

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.01.05				
範圍	3-3 多項式最高公因	班級		姓名
	式、最低公倍式	座號		

一、多重選擇題(每題 10 分)

() 1. 若 $f(x) = 2x^2 + ax + b$, $g(x) = 3x^2 + cx + d$ 的 HCF 為 $x + 1$,

LCM 為 $6x^3 + 17x^2 + 14x + e$, $a, b, c, d, e \in R$, 則

(A) $a = 5$ (B) $b = 3$ (C) $c = 4$ (D) $d = 1$ (E) $e = 3$ 。

解答 : ABCDE

解析 :

\because HCF 為 $x + 1$, 又 LCM 為 $6x^3 + 17x^2 + 14x + e$

將 $x = -1$ 代入 $\Rightarrow (-6) + 17 - 14 + e = 0 \Rightarrow e = 3$

\therefore LCM = $(x + 1)(3x + 1)(2x + 3)$

$\therefore f(x) = (x + 1)(2x + 3) = 2x^2 + 5x + 3$

$g(x) = (x + 1)(3x + 1) = 3x^2 + 4x + 1$

$(a, b, c, d, e) = (5, 3, 4, 1, 3)$

() 2. 設 $d(x), m(x)$ 各為多項式 $f(x), g(x)$ 的最高公因式 (HCF) 與最低公倍式 (LCM) ,

$\deg d(x) \geq 1$, 則

(A) $-3d(x)$ 也是 $f(x), g(x)$ 的最高公因式 (B) $5m(x)$ 也是 $f(x), g(x)$ 之最低公倍式

(C) $f(x) \cdot g(x) = d(x) \cdot m(x)$ (D) $\deg d(x) + \deg m(x) = \deg f(x) + \deg g(x)$

(E) $d(x) \mid m(x)$ 。

解答 : ABCDE

解析 :

(A)(B) 最高公因式 (HCF) 與最低公倍式 (LCM) 不唯一, 但彼此差一常數倍數

(C)(D) $f(x) \cdot g(x) = d(x) \cdot m(x) \Rightarrow \deg d(x) + \deg m(x) = \deg f(x) + \deg g(x)$

(E) $h(x), k(x)$ 互質

$d(x) \mid \frac{f(x) \cdot g(x)}{h(x)}$

$k(x) \Rightarrow m(x) = d(x) \cdot h(x) \cdot k(x)$

所以 $d(x) \mid m(x)$

() 3. 下列何者為 $x^4 - 1$ 與 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 的公因式?

(A) $x + 1$ (B) $x - 1$ (C) $x + 2$ (D) $x^2 + 1$ (E) $2x + 2$ 。

解答 : ABE

解析 :

$$x^4 - 1 = (x+1)(x-1)(x^2 + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$$

HCF 爲 $k(x+1)(x-1) \Rightarrow k(x+1), k(x-1), k(x+1)(x-1)$ 皆爲其公因式， k 爲常數

- () 4. 設 $f(x) = x^4 - 6x^2 - 3x + 2$ ，則下列何者正確？
- (A) $x+1$ 爲 $f(x)$ 的因式 (B) $x+2$ 爲 $f(x)$ 的因式 (C) $f(x) = 0$ 有兩個虛根
- (D) $x^2 - 3x + 1$ 爲 $f(x)$ 的因式 (E) $f(x)$ 在 $Q[x]$ 中的質因式共 3 個。

解答 : ABDE

解析 :

$$f(x) = x^4 - 6x^2 - 3x + 2$$

$$f(-1) = (-1)^4 - 6(-1)^2 - 3(-1) + 2 = 0 \Rightarrow (x+1) \mid f(x)$$

$$\begin{array}{r} 1+0-6-3+2 \\ \underline{-1+1+5-2} \quad -1 \\ 1-1-5+2 \\ \underline{-2+6-2} \quad -2 \\ 1-3+1 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \underline{+0} \\ \\ \underline{+0} \end{array}$$

$$(x+2) \mid f(x), \quad x^2 - 3x + 1 \mid f(x) \Rightarrow f(x) = (x+1)(x+2)(x^2 - 3x + 1)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -1, -2, \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

