高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：98.10.21
範圍	1-4 複數平面(1)	班級		姓名	
		座號			

一、計算題 (每題 25 分)

1、 (1) 設 $i=\sqrt{-1}$，則 $i^2=$________，$i^{31}=$________，$i^{105}=$________，$i^{2008}=$________。

(2) 設 $i=\sqrt{-1}, x, y\in R$，且 $x+2xi+3y-5yi-5-i=3+4i$，試求 x, y 之值。

答案：(1) $-1,\quad -i,\quad i,\quad 1$ (2) $x=5,\quad y=1$

解析：

(1) $i^2=-1$，$i^{31}=i^{4\times7+3}=i^3=-i$，$i^{105}=i^{4\times26+1}=i$，$i^{2008}=i^{4\times502}=1$。

(2) $x+2xi+3y-5yi-5-i=3+4i$

$$(x+3y-5)+(2x-5y-1)i=3+4i\Rightarrow\begin{cases}x+3y-5=3\\2x-5y-5=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$$

2、設 $z_1=7-3i,\quad z_2=5+12i$, 試將下列各運算結果化成複數標準式。

(1) $z_1+z_2=$__________，(2) $z_1-z_2=$__________，

(3) $z_1\times z_2=$__________，(4) $z_1\div z_2=$__________，

答案：(1) $12+9i$ $12+9i$ (2) $2-15i$ (3) $71+69i$ (4) $-\frac{1}{169}-\frac{99}{169}i$

解析：

(1) $z_1+z_2=(7+5)+(-3+12)i=12+9i$

(2) $z_1+z_2=(7-5)+(-3-12)i=2-15i$

(3) $z_1\times z_2=(7-3i)(5+12i)=(35+36)+(-15+84)i=71+69i$，

(4) $z_1\div z_2=\frac{7-3i}{5+12i}=\frac{(7-3i)(5-12i)}{5^2+12^2}=\frac{(35-36)+(-15-84)i}{169}=-\frac{1}{169}-\frac{99}{169}i$。

3、設 $i=\sqrt{-1}, x, y\in R$，若 $x+y=-8,\quad xy=9$，試求 $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2=$____________。

答案：-14

解析：

$x, y\in R$，若 $x+y=-8,\quad xy=9$ 則 x, y 同號，且和為負 $\Rightarrow x<0,\quad y<0$

$(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2=(\sqrt{x})^2+2\sqrt{x}\sqrt{y}+(\sqrt{y})^2=(x+y)-2\sqrt{xy}=-8-2\sqrt{9}=-14$

4、 已知一複數 z 的虛部為 $\frac{1}{2}$，而 $\frac{1}{z}$ 的實部為 $-\frac{4}{5}$，試求 $z=$？

答案：$-1+\frac{1}{2}i$ 或 $-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i$

解析：

設此複數爲 $z=a+\frac{1}{2}i,\quad a\in R\Rightarrow \frac{1}{z}=\frac{1}{a+\frac{1}{2}i}=\frac{a-\frac{1}{2}i}{a^2+\frac{1}{4}}=\frac{4a-2i}{4a^2+1}=\frac{4a}{4a^2+1}-\frac{2}{4a^2+1}i$

$\frac{4a}{4a^2+1}=-\frac{4}{5}\Rightarrow 4a^2+5a+1=0\Rightarrow (a+1)(4a+1)=0,\quad a=-1,-\frac{1}{4}$

$z=-1+\frac{1}{2}i$ 或 $-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}i$

5、複數 $5-12i$ 的平方根爲________________。

答案：$3-2i,\quad -3+2i$

解析：

設 $z=x+yi$ ，$x,y\in R$ ，則 $(x+yi)^2=x^2-y^2+2xyi=5-12i$

$$\begin{cases}x^2-y^2=5\\2ab=-12\\x^2+y^2=13\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2=9\\y^2=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\pm3\\y=\mp2\end{cases},\qquad z=3-2i,\quad -3+2i$$