<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.01.17</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td>第 18 回</td><td>班級</td><td></td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>3-3HCF、LCM(Ⅰ)</td><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、計算題 (每題 20 分)

1、 試求 $f(x)=2x^3-3x^2-2x$ 與 $g(x)=2x^3-9x^2+7x+6$ 之最高公因式、最低公倍式。

答案： 最高公因式 $2x^2-3x-2$ 、最低公倍式 $x(x-3)(2x^2-3x-2)$

解析：因式分解

$f(x)=2x^3-3x^2-2x=x(2x+1)(x-2)\Rightarrow g(2)=0, g(-\frac{1}{2})=0$

$g(x)=(x-2)(2x+1)(x-3)$

最高公因式 $2x^2-3x-2$ 、最低公倍式 $x(x-3)(2x^2-3x-2)$

2、求 $f(x)=x^3+2x^2-5x-6$ 與 $g(x)=x^4+2x^3-3x^2-4x-12$ 之最高公因式、最低公倍式。

答案：最高公因式 x^2+x-6 、最低公倍式 $(x+1)(x^2+x-6)(x^2+x+2)$

解析：因式分解

$f(x)=x^3+2x^2-5x-6=(x+1)(x+3)(x-2)\Rightarrow g(2)=0, g(-3)=0$

$g(x)=(x-2)(x+3)(x^2+x+2)$

最高公因式 x^2+x-6 、最低公倍式 $(x+1)(x^2+x-6)(x^2+x+2)$

3、 設 $f(x)=x^3+2x^2+3x+a$ ，與 $g(x)=x^3+4x^2+9x-a$ 之最高公因式爲二次多項式，試求 a 之值及此最高公因式。

答案：最高公因式 x^2+3x+6 及 $a=-6$

解析：

設最高公因式 $d(x)=(f(x),g(x))$ ， $d(x)\,|\,f(x), d(x)\,|\,g(x)\Rightarrow d(x)\,|-f(x)+g(x)$

$d(x)\,|\,2x^2+6x-2a\cdots\cdots$①

$d(x)\,|\,f(x)+g(x)\Rightarrow d(x)\,|\,2x^3+6x^2+12x$ ，即 $d(x)\,|\,2x(x^2+3x+6)\cdots\cdots$②

由①②及最高公因式爲二次多項式

(1) $a=0\Rightarrow$ 最高公因式爲 x (一次式，不合)

(2) $a\neq 0\Rightarrow \frac{2}{1}=\frac{6}{3}=\frac{-2a}{6}, a=-6$ 且最高公因式 $d(x)=x^2+3x+6$

4、設兩二次多項式領導係數皆 1， $x+1$ 爲其最高公因式， x^3-4x^2+x+6 爲其最低公倍式，試求此兩多項式。

答案： $x^2-x-2,\quad x^2-2x-3$

解析：

設兩二次多項式分別爲 $f(x), g(x)$ ，且 $f(x)=(x+1)h(x),\quad g(x)=(x+1)n(x)$

且 $m(x), n(x)$ 互質，則 $(x+1)m(x)n(x)=x^3-4x^2+x+6$

又 $x^3-4x^2+x+6=(x+1)(x-2)(x-3)\Leftarrow$ 由綜合除法得知

$$m(x)=x-2,\quad n(x)=x-3 \Rightarrow f(x)=(x+1)(x-2)=x^2-x-2$$
$$g(x)=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$$

5、設 $f(x)=2x^3-4x^2+2x+(2c+4)$ ，與 $g(x)=3x^3-6x^2+2x+(3c+5)$ 之最高公因式爲一次多項式，試求 c 之值及此最高公因式。

答案：最高公因式 $x+1$ 及 $c=2$

解析：

設最高公因式 $d(x)=(f(x),g(x))$ ， $d(x)\mid f(x), d(x)\mid g(x) \Rightarrow d(x)\mid 3f(x)-2g(x)$

$d(x)\mid 2(x+1)$ ，最高公因式爲一次多項式 $d(x)=x+1$ ，

$x+1\mid f(x) \Rightarrow f(-1)=0,\quad -2-4-2+(2c+4)=0 \Rightarrow c=2$

$x+1\mid g(x) \Rightarrow g(-1)=0,\quad -3-6-2+(3c+5)=0 \Rightarrow c=2$