高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：99.01.17					
範圍	第 15 回 3-1 多項式四則運算	班級		姓名	
		座號			

一、計算題 (每題 20 分)

1、 試求 $f(x)=10x^5-9x^4+21x^3-8x^2+3$，除以 $g(x)=5x^2-2x+2$ 的商式與餘式。

答案：商式 $3x^3-x^2+3x$ ； 餘式 $-6x+3$

解析： $g(x)=5x^2-2x+2=\frac{1}{5}(x^2-\frac{2}{5}x+\frac{2}{5})$

$$\begin{array}{rrrrrr|r} 10 & -9 & +21 & -8 & +0 & +6 & \\ & +4 & -2 & +6 & +0 & & \frac{2}{5} \\ & & -4 & +2 & -6 & +0 & -\frac{2}{5} \\ \hline 5 \,|\, 10 & -5 & +15 & +0, & -6 & +3 & \\ 2 & -1 & +3 & +0 & & & \end{array}$$

商式 $3x^3-x^2+3x$ ； 餘式 $-6x+3$

2、設 $f(x)$ 除以 x^3-1 餘式為 x^2-1，試求 $f(x)$ 除以 x^2+x+1 餘式為何?

答案： $-x-2$

解析：

設 $f(x)\div(x^3-1)=Q(x)\cdots\cdots x^2-1\Rightarrow f(x)=(x^3-1)Q(x)+(x^2-1)$

又 $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$

$\Rightarrow f(x)=(x-1)(x^2+x+1)Q(x)+(x^2-1)$

$=(x+x+1)[(x-1)Q(x)+1]+(-x-2)\Rightarrow$ 餘式 $-x-2$

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2+x+1\overline{)\,x^2+0-1} \\ \underline{x^2+x+1} \\ -x-2 \end{array}$$

3、 設 $x=t+\frac{1}{t}$，試將 $t^5+\frac{1}{t^5}$ 表示成 x 的多項式。

答案： x^5-5x^3+5x

解析：

$x^2=(t+\frac{1}{t})^2\Rightarrow x^2=t^2+2\cdot t\cdot\frac{1}{t}+\frac{1}{t^2}\Rightarrow t^2+\frac{1}{t^2}=x^2-2$

$x^3=(t+\frac{1}{t})^3\Rightarrow x^3=t^3+3\cdot t\cdot\frac{1}{t}(t+\frac{1}{t})+\frac{1}{t^3}\Rightarrow t^3+\frac{1}{t^3}=x^3-3x$

所以 $(t^2+\frac{1}{t^2})(t^3+\frac{1}{t^3})=(x^2-2)(x^3-3x)$

$\Rightarrow t^5+t+\frac{1}{t}+\frac{1}{t^5}=x^5-3x^3-2x^3+6x$，

$\Rightarrow t^5+\frac{1}{t^5}=x^5-5x^3+6x-x\Rightarrow t^5+\frac{1}{t^5}=x^5-5x^3+5x$

4、設 $f(x)=x^5+3x^4-2x^2+2x+1=a(x+2)^5+b(x+2)^4+c(x+2)^3+d(x+2)^2+e(x+2)+f$，

試求：(1)序組$(a,b,c,d,e,f)=$？(2) $f(-1.99)=$？ (小數點第四位)

答案：(1) $(1,-7,16,-10,-6,5)$ (2) 4.9390

解析：

(1) $f(x)=(x+2)^5-7(x+2)^4+16(x+2)^3-10(x+2)^2-6(x+2)+5$

$$\begin{array}{l}
1+3+0-2+2+1 \;|\\
\;\;-2-2+4-4+4 \;|\; -2\\
\hline
1+1-2+2-2 \;|\; \underline{+5} \cdots f\\
\;\;-2+2+0-4 \;|\; -2\\
\hline
1-1+0+2 \;|\; \underline{-6} \cdots e\\
\;\;-2+6-12 \;|\; -2\\
\hline
1-3+6 \;|\; \underline{-10} \cdots d\\
\;\;-2+10 \;|\; -2\\
\hline
1-5 \;|\; \underline{+16} \cdots c\\
\;\;-2 \;|\; -2\\
\hline
1 \;|\; \underline{-7} \cdots b\\
\vdots\\
a
\end{array}$$

(2) $f(-1.99)=(0.01)^5-7(0.01)^4+16(0.01)^3-10(0.01)^2-6(0.01)+5$

$\approx -10\times 0.001+-6\times 0.001+5$

$=-0.0010-0.0600+5=4.9390$

5、 設 $f(x)=x^4+2x^2-3x+4$ ，試求

(1) $f(1-\sqrt{3})$ (2) $f(1+i)$

答案：(1) $37-17\sqrt{3}$ (2) $-3+i$

解析：

(1) $x=1-\sqrt{3}\Rightarrow(x-1)^2=(\sqrt{3})^2\Rightarrow x^2-2x-2=0$

又 $f(x)=x^4+2x^2-3x+4=(x^2-2x-2)(x^2+2x+8)+17x+20$

$f(1-\sqrt{3})=0+17(1-\sqrt{3})+20=37-17\sqrt{3}$

$$\begin{array}{l}
1+0+2-3+4 \;|\\
\;\;+2+4+16 \;|\; +2\\
\;\;\;\;+2+4+16 \;|\; +2\\
\hline
1+2+8 \;|\; \underline{+17+20}
\end{array}$$

(2) $x=1+i\Rightarrow(x-1)^2=(i)^2\Rightarrow x^2-2x+2=0$

又 $f(x)=x^4+2x^2-3x+4=(x^2-2x+2)(x^2+2x+4)+x-4$

$f(1+i)=0+(1+i)-4=-3+i$ 。

$$\begin{array}{l}
1+0+2-3+4 \;|\\
\;\;+2+4+8 \;|\; +2\\
\;\;\;\;-2-4-8 \;|\; -2\\
\hline
1+2+4 \;|\; \underline{+1-4}
\end{array}$$