

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：98.10.06				
範圍	1-3 平面座標系(1)	班級		姓名
		座號		

一、填充題(每題 5 分)

1. 設 $A(4, 0)$, $B(-2, 6)$, $G(0, 1)$, 若 G 為 $\triangle ABC$ 之重心, 則頂點 C 之坐標為_____。

解答 $(-2, -3)$

解析

設 C 之坐標為 (x, y)

$\therefore A(4, 0)$, $B(-2, 6)$, 重心 $G(0, 1)$

$$\therefore 0 = \frac{4-2+x}{3}, 1 = \frac{0+6+y}{3}$$

$$\Rightarrow x = -2, y = -3 \quad \therefore C(-2, -3)$$

2. 數線上有二定點 $A(-5)$, $B(7)$, 又 P 為數線上另一點, 滿足 $\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 2$, 則

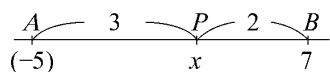
(1) 當 P 介於 A, B 之間時, P 之坐標為_____。

(2) 當 P 不介於 A, B 之間時, P 之坐標為_____。

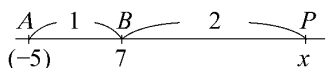
解答 (1) $\frac{11}{5}$ (2) 31

解析

$$(1) x = \frac{(-5) \times 2 + 7 \times 3}{3 + 2} = \frac{11}{5}$$



$$(2) 7 = \frac{x + (-5) \times 2}{1 + 2}, \text{ 得 } x = 31$$



3. 設平行四邊形 $ABCD$ 的三頂點坐標為 $A(-3, -7)$, $B(2, -3)$, $C(4, 5)$, 則此平行四邊形最短對角線之長為_____, 最長對角線之斜率為_____。

解答 $5; \frac{12}{7}$

解析

$A(-3, -7)$, $B(2, -3)$, $C(4, 5)$, $D(x, y)$, A, C 中點 = B, D 中點

$$\therefore \begin{cases} \frac{-3+4}{2} = \frac{2+x}{2} \\ \frac{-7+5}{2} = \frac{-3+y}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \therefore D(-1, 1)$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(4+3)^2 + (5+7)^2} = \sqrt{193},$$

$$\overline{BD} = \sqrt{(2+1)^2 + (-3-1)^2} = 5$$

$$\overline{AC} \text{ 之斜率} = \frac{-7-5}{-3-4} = \frac{12}{7}$$

4. 設數線上三點 $A(-5)$, $B(9)$, $P(x)$, 已知 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 4$, 則 $x =$ _____。

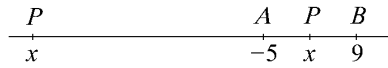
解答 1 或 -47

解析

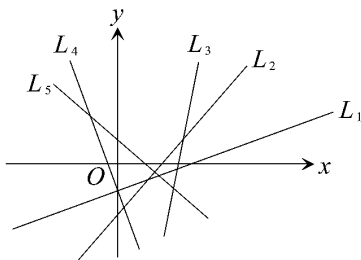
$$\text{當 } A-P-B \text{ 時} \quad \because \overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 4 \quad \therefore x = -5 + \frac{9 - (-5)}{7} \times 3 = 1$$

$$\text{當 } P-A-B \text{ 時} \quad \because \overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 4 \quad \therefore x = -5 - [9 - (-5)] \times 3 = -47$$

所以 $x = 1$ 或 -47



5. 下圖中(1)斜率為最大的直線是_____。(2)斜率為最小的直線是_____。



解析 (1) L_3 (2) L_4

6. 設 $A(2, -1)$, $B(5, 1)$, $C(3, a)$ 為一個直角 \triangle 的三頂點, 則實數 a 之值為_____。

解答 $-\frac{5}{2}$, 4 , $\pm\sqrt{3}$

解析

$$(1) \angle A = 90^\circ \text{ 時, } \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \text{斜率乘積} = -1 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot (a+1) = -1 \Rightarrow a = -\frac{5}{2}$$

$$(2) \angle B = 90^\circ \text{ 時, } \overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{1-a}{2} = -1 \Rightarrow a = 4$$

$$(3) \angle C = 90^\circ \text{ 時, } \overrightarrow{CA} \perp \overrightarrow{CB} \Rightarrow \frac{1-a}{2} \cdot (a+1) = -1 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

7. 設 x, y 為實數, 且 $-1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 4$, 若 $\frac{x}{y}$ 有最大值 M 及最小值 m , 則 $\frac{M}{m}$ 的值為_____。

解答 -2

解析

$$\frac{1}{4} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{2}, \quad -1 \leq x \leq 2,$$

$$\text{其中 } x \cdot \frac{1}{y} \text{ 的四個極端值 } \frac{1}{4} \times (-1) = -\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \times (-1) = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x \cdot \frac{1}{y} \leq 1 \Rightarrow M = 1, m = -\frac{1}{2}, \text{ 故 } \frac{M}{m} = -2.$$

8. 設點 P 到 $A(3, 0)$, $B(0, 1)$, $C(0, 6)$ 都等距, 則 P 的坐標為_____。

解答 $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$

解析

設 $P(a, b)$ ，由 $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} \Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 = \overline{PC}^2$

$\therefore (a-3)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 = a^2 + (b-6)^2$

$-6a + 9 = -2b + 1 = -12b + 36 \Rightarrow \begin{cases} -6a + 9 = -2b + 1 \\ -2b + 1 = -12b + 36 \end{cases}$

$\therefore 3a - b = 4, 2b = 7 \quad \therefore b = \frac{7}{2}, a = \frac{5}{2}$

9. 設 $\triangle ABC$ 的三個頂點坐標各為 $A(2, -5), B(3, 1), C(-4, 2)$ ，則 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的大小順序為_____。

解答 $\angle B > \angle A > \angle C$

解析

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{37}, \overline{BC} = \sqrt{50}, \overline{CA} = \sqrt{85}$

$\therefore \overline{CA} > \overline{BC} > \overline{AB} \quad \therefore \angle B > \angle A > \angle C$ (大邊對大角)

10. 一位海盜欲將三件珠寶埋藏在一個島上的三個地方，海盜就以島上的一棵大王椰子樹為中心，由大王椰子樹向東走 12 步埋他的第一件珠寶；由大王椰子樹向東走 4 步，再往北走 a 步埋他的第二件珠寶；最後由大王椰子樹向東走 a 步，再往南走 8 步埋他的第三件珠寶，事隔多年之後，海盜僅記得 $a > 0$ 及埋藏珠寶的三個地方在同一直線上，那麼 $a =$ _____。

解答 16

解析

設大王椰子樹所在地為原點 $O(0, 0), P_1(12, 0), P_2(4, a), P_3(a, -8)$

$\therefore P_1, P_2, P_3$ 共線 $\therefore \frac{a-0}{4-12} = \frac{-8-0}{a-12} \Rightarrow a^2 - 12a = 64$

$\Rightarrow (a-16)(a+4) = 0 \therefore a = 16$