

| | | | | |
|------------------------------|------------|----|--|----|
| 高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：98.09.18 | | | | |
| 範圍 | 1-1 整數(1)2 | 班級 | | 姓名 |
| | | 座號 | | |

一、計算題 (每題 25 分)

1、設 $a, b \in N$ ，且 $a > b$ ，若 $(a, b) = 36$ ， $[a, b] = 432$ ，試求數對 (a, b) 。

答案：(432, 36); (144, 108)

解析：

設 $a = 36h$ ， $b = 36k$ ， $h, k \in N$ 且 $(h, k) = 1$ ， $h > k$

$[a, b] = 36hk = 432 \Rightarrow hk = 12$ ，所以 數對 $(h, k) = (12, 1), (4, 3)$

數對 $(a, b) = (432, 36); (144, 108)$

2、設 $a, b \in N$ ，若 $a - b = 24$ ， $[a, b] = 420$ ，試求數對 (a, b) 。

答案：(84, 60)

解析：

設最大公因數 $(a, b) = d$ ， $a = dh$ ， $b = dk$ ， $h, k \in N$ 且 $(h, k) = 1$ ，

$a - b = 24 \Rightarrow d(h - k) = 24$

$[a, b] = dhk = 420$ ，

$(h, k) = 1 \Rightarrow (h - k, hk) = 1 \Rightarrow d = (24, 420) = 12$

$\begin{cases} h - k = 2 \\ hk = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 7 \\ k = 5 \end{cases}$ ，所以 數對 $(h, k) = (7, 5)$ ，數對 $(a, b) = (84, 60)$ 。

3、(1)試利用輾轉相除法求 $(5607, 6853)$ 。

(2)試找出一組整數 (m, n) 使得 $(5607, 6853) = 5607m + 6853n$ 。

(3)試求 $[5607, 6853]$

答案：(1)623 (2) $(m, n) = (5, -4)$ (3)61677

解析：

| | | | |
|------------|------|------|----------|
| a | 5607 | 6853 | b |
| $-4a + 4b$ | 4984 | 5607 | a |
| $5a - 4b$ | 623 | 1246 | $-a + b$ |
| | | 1246 | |
| | | 0 | |

(1) $(5607, 6853) = 623$

(2) $5a - 4b = 623 \Rightarrow 5607 \times (5) + 6853 \times (-4) = (5607, 6853)$ ，所求 $(m, n) = (5, -4)$

(3) $(5607, 6853)[5607, 6853] = 5607 \times 6853 \Rightarrow [5607, 6853] = \frac{5607 \times 6853}{623} = 61677$

4、設 $a, b \in N$ ，且滿足 $\frac{15}{a} + \frac{20}{b} = 25$ ，試求數對 (a, b) 。

答案：(1, 2); (3, 1)

解析：

$$\frac{15}{a} + \frac{20}{b} = 25 \Rightarrow 25ab - 20a - 15b = 0 \Rightarrow (5a - 3)(5b - 4) = 12$$

| | | | | | | | | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|----|--|-----|---|---|---|---|---|
| $5a - 3$ | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 | | a | 1 | * | * | * | 3 |
| $5a - 4b$ | 6 | 4 | 3 | 2 | 1 | | b | 2 | * | * | * | 1 |

數對 $(a, b) = (1, 2); (3, 1)$