<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高一數學平時測驗　　日期：98.10.08</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">1-3 平面座標系(2)</td><td>班級</td><td></td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、填充題(每題 10 分)

1. 二直線 L_1：$ax-6y=5a-3$，L_2：$2x+(a-7)y=29-7a$，
   (1)當 $a=$ ＿＿＿＿＿時，則 $L_1 // L_2$。　(2)當 $a=$ ＿＿＿＿＿時，則 $L_1 \perp L_2$。

解答 (1) $a=4$　(2) $a=\frac{21}{2}$

解析

(1) $L_1 // L_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{2}=\frac{-6}{a-7}\neq\frac{5a-3}{29-7a}$

由 $\frac{a}{2}=\frac{-6}{a-7}$ 得 $a^2-7a=-12 \Rightarrow a^2-7a+12=0 \Rightarrow (a-3)(a-4)=0$，$\therefore a=3$ 或 $a=4$

但 $a=3 \Rightarrow \frac{3}{2}=\frac{-6}{-4}=\frac{12}{8}$ ($L_1=L_2$，不合) ，所以 $a=4$

(2) $L_1 \perp L_2 \quad \Rightarrow \quad (\frac{a}{6})(\frac{-2}{a-7})=-1 \quad \Rightarrow \quad -2a=-6(a-7)$

$\Rightarrow \quad -2a=-6a+42 \quad \Rightarrow \quad 4a=42 \quad \Rightarrow \quad a=\frac{21}{2}$

2. 已知直線 L 的方程式為 $3x-4y+5=0$
   (1)過(-3，2)且平行 L 的直線方程式為＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。
   (2)過(1，-4)且垂直 L 的直線方程式為＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

解答 (1) $3x-4y+17=0$　(2) $4x+3y+8=0$

解析

$3x-4y+5=0 \Rightarrow$ 斜率 $m=-\frac{3}{-4}=\frac{3}{4}$

(1) $y-2=\frac{3}{4}(x+3) \Rightarrow 3x-4y+17=0$；(2) $y+4=-\frac{4}{3}(x-1) \Rightarrow 4x+3y+8=0$

3. 過(1，1)，(2，6)之直線與二坐標軸圍成的三角形面積為＿＿＿＿＿。

解答 $\frac{8}{5}$

解析

$\frac{y-6}{x-2}=\frac{6-1}{2-1}$，即 L：$5x-y-4=0$，$y=0 \Rightarrow x$ 截距 $=\frac{4}{5}$，$x=0 \Rightarrow y$ 截距 $=-4$

$\Rightarrow$ 所圍面積 $=\frac{1}{2}\left|\frac{4}{5}\times(-4)\right|=\frac{8}{5}$

4. 過 $2x-3y=5$ 與 $x+2y=1$ 交點且過點(3，1)之直線為＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

解答 $5x-4y=11$

解析

設所求直線 L：$(2x-3y-5)+k(x+2y-1)=0$，(3，1)代入，

$(-2)+4k=0 \Rightarrow k=\frac{1}{2}$，則 L：$(2x-3y-5)+\frac{1}{2}(x+2y-1)=0$，$L$：$5x-4y=11$

5. 設 a 爲實數，直線 L：$ax+7y+9=0$ 通過點(2，1)，試求直線 L 的斜率爲________。

解答 $\frac{8}{7}$

解析

∵ (2，1)∈L：$ax+7y+9=0$ 代入，$a=-8$，故斜率 $m=\frac{-a}{7}=\frac{8}{7}$

6. 已知 $A(1，2)$與 $B(3，4)$爲兩定點，$P(x，y)$爲直線 $x+2y=3$ 上一點，問 $\overline{PA}=\overline{PB}$ 時，P 點的坐標爲________。

解答 (7，−2)

解析

∵ $P(x，y)$在 $x+2y=3$ 上 ∴ 令 $y=t$，則 $x=3-2t$

∵ $A(1，2)$，$B(3，4)$，$P(3-2t，t)$且 $\overline{AP}=\overline{BP}$

∴ $\sqrt{(3-2t-1)^2+(t-2)^2}=\sqrt{(3-2t-3)^2+(t-4)^2}$

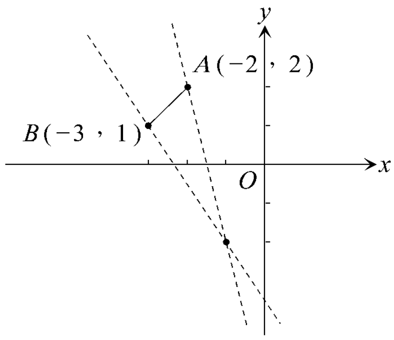
$\Rightarrow$ $(2-2t)^2+(t-2)^2=(-2t)^2+(t-4)^2$ $\Rightarrow$ $5t^2-12t+8=5t^2-8t+16$

$\Rightarrow$ $4t=-8$ ∴ $t=-2$，故 $P(7，-2)$

7. (1)直線 L：$kx+3y+k+6=0$，k 爲任意數，L 恆過一定點，則此定點坐標爲________。
(2)設 $A(-2，2)$，$B(-3，1)$，所成線段（即 $\overline{AB}$ ）與直線 L 相交，則 k 的範圍爲________。

