

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：98.09.11				
範圍	1-1 整數(I)	班級		姓名
		座號		

一、計算題 (每題 20 分)

1、(1)試求 9999^5 除以7的餘數。

(2)試求 1234×5678 除以13的餘數。

答案：(1)5 (2)3

解析：

$$(1) 9999^5 = (7 \times 1428 + 3)^5 = 7k + 3^5 = 7k + 243, k \in Z$$

9999^5 除以 7 的餘數 = 243 除以 7 的餘數

$$243 = 7 \times 34 + 5 \Rightarrow \text{餘數 } 5$$

$$(2) 1234 \times 5678 = (13k + 12)(13m + 10), k, m \in Z$$

$$= 13^2 km + 10 \times 12k + 12 \times 13m + 120$$

$$= 13n + 120, n \in Z$$

1234×5678 除以 13 的餘數 = 120 除以 13 的餘數

$$120 = 13 \times 9 + 3 \Rightarrow \text{餘數 } 3$$

2、設 $a \in N$, $\frac{3a-22}{2a+1} \in N$, 試求 a 之值。

答案：23

解析：

$$a \in N, \frac{3a-22}{2a+1} \in N \Rightarrow 2a+1 \mid 3a-22, 2a+1 \mid 2a+1$$

$$\Rightarrow 2a+1 \mid 2(3a-22) - 3(2a+1)$$

$$\Rightarrow 2a+1 \mid (-47)$$

$$\Rightarrow 2a+1 = \pm 1, \pm 47$$

$$\Rightarrow a = 0, -1, 23, -24$$

$$a \in N \Rightarrow a = 23。$$

3、設六位數 $257ab8$ 為 99 的倍數，試求 a, b 。

答案： $a = 5, b = 9$

解析：

$$99 = 9 \times 11 \Rightarrow 9 \mid 257ab8, 11 \mid 257ab8 \Rightarrow \begin{cases} 9 \mid 2+5+7+a+b+8, \\ 11 \mid 2-5+7-a+b-8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9 \mid a+b+22, 11 \mid -a+b-4$$

$$\text{又 } 0 \leq a+b \leq 18, -9 \leq a+b \leq 9 \Rightarrow \begin{cases} a+b = 5, 14 \\ -a+b = 4, 7 \end{cases}, \text{解得 } a = 5, b = 9$$

4、試求 3600 之

(1)標準分解式

(2)正因數個數

(3)正因數總和

(4)正因數中完全平方數之個數

(5)正因數中3的倍數之個數。

答案：(1) $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ (2)45 (3)12493 (4)12 (5)30

解析：

$$(1) 3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

$$(2) (4+1)(2+1)(2+1) = 45$$

$$(3) (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 12493$$

(4)正因數 $2^\square \times 3^\square \times 5^\square$ 中完全平方數

$$2^\square \Rightarrow \square = 0, 2, 4; \quad 3^\square \Rightarrow \square = 0, 2; \quad 5^\square \Rightarrow \square = 0, 2;$$

$$\text{正因數中完全平方數之個數 } 3 \times 2 \times 2 = 12$$

(5)正因數 $2^\square \times 3^\square \times 5^\square$ 中3的倍數

$$2^\square \Rightarrow \square = 0, 1, 2, 3, 4; \quad 3^\square \Rightarrow \square = 1, 2; \quad 5^\square \Rightarrow \square = 0, 1, 2;$$

$$\text{正因數中3的倍數之個數 } 5 \times 2 \times 3 = 30$$

5、試判斷下列四數：199,299,337,851，何者為質數？

答案：199，377

解析：

$$(1) \sqrt{199} = 14.\sim \Rightarrow 2 \nmid 199, \quad 3 \nmid 199, \quad 5 \nmid 199, \quad 7 \nmid 199, \quad 11 \nmid 199, \quad 13 \nmid 199,$$

199 為質數。

$$(2) 299 = 13 \times 23, \quad 299 \text{ 不為質數。}$$

$$(3) \sqrt{377} = 18.\sim \Rightarrow 2 \nmid 377, \quad 3 \nmid 377, \quad 5 \nmid 377, \quad 7 \nmid 377, \quad 11 \nmid 377, \quad 13 \nmid 377, \quad 17 \nmid 377,$$

377 為質數。

$$(4) 851 = 23 \times 37, \quad 851 \text{ 不為質數。}$$