- () 5. 下列五個多項式，哪些可以分解乘兩個或兩個以上整係數多項式的成積？
- (A) $x^2 + x + 1$ (B) $x^3 + x^2 + x + 1$ (C) $x^4 + x^2 + 1$
- (D) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x$ (E) $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ 。

解答 : BCD

解析 :

$$(B) x^3 + x^2 + x + 1 = (x+1)(x^2 + 1)$$

$$(C) x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$(D) x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = x(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

- () 6. 已知整數係數多項式 $f(x) = 2x^2 + ax + 3$ 與 $g(x) = 3x^2 + 4x + b$ 的最高公因式爲 $x + c$ ，最低公倍式爲 $6x^3 + 17x^2 + 14x + 3$ ，選在下列正確的選項？
- (A) a 爲質數 (B) $a + b + c = 7$ (C) $b + c$ 爲偶數 (D) $a + c > 3$ (E) $b + c < 3$ 。

解答 : ABCDE

解析 :

$$LCM = 6x^3 + 17x^2 + 14x + 3 = (2x + 3)(3x + 1)(x + 1) \Rightarrow HCF = x + 1$$

$$\therefore f(x) = (2x + 3)(x + 1) \text{ 且 } g(x) = (3x + 1)(x + 1)$$

$$\therefore a = 5, b = 1, c = 1$$

- () 7. 設 n 為整數，而 $3x^2 + 7nx + 9$ 在 $Q[x]$ 中不是質式，則
 (A) n 必為正偶數 (B) n 必為奇數 (C) n 為 3 的倍數
 (D) $|n| \leq 5$ (E) n 必為 2 的倍數。

解答 : DE

解析 :

設 $3x^2 + 7nx + 9 = (3x + p)(x + q)$ ，其中 $p, q \in Z$

又 $(3x + p)(x + q) = 3x^2 + (p + 3q)x + pq$

$$\begin{cases} pq = 9 \\ p + 3q = 7n \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} p & 1 & 3 & 9 & -1 & -3 & -9 \\ q & 9 & 3 & 1 & -9 & -3 & -1 \\ n & 4 & \times & \times & -4 & \times & \times \end{matrix} \Rightarrow n = \pm 4$$

二、單選題: (每題 5 分)

- () 1. 整係數多項式 $f(x) = x^3 - 6x^2 + x - 6$ ， $g(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + k$ ，若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的最高公因式為二次式，則 k 值為 (A)5 (B)-3 (C)1 (D)3 (E)2。

解答 : D

解析 :

$$x^3 - 6x^2 + x - 6 = x(x^2 + 1) - 6(x^2 + 1) = (x - 6)(x^2 + 1), \therefore HCF = x^2 + 1$$

$\therefore g(x)$ 可被 $x^2 + 1$ 整除， $x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm i$

$$g(i) = 0 \Rightarrow 1 - 2(-i) + 4(-1) - 2i + k = 0 \Rightarrow k = 3$$

- () 2. 設 a, b 為整數，若 $f(x) = 2x^2 + ax + 3$ 與 $g(x) = 3x^2 + bx - 1$ 的最低公倍式為 $6x^3 + 13x^2 + 2bx - 3$ ，則 a 值為 (A)1 (B)3 (C)5 (D)7。

解答 : C

解析 :

$LCM = 6x^3 + 13x^2 + 2bx - 3$ 可被 $2x^2 + ax + 3$ 整除

$$\therefore 6x^3 + 13x^2 + 2bx - 3 = (2x^2 + ax + 3)(3x - 1) \leftarrow \text{前面乘前面、後面乘後面}$$

比較 x^2 項 $2 \times (-1) + 3a = 13 \Rightarrow a = 5$

三、填充題 (每題 10 分)

1. 三次多項式 $f(x)$ ，若 $f(-1) = f(1) = f(2) = 0$ ，且滿足 $f(5) = -72$ ，求 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解答 $-(x-1)(x+1)(x-2)$

解析

設 $f(x) = a(x-1)(x+1)(x-2)$ ，

$$f(5) = a \times 4 \times 6 \times 3 = -72, a = -1; \therefore f(x) = -(x-1)(x+1)(x-2)$$

