

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：98.10.06				
範圍	1-2 有理數 2	班級		姓名
		座號		

一、計算題 (每題 25 分)

- 1、(1)數線上二點 $A(-3), B(7)$ ， P 點在 A, B 之間且 $\overline{AP}:\overline{BP}=3:5$ ，試求 P 點坐標。
 (2)數線上三點 $A(-3), B(7), P(x)$ ，已知 $\overline{AP}:\overline{BP}=4:3$ ，試求 x 之值。

答案：(1) $P(\frac{3}{4})$ (2) $x = -\frac{11}{7}, -29$

解析：

$$(1) P \text{ 點在 } A, B \text{ 之間且 } \overline{AP}:\overline{BP}=3:5 \Rightarrow \frac{3 \times 7 + 5 \times (-3)}{3+5} = \frac{3}{4}$$

$$(2) \textcircled{1} P \text{ 點在 } A, B \text{ 之間且 } \overline{AP}:\overline{BP}=4:3 \Rightarrow \frac{4 \times (-5) + 3 \times 3}{4+3} = \frac{-11}{7}$$

$$\textcircled{2} P \text{ 點在 } A, B \text{ 之外且 } \overline{AP}:\overline{BP}=4:3 \Rightarrow \frac{4 \times (-5) + 3 \times (-3)}{4+(-3)} = -29$$

- 2、設 $\sqrt{12+6\sqrt{3}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，試求 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{2-b}$ 之值。

答案：1

解析：

$$\sqrt{12+6\sqrt{3}} = \sqrt{12+2\sqrt{27}} = 3+\sqrt{3} = 4.\sim$$

$$\text{整數部分為 } a=4, \text{ 小數部分為 } b=(3+\sqrt{3})-4=\sqrt{3}-1,$$

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{2-b} = \frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{3-\sqrt{3}} = \frac{3-\sqrt{3}+3+\sqrt{3}}{9-3} = 1。$$

- 3、(1)設 $a, b \in \mathbb{Q}$ ，且 $(4a-3b)+6\sqrt{3} = -2-(a+2b)\sqrt{3}$ ，試求數對 (a, b) 。

- (2)設 $x, y, z \in \mathbb{R}$ ，且 $x^2+3y^2+2z^2-4x+6y+12z+25=0$ ，試求序對 (x, y, z) 。

答案：(1) $(a, b) = (-2, -2)$ (2) $(x, y, z) = (2, -1, -3)$

解析：

$$(1) (4a-3b)+6\sqrt{3} = -2-(a+2b)\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} 4a-3b = -2 \\ -(a+2b) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$(2) x^2+3y^2+2z^2-4x+6y+12z+25=0 \Rightarrow (x-2)^2+3(y+1)^2+2(z+3)^2=0$$

$$x, y, z \in \mathbb{R} \Rightarrow x-2=0, y+1=0, z+3=0, \text{ 即 } (x, y, z) = (2, -1, -3)$$

- 4、(1)試比較 $\sqrt{7}-\sqrt{3}, \sqrt{6}-\sqrt{2}$ 的大小

- (2)若 $|ax+3|<b$ 之解為 $2<x<6$ ，試求數對 (a, b) 。

答案：(1) $\sqrt{7}-\sqrt{3} < \sqrt{6}-\sqrt{2}$

解析：

$$(1) \sqrt{7} - \sqrt{3} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{7-3}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{2} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{6-2}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

$$\text{因爲 } \sqrt{7} > \sqrt{6} \text{ 且 } \sqrt{3} > \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{7} + \sqrt{3} > \sqrt{6} + \sqrt{2} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} < \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

$$\text{所以 } \sqrt{7} - \sqrt{3} < \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

$$(2) 2 < x < 6 \Rightarrow -2 < x-4 < 2 \Rightarrow |x-4| < 2$$

$$\text{同乘 } |-\frac{3}{4}| \Rightarrow |-\frac{3}{4}x+3| < 2 \times \frac{3}{4}$$

$$|ax+3| < b \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{數對 } (a, b) = (-\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$$