

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.01.17				
範圍	第 16 回	班級		姓名
	3-2 餘式因式定理(I)	座號		

一、計算題 (每題 20 分)

1、(1)試求 $f(x) \div (x-1)(x-2)$ 的餘式為 $8x+7$ ，試求 $f(x) \div (x-2)$ 的餘式。

(2)設 $f(x)$ 除以 $x+2$ 餘 -1 ，除以 $x-1$ 餘 5 ，試求 $f(x)$ 除以 $(x+2)(x-1)$ 的餘式。

答案：(1) 23 ；(2) $2x+3$

解析：

$$(1) \text{ 設 } f(x) \div (x-1)(x-2) = Q(x) \cdots \cdots 8x+7 \Rightarrow f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + (8x+7)$$

$$f(x) \div (x-2) \text{ 的餘式 } f(2) = 0 + 16 + 7 = 23$$

$$(1) \text{ 設 } f(x) \div (x+2)(x-1) = Q(x) \cdots \cdots ax+b \Rightarrow f(x) = (x+2)(x-1)Q(x) + (ax+b)$$

$$f(x) \text{ 除以 } x+2 \text{ 餘 } -1 \Rightarrow f(-2) = -1, \text{ 除以 } x-1 \text{ 餘 } 5 \Rightarrow f(1) = 5$$

$$\begin{cases} f(-2) = -2a+b = -1 \\ f(1) = a+b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}, \text{ 所求餘式 } 2x+3$$

2、設 $f(x) = 357x^5 - 699x^4 - 635x^3 - 1419x^2 + 37x + 15$ ，試求 $f(3)$ 之值為何？

答案：342

解析：

$$\begin{array}{r} 357 - 699 - 635 - 1419 + 37 + 15 \\ \hline + 1071 + 1116 + 1443 + 72 + 327 \end{array} + 3$$

$$357 + 372 + 481 + 24 + 109 \quad | \quad + 342$$

$$\Rightarrow f(3) = 342$$

3、(1)試求 $x+1$ 除 $x^{100} + x^{50} - 1$ 之餘式。(2)試求 $(1-x)^{10}$ 除以 $x^2 + 1$ 之餘式。

答案：(1) 1 (2) $-32x$

解析：

$$(1) x = -1 \Rightarrow (-1)^{100} + (-1)^{50} - 1 = 1 + 1 - 1 = 1$$

$$(2) \text{ 設 } f(x) = (1-x)^{10} = (x^2+1)Q(x) + ax+b$$

$$x^2+1=0 \Rightarrow x = \pm i, x = i \Rightarrow (1-i)^{10} = [(1-i)^2]^5 = (-2i)^5 = -32i^5 = -32i$$

$$\text{又 } f(i) = 0 + ai + b \cdots \cdots \text{②}$$

$$\text{由 ①②} \Rightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 0 \end{cases}, \text{ 所求餘式 } -32x$$

4、設 $f(x) = (a+1)x^2 + (b-2)x + (c+3)$ ，滿足 $f(2) = f(-1) = 5, f(-3) = -5$ ，求 $a+b+c = ?$

答案：5

解析：

$$f(2) = 5 \Rightarrow 2(a+1) + 2(b-2) + (c+3) = 5$$

$$f(-1) = 5 \Rightarrow (a+1) - (b-2) + (c+3) = 5$$

$$f(-3) = 5 \Rightarrow 9(a+1) - 3(b-2) + (c+3) = -5$$

$$\text{解得 } a = -2, b = 3, c = 4 \Rightarrow a+b+c = 5$$

5、設 $f(x) = (x^2 + 2x + 2)^4$ ，試求 $f(-1 - \sqrt{3})$

答案：256

解析：

$$x = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow (x+1)^2 = (-\sqrt{3})^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\text{又 } f(x) = (x^2 + 2x + 2)^4 = [(x^2 + 2x - 2) + 4]^4 = (x^2 + 2x - 2)Q(x) + 4^4$$

$$f(-1 - \sqrt{3}) = 0 + 4^4 = 256$$