2. (1) 若 $a = 2^3 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^3$ ， $b = 2^2 \times 3^6 \times 7 \times 11^2$ ，求 a, b 最大公因數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(不必乘開)
 (2) 若 $f(x) = (x-2)^3(x-3)^5(x-5)^2(x-7)^3$ ， $g(x) = (x-2)^2(x-3)^6(x-7)(x-11)^2$ ，求 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的

H.C.F. 爲 _____。(不必展開)

解答 (1) $2^2 \times 3^5 \times 7$; (2) $(x-2)^2 (x-3)^5 (x-7)$

解析

(1) 最大公因數 $2^2 \times 3^5 \times 7$

(2) $H.C.F. = (x-2)^2 (x-3)^5 (x-7)$

3. (1) 若 $a = 2^3 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^3$, $b = 2^2 \times 3^6 \times 7 \times 11^2$, 求 a, b 最小公倍數爲 _____。(不必乘開)

(2) 若 $f(x) = (x-2)^3 (x-3)^5 (x-5)^2 (x-7)^3$, $g(x) = (x-2)^2 (x-3)^6 (x-7)(x-11)^2$, 求 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的 L.C.M. 爲 _____。(不必展開)

解答 (1) $2^3 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$; (2) $(x-2)^3 (x-3)^6 (x-5)^2 (x-7)^3 (x-11)^2$

解析

(1) $[a, b] = 2^3 \times 3^6 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

(2) $L.C.M. = (x-2)^3 (x-3)^6 (x-5)^2 (x-7)^3 (x-11)^2$

3. 利用輾轉相除法, 求 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$, $g(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$ 的最高公因式 H.C.F. _____

解答 $x^2 + x - 2$

解析

$$\begin{array}{r|l} 1 & \begin{array}{l} 1+2-1-2 \\ 1-1-4+4 \\ \hline 3 \quad |3+3-6 \\ \quad 1+1-2 \\ \quad 1-1-2 \\ \hline 0 \end{array} & \begin{array}{l} 1-1-4+4 \\ 1+1-2 \\ \hline -2 \quad | -2-2+4 \\ \quad 1+1-2 \end{array} & 1 \end{array}$$

故 H.C.F. = $x^2 + x - 2$

4. 求 $f(x) = 2x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1$, $g(x) = x^5 - x^4 - 2x^3 - x^2 + x + 2$, $h(x) = x^4 + 2x^3 - x - 2$ 的 L.C.M. 爲 _____。(不必展開)

解答 $(x^2 + x + 1)(x+1)(2x-1)(x-1)(x-2)(x+2)$

解析

令 $h(x)$ 與 $g(x)$ 的 H.C.F. 爲 $d(x)$, 先求 $d(x)$, 再求 $d(x)$ 與 $f(x)$ 的 H.C.F. 即爲 $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$ 的 H.C.F.

$$\begin{array}{r|l} 3+6 & \begin{array}{l} 1+2+0-1-2 \\ \quad \quad \quad \times 3 \\ \hline 3+6+0-3-6 \\ 3+0+0-3 \\ \hline 6+0+0-6 \\ 6+0+0-6 \\ \hline 0 \end{array} & \begin{array}{l} 1-1-2-1+1+2 \\ 1+2+0-1-2 \\ \hline -3-2+0+3+2 \\ -3-6-0+3+6 \\ \hline 4 \quad |4+0+0-4 \\ \quad 1+0+0-1 \end{array} & 1-1 \end{array}$$

$$1-1 \left| \begin{array}{c|c|c} 1+0+0-1 & 2+3+2+0-1 & 2+3 \\ \hline 1+1+1 & 2+0+0-2 & \\ \hline -1-1-1 & 3+2+2-1 & \\ -1-1-1 & 3+0+0-3 & \\ \hline 0 & 2 \left| \begin{array}{c} 2+2+2 \\ \hline 1+1+1 \end{array} \right. & \end{array} \right.$$

