^{x_2}$

故 $y_2 = (\frac{3}{2})^{x_2} = (\frac{3}{2})^{x_1+2} = \frac{9}{4} \times (\frac{3}{2})^{x_1} = \frac{9}{4} y_1$

(2)$\because$ $y_2 = \frac{3}{2} y_1$ $\Rightarrow$ $(\frac{3}{2})^{x_2} = \frac{3}{2} \times (\frac{3}{2})^{x_1} = (\frac{3}{2})^{x_1+1}$ $\therefore$ $x_2 = x_1 + 1$

6. 不等式$(0.1)^{x^2-5x+2} > 100$ 的解為__________。

【解答】$1 < x < 4$

【詳解】$(0.1)^{x^2-5x+2} > (0.1)^{-2}$，$0.1 < 1 \Rightarrow$ $x^2 - 5x + 2 < -2 \Rightarrow (x-4)(x-1) < 0$ $\Rightarrow 1 < x < 4$

7. 比較大小：

(1) 2^{60}，3^{30}，6^{20} 由小而大排列為__________。

(2) $\sqrt[4]{27}$，$\sqrt[6]{9}$，$\sqrt{3\sqrt[3]{3}}$ 由小而大排列為__________。

【解答】(1) $3^{30} < 6^{20} < 2^{60}$ (2) $\sqrt[6]{9} < \sqrt{3\sqrt[3]{3}} < \sqrt[4]{27}$

【詳解】

(1) $2^{60} = (2^6)^{10} = 64^{10}$，

$3^{30} = (3^3)^{10} = 27^{10}$，

$6^{20} = (6^2)10 = 36^{10}$

$\because 27 < 36 < 64$ $\therefore 3^{30} < 6^{20} < 2^{60}$

(2) $\sqrt[4]{27} = 3^{\frac{3}{4}}$，

$\sqrt[6]{9} = 3^{\frac{2}{6}} = 3^{\frac{1}{2}}$，

$\sqrt{3\sqrt[3]{3}} = (3^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{2}{3}}$

$\because \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ $\therefore \sqrt[6]{9} < \sqrt{3\sqrt[3]{3}} < \sqrt[4]{27}$

8. 函數 $y = 4^x$ 與 $y = 2^{3x+2}$ 的圖形之交點坐標為__________。

【解答】$(-2，\frac{1}{16})$

【詳解】

解聯立$\begin{cases} y=4^x \\ y=2^{3x+2} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $4^x=2^{3x+2}$ $\Rightarrow$ $(2^x)^2=4\cdot(2^x)^3$ $\Rightarrow$ $(2^x)^2(4\cdot 2^x-1)=0$

$\Rightarrow$ $2^x=\dfrac{1}{4}$ $\Rightarrow$ $x=-2$ $\Rightarrow$ $y=\dfrac{1}{16}$ $\Rightarrow$ $(x，y)=(-2，\dfrac{1}{16})$

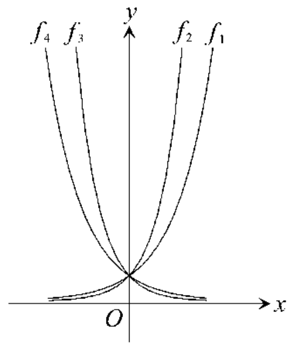
9.指數函數 $f_1(x)=a^x$，$f_2(x)=b^x$，$f_3(x)=c^x$，$f_4(x)=d^x$ 之圖形如右

【解答】$b>a>d>c$

【詳解】

(1) 底大於 1 時，底越大，圖形越靠近兩軸

(2) 底小於 1 大於 0 時，分母越大，圖形越靠近兩軸



10.不等式$(2^x-8)(7^{-x}-7^5)>0$ 的解為__________。

【解答】$-5<x<3$

【詳解】

$\because$ $(2^x-8)(7^{-x}-7^5)>0$

①$2^x-8>0$ 且 $7^{-x}-7^5>0$ 時，$2^x>2^3$ 且 $7^{-x}>7^5$ $\Rightarrow$ $x>3$ 且 $-x>5$ $\Rightarrow$ $x>3$ 且 $x<-5$（不合）

或② $2^x-8<0$ 且 $7^{-x}-7^5<0$ 時，$2^x<2^3$ 且 $7^{-x}<7^5$ $\Rightarrow$ $x<3$ 且 $-x<5$ $\Rightarrow$ $-5<x<3$

