高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：98.10.08					
範圍	1-3 坐標平面(Ⅱ)	班級		姓名	
		座號			

一、計算題 (每題 25 分)

1、 試求下列各小題直線方程式：

(1) 設直線 L 過點 $(2,-5)$ 且平行於另一直線 $5x-3y+2=0$，試求 L 之直線方程式。

(2) 設直線 M 垂直於另一直線 $7x-2y+4=0$ 於 $(5,-3)$，試求 M 之直線方程式。

答案：(1) $5x-3y=25$ (2) $2x+7y+11=0$

解析：

(1) $5x-3y+2=0 \Rightarrow m=-\dfrac{5}{-3}=\dfrac{5}{3}$

平行線斜率相同，過點 $(2,-5) \Rightarrow y-(-5)=\dfrac{5}{3}(x-2)$，即 $5x-3y=25$

(2) (1) $7x-2y+4=0 \Rightarrow m=-\dfrac{7}{-2}=\dfrac{7}{2}$

垂直線斜率倒數變號，過點 $(5,-3) \Rightarrow y-(-3)=-\dfrac{2}{7}(x-5)$，即 $2x+7y+11=0$

2、設 ΔABC 三頂點 $A(2,4),\ B(-2,-3),\ C(6,-1)$，直線 $L: y=mx+4m+5$

(1)若 L 恆過 P 點，試求 P 點坐標。

(2)若 L 恆與 ΔABC 相交，試求實數 m 之範圍。

答案：(1) $P(-4,5)$ (2) $-4\le m\le -\dfrac{1}{6}$

解析：

(1) 根據點斜式定義 $L: y=mx+4m+5 \Rightarrow y-5=m(x+4)$ 表斜率 m 且過 $(-4,5)$ 的直線

(2)作圖，若 L 欲恆與 ΔABC 相交，以過 A, B 兩點爲其範圍

$m_{PA}=-\dfrac{1}{6},\ m_{PB}=-4$，所以 $-4\le m\le -\dfrac{1}{6}$

3、 試討論在下列情況下，直線 $L: ax+by+c=0$ 經過哪些象限？

(1) $ab>0, ac>0$ (2) $ac<0, bc>0$ (3) $a=0, bc>0$ (3) $c=0, ab>0$

答案：(1)二、三、四 (2) 一、三、四 (3) 三、四 (4)二、四

解析：

$L: ax+by+c=0 \Rightarrow$ 斜率 $m=-\dfrac{a}{b}$，x 軸截距 $-\dfrac{c}{a}$，y 軸截距 $-\dfrac{c}{b}$

(1) $ab>0, ac>0 \Rightarrow bc>0$ and $\begin{cases} m=-\dfrac{a}{b}<0 \\ -\dfrac{c}{a}<0 \\ -\dfrac{c}{b}<0 \end{cases}$，左上右下，$x$ 軸截距負，y 軸截距負，

直線過第二、三、四象限。

(2) $ac<0, bc>0 \Rightarrow ab<0$ and $\begin{cases} m=-\dfrac{a}{b}>0 \\ -\dfrac{c}{a}>0 \\ -\dfrac{c}{b}<0 \end{cases}$ ，右上左下，x軸截距正，y軸截距負，

直線過第一、三、四象限。

(3) $a=0, bc>0 \Rightarrow \begin{cases} m=0 \\ -\dfrac{c}{b}<0 \end{cases}$ ，水平線，y軸截距負，直線過第三、四象限。

(4) $c=0, ab>0 \Rightarrow \begin{cases} m=-\dfrac{a}{b}<0 \\ \text{過原點}(0,0) \end{cases}$ ，左上右下，直線過第二、四象限。

4、 設ΔABC三頂點$A(7,-2),\ B(-3,-6),\ C(1,4)$

(1)外心P坐標。 (2) 垂心H坐標。 (3)重心G坐標。

答案：(1) $P(\dfrac{8}{7},\dfrac{-13}{7})$ (2) $H(\dfrac{19}{7},-\dfrac{2}{7})$ (3) $G(\dfrac{5}{3},-\dfrac{4}{3})$

解析：

(1)設外心$P(x,y) \Rightarrow \overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}$ ，即$\overline{PA}^2=\overline{PB}^2=\overline{PC}^2$ (外心到三頂點等距離)

$(x-7)^2+(y+2)^2=(x+3)^2+(y+6)^2=(x-1)^2+(y-4)^2$

$\begin{cases} (x-7)^2+(y+2)^2=(x+3)^2+(y+6)^2 \\ (x+3)^2+(y+6)^2=(x-1)^2+(y-4)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+2y=2 \\ 2x+5y=-7 \end{cases}$ ，外心$P(\dfrac{8}{7},-\dfrac{13}{7})$

(2) 垂心爲三高的交點

$m_{AB}=\dfrac{2}{5} \Rightarrow \overline{AB}$ 上的高 $y-4=-\dfrac{5}{2}(x-4) \Rightarrow 5x+2y=13$ …….①

$m_{BC}=\dfrac{5}{2} \Rightarrow \overline{BC}$ 上的高 $y+2=-\dfrac{2}{5}(x-7) \Rightarrow 2x+5y=4$ ………②

解聯立垂心$H(\dfrac{19}{7},-\dfrac{2}{7})$

(3) 重心$G(\dfrac{7-3+1}{3},\dfrac{-2-6+4}{3}) \Rightarrow G(\dfrac{5}{3},-\dfrac{4}{3})$