高雄市明誠中學 高一數學平時測驗				日期：99.01.17	
範圍	第 20 回 3-4 多項函數	班級 座號		姓名	

一、計算題 (每題 20 分)

1、 (1)設 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的圖形過三點 $A(2,0), B(-1,3), C(0,-4)$ 試求 $f(x)$ 。
(2)試求 $f(x)$ 圖形的頂點。

答案： (1) $f(x)=3x^2-4x-4$ 、(2)頂點 $(\frac{2}{3},-\frac{16}{3})$

解析：

(1) 三點代入 $f(x)=ax^2+bx+c \Rightarrow \begin{cases} 4a+2b+c=0 \\ a-b+c=3 \\ 0+0+c=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \\ c=-4 \end{cases}$， $f(x)=3x^2-4x-4$

(2) $f(x)=3x^2-4x-4=3[x^2-\frac{4}{3}x+(\frac{2}{3})^2]-4-3(\frac{2}{3})^2$

$=3(x-\frac{2}{3})^2-\frac{16}{3} \Rightarrow$ 頂點 $(\frac{2}{3},-\frac{16}{3})$

2、二次函數 $f(x)=2x^2-x+4$ 其中 $-2\le x\le 1$，試求此函數之最大值與最小值。

答案：最大值 14 與最小值 $\frac{31}{8}$

解析：

$f(x)=2x^2-x+4=2(x-\frac{1}{4})^2+\frac{31}{8}$

因為頂點於 $-2\le x\le 1$ 內 $\Rightarrow \begin{cases} x=-2, \quad y=14(Max) \\ x=\frac{1}{4}, \quad y=\frac{31}{8}(Min) \\ x=1, \quad y=5 \end{cases}$

3、 將二次函數 $f(x)=-3x^2$ 圖形右移__________單位，向上_________單位，即得到 $y=-3x^2+12x-13$ 之圖形。

答案：右移 2 單位，向上 (-1) 單位

解析：

$y=-3x^2 \xrightarrow{(h,k)} y-k=-3(x-h)^2$

$y=-3x^2+6hx-3h^2+k$ 比較係數 $y=-3x^2+12x-13 \Rightarrow \begin{cases} 6h=12 \\ -3h^2+k=-13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h=2 \\ k=-1 \end{cases}$

4、 (1)若二次函數 $f(x)=ax^2+2x+a$ 之值恆負，試求實數 a 之範圍。
(2)若二次函數 $y=x^2-mx+2$ 之圖形恆於 $y=2x-2$ 之上方，試求實數 m 之範圍。

答案：(1) $a<-1$ (2) $-6<m<2$

解析：

(1) $ax^2+2x+a<0$ 恆成立 $\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \delta<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ 2^2-4a\cdot a<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ a>1 \text{ or } a<-1 \end{cases}$，所以 $a<-1$

(2) $x^2-mx+2>2x-2$ 恆成立

$x^2-(m+2)x+4>0$ 恆成立 $\Leftrightarrow \delta=[-(m+2)]^2-4\cdot1\cdot4<0$

$\Leftrightarrow m^2+4m-12<0 \Rightarrow (m+6)(m-2)<0$

$\Leftrightarrow -6<m<2$

5、將二次函數 $y=x^2+2x-2$ 的頂點固定，然後改變開口大小使其經過 $(2,15)$，試求改變後之函數。

答案： $y=2x^2+4x-1$

解析：

$y=x^2+2x-2=(x+1)^2-3 \Rightarrow$ 頂點 $(-1,-3)$

頂點固定，改變開口大小之二次函數設為 $y=a(x+1)^2-3$

代入 $(2,15) \Rightarrow 15=a\cdot3^2-3,\quad a=2$

所求二次函數為 $y=2(x+1)^2-3 \Rightarrow y=2x^2+4x-1$