11.若 x 為大於 0 的實數，則不等式 $x^{2x^3-3x^2}>x^{3x-2}$ 的解為__________。

【解答】$\dfrac{1}{2}<x<1$ 或 $2<x$

【詳解】

(1)當 $x>1$ 時，$x^{2x^3-3x^2}>x^{3x-2}$ $\Rightarrow$ $2x^3-3x^2>3x-2$ $\Rightarrow$ $(x+1)(x-2)(2x-1)>0$

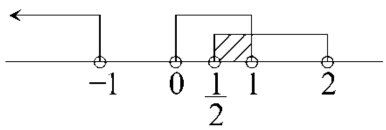
$\Rightarrow$ $-1<x<\dfrac{1}{2}$ 或 $x>2$……①，但 $x>1$……②，由①、②知 $x>2$

(2)當 $0<x<1$ 時，$2x^3-3x^2<3x-2$ $\Rightarrow$ $(x+1)(x-2)(2x-1)<0$

$\Rightarrow$ $x<-1$ 或 $\dfrac{1}{2}<x<2$……③，但 $0<x<1$……④，由③、④知 $\dfrac{1}{2}<x<1$

(3) $x=1$ 時，顯然不合

由(1)(2)(3)知此不等式之解為 $\dfrac{1}{2}<x<1$ 或 $2<x$

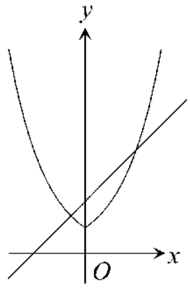


12.方程式 $2^{|x|}-2=x$ 有__________個實根。

【解答】2

【詳解】

$2^{|x|}-2=x$　實根個數 $\Rightarrow$即求　$2^{|x|}=x+2 \Rightarrow \begin{cases} y=2^{|x|} \\ y=x+2 \end{cases}$二圖形交點個數



13.方程式的實根個數：

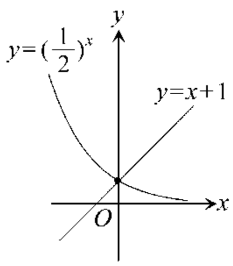
(1)方程式$(\frac{1}{2})^x=x+1$的實根共有＿＿＿＿＿個。

(2)方程式$x^2=2^x$的實根共有＿＿＿＿＿個。

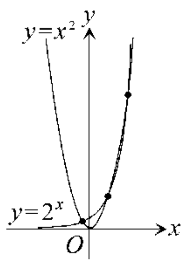
【解答】(1) 1　(2) 3

【詳解】

(1)$\begin{cases} y=(\frac{1}{2})^x \\ y=x+1 \end{cases}$二圖形交點 1 個；



(2) $\begin{cases} y=x^2 \\ y=2^x \end{cases}$二圖形交點 3 個



14.由大而小寫出$a=\log_7 4$，$b=\log_{\sqrt{2}} 6$，$c=\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$，$d=\log_4 7$的大小順序：＿＿＿＿＿。

【解答】$b>d>a>c$

【詳解】

(1) $0<a=\log_7 4<\log_7 7=1 \Rightarrow \log_7 4=0.\cdots$

(2) $b=\log_{\sqrt{2}} 6=\log_2 36>\log_2 32=5 \Rightarrow \log_2 36=5.\cdots$

(3) $c=\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}=\log_3 2=\log_9 4<\log_7 4=a$，

(4) $1<d=\log_4 7<\log_4 16=2 \Rightarrow \log_4 7=1.\cdots$

(5)$\therefore$　$b>5>2>d>1>a>c>0$

15.若$(\frac{1}{2})^x>4$，$\log_3(x+4)<1$，則實數 x 的範圍爲＿＿＿＿＿。

【解答】$-4<x<-2$

【詳解】

(1) $(\frac{1}{2})^x>4=2^2=(\frac{1}{2})^{-2}$　$\Rightarrow$　$x<-2$

(2) $\log_3(x+4)<1=\log_3 3$　$\Rightarrow$　真數 $x+4>0$ 且 $x+4<3$　$\Rightarrow$　$x>-4$ 且 $x<-1$