解答 (1) (−1，−2) (2) $\frac{9}{2}\le k\le 12$

解析



(1) L：$k(x+1)+(3y+6)=0$，$k\in R$ 由直線系知必過交點 $\begin{cases}x+1=0\\3y+6=0\end{cases}$

$\Rightarrow$ $x=-1$，$y=-2$ ∴ 必過點$(-1，-2)$

(2)令 $C(-1，-2)$，$m_L=-\frac{k}{3}$，$\overline{AB}$ 與 L 相交 $\Rightarrow$ $m_{\overline{AC}}\le m_L\le m_{\overline{BC}}$

$\Rightarrow$ $\frac{2+2}{-2+1}\le-\frac{k}{3}\le\frac{1+2}{-3+1}$ $\Rightarrow$ $-4\le\frac{-k}{3}\le-\frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ $\frac{9}{2}\le k\le 12$

8. 已知點 $A(4，-3)$及直線 L：$2x+y+5=0$，Q 爲 A 在直線 L 上的投影（過 A 作 L 之垂線的垂足），A'爲 A 關於 L 的對稱點，則
(1)Q 點坐標爲________。 (2)A'點坐標爲________。

解答 (1) (0，−5) (2) (−4，−7)

解析

直線 L：$2x+y+5=0$，斜率 $m_L=-\frac{2}{1}=-2$

直線 $\overleftrightarrow{AA'}$： $y+3=\frac{1}{2}(x-4)\Rightarrow x-2y-10=0$

A 在直線 L 上的投影 $Q:\begin{cases}2x+y+5=0\\x-2y-10=0\end{cases}\Rightarrow Q(0,-5)$

A'爲 A 關於 L 的對稱點即 Q 爲 $\overline{AA'}$ 中點$\Rightarrow A'(-4,-7)$

9.直線 L：$ax+by+c=0$，$abc\neq 0$

(1) L 的斜率為__________。 (2) $ab<0$，$bc>0$ 時，L 不通過第__________象限。

解答 (1) $-\dfrac{a}{b}$ (2) 二

解析

(1) 直線 L：$ax+by+c=0\Rightarrow$ 斜率為 $m=-\dfrac{a}{b}$

(2) 直線 L：$ax+by+c=0$ 分別交兩軸於 $(-\dfrac{c}{a},0)$, $(0,-\dfrac{c}{a})$

$\begin{cases}ab<0\\bc>0\end{cases}\Rightarrow ac<0$，$\begin{cases}-\dfrac{c}{a}>0\\-\dfrac{c}{b}<0\end{cases}$，即 L 分別交 x,y 兩軸分別於正向及負向，L 過一、四、 三象限，直線不過第二象限。

10.設 $A(-1,2)$與 $B(2,3)$為坐標平面上兩定點，則線段 AB 之中垂線的方程式為__________。

解答 $3x+y-4=0$

解析

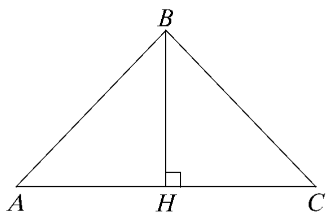
$\overline{AB}$ 中點為$(\dfrac{1}{2}，\dfrac{5}{2})$，$m_{AB}=\dfrac{3-2}{2-(-1)}=\dfrac{1}{3}\quad\Rightarrow\quad m=-3$

點斜式：$y-\dfrac{5}{2}=-3(x-\dfrac{1}{2})\quad\Rightarrow\quad 3x+y-4=0$

11.$\triangle ABC$ 中，$A(2,2)$，$B(-4,0)$，$C(-4,4)$，則 $\overline{AC}$ 邊上高的方程式為__________。

解答 $3x-y+12=0$

解析



$m_{\overline{AC}}=\dfrac{4-2}{-4-2}=\dfrac{-1}{3}$，故 $\overline{BH}$ 之斜率 $m=3$，

$\therefore\ \overleftrightarrow{BH}：y-0=3(x+4)$，即 $\overleftrightarrow{BH}：3x-y+12=0$

12.設 $A(1,a)$，$B(-3,4)$，已知 A，B 二點對稱於直線 $y=ax+b$，則 $a+b=$ __________。

解答 7

解析

已知 A，B 二點對稱於直線 L：$y=ax+b$

$m_{\overline{AB}}m_L=-1\quad\Rightarrow\quad\dfrac{a-4}{1-(-3)}\times a=-1\quad\Rightarrow\quad(a-2)^2=0$，得 $a=2$

又 $\overline{AB}$ 之中點 $M(\dfrac{1+(-3)}{2}，\dfrac{a+4}{2})=(-1,3)\in L$，則$(-1,3)$代入 L：$y=2x+b$，得 $b=5$，故 $a+b=2+5=7$