故 $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $h(x)$ 的 $H.C.F$ 為 x^2+x+1

$$\Rightarrow f(x) = (x^2+x+1)(2x^2+x-1) = (x^2+x+1)(x+1)(2x-1)$$

$$g(x) = (x^2+x+1)(x^3-2x^2-x+2)$$

$$= (x^2+x+1)(x-1)(x^2-x-2)$$

$$= (x^2+x+1)(x-1)(x+1)(x-2)$$

$$h(x) = (x^2+x+1)(x^2+x-2) = (x^2+x+1)(x-1)(x+2)$$

$$\Rightarrow L.C.M = (x^2+x+1)(x+1)(2x-1)(x-1)(x-2)(x+2)$$

5. 設多項式 x^3+2x^2-x-3 與 $g(x)$ 的最低公倍數為 $x^4+4x^3+ax^2+bx+c$ ，求

(1) $(a,b,c) = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $g(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解答

(1) $(3, -5, -6)$; (2) 0

解析

(1) $L.C.M$ 必可被 x^3+2x^2-x-3 整除

$$\begin{array}{r} 1+2 \\ 1+2-1-3 \overline{) 1+4+ \quad a+ \quad b+ \quad c} \\ \underline{1+2- \quad 1- \quad 3} \\ 2+(a+1)+(b+3)+ \quad c \\ \underline{2+ \quad 4- \quad 2- \quad 6} \\ (a-3)+(b+5)+(c+6) \end{array}$$

$$\therefore a=3, b=-5, c=-6$$

(2) $L.C.M = x^4+4x^3+ax^2+bx+c = (x^3+2x^2-x-3)(x+2)$

$$\therefore x+2 \text{ 必為 } g(x) \text{ 的因式} \quad \therefore g(-2)=0$$

6. 若 $f(x) = x^3+ax^2-x+2$ 與 $g(x) = x^2+ax-2$ 的 $H.C.F$ 為一次式，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解答

1

解析

$$f(x) = x^3+ax^2-x+2$$

$$-xg(x) = x^3+ax^2-2x$$

$$\frac{f(x)-xg(x)}{x+2} =$$

而 $\therefore f(x)$ 、 $g(x)$ 之 $H.C.F$ 為一次式

$$\therefore H.C.F. = x+2 \quad \therefore g(-2) = 4-2a-2=0 \quad \therefore a=1$$

7. 若 $f(x) = x^3 + ax^2 - x + 2$ 與 $g(x) = x^2 + ax - 2$ 的 $L.C.M.$ 爲四次式，求 $a =$ _____。

解答 1

解析

$$\because f(x) \times g(x) = H.C.F. \times L.C.M.$$

又 $f(x) \times g(x)$ 爲五次式， $L.C.M.$ 爲四次式 $\Rightarrow H.C.F.$ 爲一次式

而 $f(x) - xg(x) = x + 2$ 即爲 $H.C.F.$ ， $\therefore g(-2) = 0 \Rightarrow a = 1$

8. p 爲常數，若 $f(x) = x^2 + px + 6$ 與 $g(x) = x^3 + px + 6$ 的 $L.C.M.$ 爲四次式，求 $p =$ _____。

解答 -7

解析

$\because f(x)$ 、 $g(x)$ 的 $L.C.M.$ 爲四次式 $\Rightarrow H.C.F.$ 爲一次式

$$g(x) - f(x) = x^3 - x^2 = x^2(x-1)$$

但 $\because f(0)$ 、 $g(0)$ 皆不爲 0 $\therefore x$ 不爲其公因式

$$\therefore H.C.F. = x-1 \quad \therefore f(1) = 1 + p + 6 = 0 \quad \therefore p = -7$$

9. 若 $f(x) = x^3 + ax^2 + 11x + 6$ 與 $g(x) = x^3 + bx^2 + 14x + 8$ 之 $H.C.F.$ 爲二次式，求

(1) $a =$ _____，(2) $b =$ _____。

解答 (1)6;(2)7

解析

$$f(x) - g(x) = (a-b)x^2 - 3x - 2 \text{ 此即爲 } H.C.F.$$

$$4f(x) - 3g(x) = x^3 + (4a-3b)x^2 + 2x = x[x^2 + (4a-3b)x + 2]$$

但 $\because f(0)$ 、 $g(0)$ 皆不爲 0 $\therefore x$ 不爲其公因式，故 $x^2 + (4a-3b)x + 2$ 亦爲 $H.C.F.$