由(1)(2)重疊得 $-4<x<-2$

16.設 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}x$，

(1)若函數 $y=g(x)$與 $y=f(x)$圖形對稱於 x 軸，則 $g(x)=$ ＿＿＿＿＿＿＿。
(2)若函數 $y=h(x)$與 $y=f(x)$圖形對稱於 y 軸，則 $h(x)=$ ＿＿＿＿＿＿＿。
(3)若函數 $y=k(x)$與 $y=f(x)$圖形對稱於直線 $y=x$，則 $k(x)=$ ＿＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1) $\log_3 x$　(2) $\log_{\frac{1}{3}}(-x)$　(3)$(\frac{1}{3})^x$

【詳解】

(1) 點$(x，y)$ $\Leftrightarrow$ 點$(x，-y)$兩圖形對稱於 x 軸 $-y=\log_{\frac{1}{3}}x$ $\Rightarrow y=\log_3 x$，即 $f(x)=\log_3 x$

(2) 點$(x，y)$ $\Leftrightarrow$ 點$(-x，y)$兩圖形對稱於 y 軸 $y=\log_{\frac{1}{3}}(-x)$，，即$h(x)=\log_{\frac{1}{3}}(-x)$

(3) 點$(x，y)$ $\Leftrightarrow$ 點$(y，x)$兩圖形對稱於 $y=x\Rightarrow x=\log_{\frac{1}{3}}y\Rightarrow y=(\frac{1}{3})^x$ 即 $k(x)=(\frac{1}{3})^x$

17.滿足 $0>\log_{\frac{1}{2}}\log_2 x>-2$ 的整數 x 共有＿＿＿＿＿＿＿個。

【解答】13

【詳解】

$0>\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)>-2 \quad\Rightarrow\quad \log_{\frac{1}{2}}1>\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)>\log_{\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})^{-2}$

$\frac{1}{2}<1 \;\Rightarrow\; 1<\log_2 x<4 \;\Rightarrow\; \log_2 2<\log_2 x<\log_2 2^4 \qquad 2>1\Rightarrow\; 2<x<16$

$\therefore$　$x=3，4，5，6，\cdots，15$ 共有 13 個整數值

18.不等式 $\log_{0.2}(x-3)\le\log_{0.2}(5+4x-x^2)$之解爲＿＿＿＿＿＿＿。

【解答】$\frac{3+\sqrt{41}}{2}\le x<5$

【詳解】

(1)真數$\begin{cases}x-3>0\\5+4x-x^2>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-3>0\\(x-5)(x+1)<0\end{cases}\Rightarrow\quad 3<x<5\cdots\cdots$①

(2) $\log_{0.2}(x-3)\le\log_{0.2}(5+4x-x^2)$，$x-3\ge 5+4x-x^2$（$\because$　$0<$ 底數 $=0.2<1$）

$x^2-3x-8\ge 0 \quad\Rightarrow\quad x\le\frac{3-\sqrt{41}}{2}$ 或 $x\ge\frac{3+\sqrt{41}}{2}\cdots\cdots$②

(3)① $\cap$ ②(重疊圖)　$\Rightarrow$　$\frac{3+\sqrt{41}}{2}\le x<5$

19.函數 $y=\log_a x(x+1)$圖形通過$(\frac{5}{4}，\frac{2}{3})$及$(b，1)$兩點，則數對$(a，b)=$＿＿＿＿＿＿＿。

【解答】$(\frac{27}{8}，\frac{19}{8})$

【詳解】

將$(\frac{5}{4}$，$\frac{2}{3})$代入 $y=\log_a(x+1)\Rightarrow\frac{2}{3}=\log_a(\frac{5}{4}+1)$ $\Rightarrow$ $a^{\frac{2}{3}}=\frac{9}{4}$ $\Rightarrow$ $a=(\frac{9}{4})^{\frac{3}{2}}=(\frac{3}{2})^3=\frac{27}{8}$

將$(b$，$1)$代入 $y=\log_{\frac{27}{8}}(x+1)$ $\Rightarrow$ $1=\log_{\frac{27}{8}}(b+1)$ $\Rightarrow$ $b+1=(\frac{27}{8})^1$ $\Rightarrow$ $b=\frac{19}{8}$