13.設直線 L 的斜率為 $-\dfrac{6}{5}$，且與兩坐標軸所圍成的三角形的面積為 15，試求直線 L 的方程

式爲__________________。

解答　$6x+5y=\pm 30$

解析

設 L：$6x+5y=k$，則 x 截距 $=\dfrac{k}{6}$，y 截距 $=\dfrac{k}{5}$

與兩坐標軸所圍成三角形之面積爲 $\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{k}{6}\cdot\dfrac{k}{5}\right|=15$，得 $k=\pm 30$，故直線 L：$6x+5y=\pm 30$

14.直線 L 通過點 $(-2,2)$，且與兩坐標軸所成三角形的面積爲 1，則 L 之方程式爲__________。

解答　$\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{-2}=1$ 或 $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}=1$

解析

設 L：$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$，$a\neq 0$，$b\neq 0$，$a$，$b\in R$，$\because$　L 過 $(-2,2)$　$\Rightarrow$　$\dfrac{-2}{a}+\dfrac{2}{b}=1$……①

$\therefore$　L 與兩軸所成三角形面積爲 1　$\Rightarrow$　$1=\dfrac{1}{2}|ab|$　$\Rightarrow$　$ab=\pm 2$……②

由②得：$b=\pm\dfrac{2}{a}$

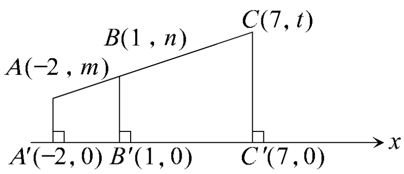
(1)當 $b=\dfrac{2}{a}$ 時代入①　$\Rightarrow$　$\dfrac{-2}{a}+a=1$　$\Rightarrow$　$a^2-a-2=0$

$\Rightarrow$　$(a-2)(a+1)=0$　$\Rightarrow$　$a=2$ 或 -1　$\Rightarrow$　$\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-1\\b=-2\end{cases}$

(2)當 $b=\dfrac{-2}{a}$ 時代入①　$\Rightarrow$　$\dfrac{-2}{a}-a=1$　$\Rightarrow$　$a^2+a+2=0$　$\Rightarrow$　a 無實數解

故 L：$\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}=1$ 或 $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{-2}=1$

15.xy 平面上，點 $A(-2,m)$，$B(1,n)$，$C(7,t)$ 共線，則 $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ 之值爲__________。



解答　$\dfrac{1}{2}$

解析

自 A，B，C 向 x 軸作射影，各得 $A'(-2,0)$，$B'(1,0)$，$C'(7,0)$

平行線截比例線段性質，$\therefore$　$\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

16.設 $m\in R$，二直線 $mx+3y+1=0$ 與 $x+(m-2)y+m=0$ 相交於第二象限內，則 m 之範圍爲__________。

解答　$1<m<3$

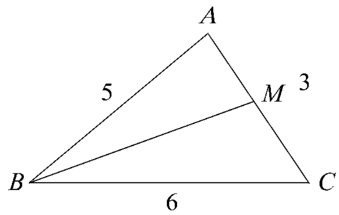
解析

$\begin{cases}mx+3y+1=0\\x+(m-2)y+m=0\end{cases}$，得交點爲 $\left(\dfrac{2}{m-3}，-\dfrac{m-1}{m-3}\right)$ 在第二象限內

$\therefore\quad \dfrac{2}{m-3}<0$，$\dfrac{-(m-1)}{m-3}>0 \quad\Rightarrow\quad m-3<0$，$m-1>0 \quad\therefore\quad 1<m<3$

17.$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=6$，$\overline{AC}=3$，M 為 $\overline{AC}$ 之中點，則 $\overline{BM}=$ ________ 。

解答 $\dfrac{\sqrt{113}}{2}$



解析

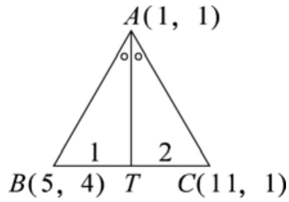
由三角形中線定理知 $\overline{BC}^2+\overline{BA}^2=2\overline{BM}^2+\dfrac{1}{2}\overline{AC}^2$

$\Rightarrow\quad 36+25=2\overline{BM}^2+\dfrac{1}{2}\times 3^2$

$\Rightarrow\quad \dfrac{61}{2}=\overline{BM}^2+\dfrac{9}{4} \quad\Rightarrow\quad \overline{BM}^2=\dfrac{122-9}{4}=\dfrac{113}{4} \quad\Rightarrow\quad \overline{BM}=\dfrac{\sqrt{113}}{2}$

18. 設$\triangle ABC$中，$A(1,\ 1)$，$B(5,\ 4)$，$C(11,\ 1)$，$\angle A$ 的角平分線交邊 $\overline{BC}$ 於 T，求 T 點的坐標，並求 $\overline{AT}$ 的長．

解答 $2\sqrt{10}$



解析

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$\overline{AC}=\sqrt{10^2+0^2}=10$，

由角平分線截比例線段性值

$\overline{BT}:\overline{TC}=\overline{AB}:\overline{AC}=5:10=1:2$，

由分點公式：$T(\dfrac{1\times 11+2\times 5}{1+2},\ \dfrac{1\times 1+2\times 4}{1+2})=(7,\ 3)$，得 $\overline{AT}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$ ．