\therefore 兩個 $H.C.F.$ 應成比例 ($H.C.F.$ 不唯一但彼此爲常數倍)

$$\therefore \frac{a-b}{1} = \frac{-3}{4a-3b} = \frac{-2}{2} \Rightarrow \begin{cases} a-b = -1 \\ 4a-3b = 3 \end{cases} \therefore a = 6, b = 7$$

10. 若 $f(x) = x^3 + ax^2 - 5x - 7$ ， $g(x) = 2x^3 + x^2 - bx + 5$ 之 $H.C.F.$ 爲 $x-c$ (a 、 b 、 c 爲自然數)，求 $(a, b, c) =$ _____。

解答 (11,8,1)

解析

$f(x)$ 的可能一次因式爲 $x \pm 1$ ， $x \pm 7$

$g(x)$ 的可能一次因式爲 $x \pm 1$ ， $x \pm 5$ ， $2x \pm 1$ ， $2x \pm 5$

故 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的 $H.C.F.$ 爲 $x+1$ 或 $x-1$ ($x+1$ 不合， $\because c$ 爲自然數)

$$\therefore c = 1 \quad \therefore H.C.F. = x-1$$

$$\therefore f(1) = 1 + a - 5 - 7 = 0 \Rightarrow a = 11$$

$$g(1) = 2 + 1 - b + 5 = 0 \Rightarrow b = 8$$

11. k 爲實數， $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ ， $g(x) = x^3 + k^2x^2 + 2kx - 16$ ，

(1) 若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 之 $H.C.F.$ 爲一次式，求 $k =$ _____， $H.C.F. =$ _____。

(2) 若 $f(x)$ 與 $g(x)$ 之 $H.C.F.$ 爲二次式，求 $k =$ _____， $H.C.F. =$ _____。

解答 (1) $k = -5$ 或 -2 ， $H.C.F$ 為 $x-1$ 或 $x+2$ ；(2) $k = 3$ ， $H.C.F$ 為 $(x-1)(x+2)$

解析

利用一次因式檢驗法分解 $f(x) = (x-1)(x-3)(x+2)$

①若 $g(x)$ 有 $x-1$ 之因式 $\Rightarrow g(1) = 0 \Rightarrow k^2 + 2k - 15 = 0 \Rightarrow k = 3$ 或 -5

②若 $g(x)$ 有 $x-3$ 之因式 $\Rightarrow g(3) = 0 \Rightarrow 9k^2 + 6k + 11 = 0 \Rightarrow k$ 無實數解

③若 $g(x)$ 有 $x+2$ 之因式 $\Rightarrow g(-2) = 0 \Rightarrow 4k^2 - 4k - 24 = 0 \Rightarrow k = 3$ 或 -2

\Rightarrow 當 $k = 3$ 時， $f(x)$ ， $g(x)$ 公因式 $(x-1)(x+2)$ 此即為二次 $H.C.F$ 。

當 $k = -5$ 時， $f(x)$ ， $g(x)$ 之 $H.C.F$ 。 $x-1$

當 $k = -2$ 時， $f(x)$ ， $g(x)$ 之 $H.C.F$ 。 $x+2$

故 $f(x)$ ， $g(x)$ 之 $H.C.F$ 。為一次式時， $k = -5$ ， $H.C.F$ 。為 $x-1$ ；或 $k = -2$ ， $H.C.F$ 。為 $x+2$

當 $f(x)$ ， $g(x)$ 之 $H.C.F$ 。為二次式時， $k = 3$ ， $H.C.F$ 。為 $(x-1)(x+2)$

12. 若 $f(x) = x^2 + ax + 2$ 與 $g(x) = x^2 + 4x + b$ 的最低公倍式為 $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ ，

求 $(f(x), g(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解答 : $x+1$

解析 :