$\therefore$ $(a$，$b)=(\frac{27}{8}$，$\frac{19}{8})$

20.對任意實數 x，$\log_{0.9}(2x^2-3x+k)$之值恆為負，則實數 k 的範圍是__________。

【解答】$k>\frac{17}{8}$

【詳解】

$\log_{0.9}(2x^2-3x+k)$之值恆為負$\Rightarrow\log_{0.9}(2x^2-3x+k)<0$恆成立

即$\log_{0.9}(2x^2-3x+k)<\log_{0.9}1$恆成立

$\because 0.9<1\Rightarrow 2x^2-3x+k>1$恆成立$\Rightarrow 2x^2-3x+(k-1)>0$恆成立

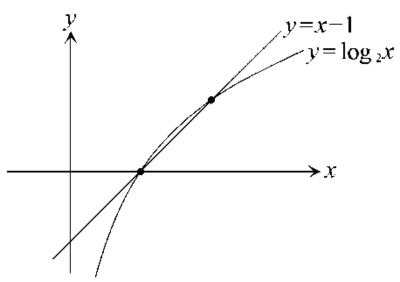
$\delta<0$即$(-3)^2-4\cdot2\cdot(k-1)<0$

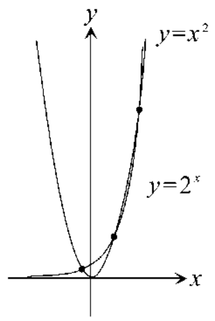
$17-8k>0\Rightarrow k>\frac{17}{8}$

21.設方程式 $x-1=\log_2 x$ 之實數解有 a 個，$x^2=2^x$ 之實數解有 b 個，則 $a+b$ 之值為______。

【解答】5

【詳解】即求交點數





由上圖可知 $a=2$，$b=3$ $\therefore$ $a+b=5$

22.解不等式 $\log_{0.1}(x^2-4)-\log_{0.1}(x+2)<0$，得__________。

【解答】$x>3$

【詳解】

真數$\begin{cases}x^2-4>0\\x+2>0\end{cases}$ $\Rightarrow$ $x>2$……..①

$\log_{0.1}(x^2-4)-\log_{0.1}(x+2)<0$ $\Rightarrow$ $\log_{0.1}\frac{x^2-4}{x+2}<\log_{0.1}1$

$\because\quad 0<0.1<1 \quad\Rightarrow\quad \dfrac{x^2-4}{x+2}>1 \quad\Rightarrow\quad \dfrac{(x+2)(x-2)}{x+2}>1 \Rightarrow\quad x-2>1 \quad\Rightarrow\quad x>3$………②

$\therefore$由①②　$x>3$

23.設 $a=\log_{\frac{1}{3}}2$，$b=\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{2}$，$c=\log_{\frac{1}{2}}3$，$d=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{3}$，則 a，b，c，d 的大小順序爲__________。

【解答】$d>b>a>c$

【詳解】

$a=\log_{\frac{1}{3}}2=-\log_3 2<0 \quad\therefore\quad -1<a<0 \Rightarrow a=-0.\cdots$，

$b=\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{2}=\log_3 2>0 \quad\therefore\quad 0<b<1 \Rightarrow a=0.\cdots$

$c=\log_{\frac{1}{2}}3=-\log_2 3<-\log_2 2<0 \quad\therefore\quad c<-1 \Rightarrow c=-1.\cdots$

$d=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{3}=\log_2 3>1 \Rightarrow d=1.\cdots$

$\therefore\quad d>b>a>c$

24.設 $x>1$，$f(x)=\log_4(\dfrac{x^2}{8})+\log_x(\dfrac{8}{\sqrt{x}})$，則 $f(x)$之最小値爲__________。

【解答】$2\sqrt{3}-2$

【詳解】

① $x>1 \quad\Rightarrow\quad \log x>0$

② $f(x)=\log_4 x^2-\log_4 8+\log_x 8-\log_x \sqrt{x}$

$$=\frac{2}{2}\log_2 x-\frac{3}{2}\log_2 2+3\log_x 2-\frac{1}{2}\log_x x$$

$$=\log_2 x-\frac{3}{2}+3\log_x 2-\frac{1}{2}$$

$$=\log_2 x+3\log_x 2-2$$

$$\geq 2\sqrt{\log_2 x\cdot 3\log_x 2}-2\text{（算幾不等式）}\Leftarrow \log_2 x\cdot\frac{1}{\log_2 x}=1$$

$$=2\sqrt{3}-2$$

$\therefore$　最小値 $=2\sqrt{3}-2$