

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.01.17				
範圍	第 17 回	班級		姓名
	3-2 餘式因式定理(II)	座號		名

一、計算題 (每題 20 分)

1、設  $f(x) = 2x^3 - mx^2 + nx - 7$  可被  $x+1$  與  $x-1$  整除，試求  $f(x)$ 。

答案：  $f(x) = 2x^3 + 7x^2 - 2x - 7$

解析：

$$f(x) = 2x^3 - mx^2 + nx - 7 \text{ 可被 } x+1 \text{ 與 } x-1 \text{ 整除} \Rightarrow f(-1) = 0, f(1) = 0$$

$$\begin{cases} f(-1) = -2 - m - n - 7 = 0 \\ f(1) = 2 - m + n - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -7 \\ n = -2 \end{cases}, \text{ 所求 } f(x) = 2x^3 + 7x^2 - 2x - 7$$

2、設  $f(x)$  為三次多項式，滿足  $f(1) = f(2) = f(3) = 0$  且  $f(5) = 120$ ，試求三次多項式  $f(x)$ 。

答案：  $f(x) = 5(x-1)(x-2)(x-3)$

解析：

$$f(1) = f(2) = f(3) = 0 \Rightarrow f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$f(5) = 120 \Rightarrow a \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120, a = 5 \Rightarrow f(x) = 5(x-1)(x-2)(x-3)$$

3、設  $f(x) = -5x^4 + (a-2)x^3 - 6x^2 + (a^2+1)x + 3$ ，若  $2x+1 \mid f(x)$ ，試求  $a$  之值。

答案：  $a = -\frac{3}{2}, \frac{5}{4}$

解析：

$$2x+1 \mid f(x) \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow -5\left(-\frac{1}{2}\right)^4 + (a-2)\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 6\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (a^2+1)\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 0,$$

$$\Rightarrow -5 - 2a + 4 - 24 - 8a^2 - 8 + 48 = 0$$

$$\Rightarrow 8a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (2a+3)(4a-5) = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, \frac{5}{4}$$

4、試因式分解  $2x^3 + 3x^2 + 11x + 5$ 。

答案：  $(2x+1)(x^2+x+5)$

解析：

依牛頓一次因式檢查法，若  $ax-b \mid f(x) \Rightarrow a \mid 2, b \mid 5$

$$a = \pm 1, \pm 2; \quad b = \pm 1, \pm 5 \Rightarrow \frac{b}{a} = \pm 1, \pm 5, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{5}{2}$$

其中  $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow f(x) = (2x+1)(x^2+x+5)$

$$\begin{array}{r} 2+3+11+5 \\ -1-1-5 \\ \hline 2 \mid 2+2+10 \mid +0 \\ 1+1+5 \end{array} \left| -\frac{1}{2} \right.$$

5、試解方程式  $x^4 + \frac{3}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} = 0$ 。

**答案**：  $x = -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

**解析**：

$$x^4 + \frac{3}{2}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} = 0 \Rightarrow 8x^4 + 12x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\text{又 } f(-1) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow (x-1)(2x-1)(2x+1)^2 = 0$$

$$x = -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 8+12+2-3-1 \\ -8-4+2+1 \\ \hline 8+4-2-1 \\ +4+4+1 \\ \hline 2|8+8+2| \\ 4+4+1 \end{array} \begin{array}{l} -1 \\ +0 \\ \frac{1}{2} \\ +0 \end{array}$$