

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.04.03				
範圍	第 1 回	班級		姓名
	1-1 指數	座號		

一、計算題 (每題 20 分)

1、試求  $(16)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot 64^{\frac{1}{4}}$  之值。

答案：  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

解析：

$$(16)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot 64^{\frac{1}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{2}} \cdot (2^{-5})^{\frac{4}{5}} \cdot (2^6)^{\frac{1}{4}} = 2^{4 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 5 \times \left(-\frac{4}{5}\right) + 6 \times \frac{1}{4}} = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2、設  $a^{2x} = \sqrt{2} + 1$ ，則  $(a^{3x} + a^{-3x}) \div (a^x - a^{-x}) = ?$

答案：  $3 + \sqrt{2}$

解析：

$$\begin{aligned} (a^{3x} + a^{-3x}) \div (a^x - a^{-x}) &= \frac{(a^{3x} + a^{-3x}) \cdot a^x}{(a^x - a^{-x}) \cdot a^x} = \frac{a^{4x} + a^{-2x}}{a^{2x} - a^0} = \frac{(\sqrt{2} + 1)^2 + \frac{1}{\sqrt{2} + 1}}{(\sqrt{2} + 1) - 1} \\ &= \frac{(2 + 2\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 4 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}}{2} = 3 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

3、設  $a + a^{-1} = 5$ ，試求：

(1)  $a^2 + a^{-2} = ?$       (2)  $a^3 + a^{-3} = ?$       (3)  $a^5 + a^{-5} = ?$ 。

答案： (1) 23      (2) 110      (3) 2525

解析：

$$(1) a + a^{-1} = 5 \Rightarrow (a + a^{-1})^2 = 25$$

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot a^{-1} + a^{-2} = 25 \Rightarrow a^2 + a^{-2} = 23$$

$$(2) a + a^{-1} = 5 \Rightarrow (a + a^{-1})^3 = 125$$

$$a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot a^{-1} + 3 \cdot a \cdot a^{-2} + a^{-3} = 125 \Rightarrow a^3 + a^{-3} + 3a \cdot a^{-1}(a + a^{-1}) = 125$$

$$a^3 + a^{-3} = 125 - 3(a + a^{-1}) = 125 - 3 \times 5 = 110$$

$$(3) (a^2 + a^{-2})(a^3 + a^{-3}) = 23 \times 110$$

$$\text{展開} \Rightarrow (a^5 + a^{-5}) + (a + a^{-1}) = 2530$$

$$\Rightarrow a^5 + a^{-5} = 2530 - 5 = 2525$$

4、設  $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ， $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ， $c = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$ ，試求  $a, b, c$  大小關係

答案：  $a = c > b$

解析：

$$a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = (2^6)^{\frac{1}{12}} = (64)^{\frac{1}{12}},$$

$$b = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = (3^4)^{\frac{1}{12}} = (81)^{\frac{1}{12}},$$

$$c = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}} = (4^3)^{\frac{1}{12}} = (64)^{\frac{1}{12}}$$

$$a = c > b$$

5、某公司培養優酪乳汁乳酸菌，其菌數等比成長，1 日後增為  $k$  倍，以知 3 日後菌數為 256000，4.5 日後菌數為 2048000，試求：

(1) 滿 1.5 日時的菌數？

(2) 已日後菌數達 16384000？

答案：(1)32000 (2)6

解析：

(1) 設原有菌數  $a$ ，則  $t$  日後菌數為  $a \cdot k^t$

$$a \cdot k^3 = 256000 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a \cdot k^{4.5} = 2048000 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}} \Rightarrow k^{4.5-3} = \frac{2048000}{256000} \Rightarrow k^{1.5} = 8 ; \begin{cases} k = 4 \\ a = 4000 \end{cases} \Rightarrow a \cdot k^{1.5} = 4000 \times 8 = 32000$$

(2)

$$4000 \times 4^t \geq 16384000$$

$$4^t \geq 4096 \Rightarrow t \geq 6$$