$f(x) | (x^3 + 6x^2 + 11x + 6)$

綜合除法

$$a^2 - 6a + 9 = 0 \Rightarrow (a-3)^2 = 0, \therefore a = 3$$

$$\therefore f(x) = x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2),$$

且 $g(x) | (x^3 + 6x^2 + 11x + 6)$

$$3 - b = 0 \Rightarrow b = 3$$

$$\therefore g(x) = x^2 + 4x + 3 = (x+1)(x+3)$$

$$\therefore (f(x), g(x)) = x+1$$

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{rrr} 1+6 & +11 & +6 \\ -a & -a(6-a) & \\ \hline & -2 & -2(6-a) \end{array} & \begin{array}{l} -a \\ -2 \end{array} \\ \hline 1+(6-a) & \underline{+(a^2 - 6a + 9) + (2a - 6)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{rrr} 1+6+11 & +6 \\ -4-8 & \\ \hline & -b & -2b \end{array} & \begin{array}{l} -4 \\ -b \end{array} \\ \hline 1+2 & \underline{+(3-b) + (6-2b)} \end{array}$$

13. 設 $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 7$ ， $g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 7$ ，若 $f(a) = g(a) = 5$ ，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

解答 : 2 或 $\frac{1}{2}$

解析 :

$$\text{令 } F(x) = f(x) - 5 = 2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x + 2$$

$$G(x) = g(x) - 5 = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$$

$$\therefore F(a) = f(a) - 5 = 0, G(a) = g(a) - 5 = 0$$

$\therefore x-a$ 是 $F(x)$ 與 $G(x)$ 的公因式

用輾轉相除法：

$$\therefore (F(x), G(x)) = 2x^2 - 5x + 2 = (2x-1)(x-2)$$

$$\therefore F\left(\frac{1}{2}\right) = F(2) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = f(2) = 5,$$

$$G\left(\frac{1}{2}\right) = G(2) = 0 \Rightarrow g\left(\frac{1}{2}\right) = g(2) = 5, a \text{ 可能為 } 2 \text{ 或 } \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -3 & -1 & -3 & +2 & 2 & -3 & -3 & +2 & 1 \\ & 2 & -3 & -3 & +2 & & 2 & -5 & +2 & & \\ \hline & 0 & +0 & +2 & -5 & +2 & & +2 & -5 & +2 & 1 \\ & & +0 & +0 & +0 & +0 & & +2 & -5 & +2 & \\ \hline & & & +2 & -5 & +2 & & & & +0 & \end{array} & \end{array}$$

14. 設有二整係數多項式 $x^2 - x - 6$ 與 $x^2 + ax + b$ 的最高公因式 $x + 2$ ，最低公倍式為

$x^3 - 7x - 6$ ，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解答：3；2

解析：

最低公倍式因式分解 $\text{LCM} = x^3 - 7x - 6 = (x+1)(x^2 - x - 6) = (x+1)(x+2)(x-3)$

又 $x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$ 且最高公因式為 $x+2$

$$x+2 \left| \begin{array}{cc} x^2 - x - 6 & x^2 + ax + b \\ \hline x-3 & x+1 \end{array} \right.$$

\Rightarrow 必有 $x^2 + ax + b = (x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$ ，所以 $a = 3$ ， $b = 2$ 。

15. $f(x) = x^2 - x + p$ 與 $g(x) = x^3 + x^2 + x + 3 + p$ 之最低公倍式為四次式，求 $p = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解答：-2

解析：

因為 $\deg f(x) + \deg g(x) = \deg \text{HCF} + \deg \text{LCM}$

所以 $2 + 3 = \deg \text{HCF} + 4 \Rightarrow \deg \text{HCF} = 1$

設 $\text{HCF} = d(x)$ ， $d(x) \mid f(x)$ 且 $d(x) \mid g(x)$

$\Rightarrow d(x) \mid g(x) - f(x) = x^3 + 2x + 3 = (x+1)(x^2 - x + 3)$

因為 $\deg d(x) = 1$ ，所以 $d(x) = x + 1 \Rightarrow f(-1) = 0 \Rightarrow 1 + 1 + p = 0 \Rightarrow p = -2$ 。